

Semaine 12 : 5 au 9 janvier 2026
les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Introduction aux systèmes linéaires

Systèmes linéaires 3x3 : méthode par élimination par la méthode du pivot de Gauss.

B. Ensembles

- * Appartenance, inclusion; partie ou sous-ensemble d'un ensemble E .
- * **Opérations sur $\mathcal{P}(E)$:** union, intersection d'un nombre FINI de parties, complémentaire, différence.
Règles de calcul: distributivité de \cap sur \cup et de \cup sur \cap ; **lois de Morgan:** $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ et $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (généralisation à un nombre FINI d'ensembles).
- * **Partition, système complet:** définition.
- * **Produit cartésien:** définition; couple, n -uplet; un élément de E^p sera appelé une p -liste d'éléments de E .

parties de \mathbb{R} :

- * Intervalles de \mathbb{R} ; fonctions numériques : images directe et réciproque.
- * **Majorant, minorant:** définition; partie bornée de \mathbb{R} .
→ application aux fonctions numériques: fonction majorée, minorée, bornée: définitions.
- * **Maximum, minimum:** définition et preuve de l'unicité.
→ application aux fonctions numériques: majorant / minorant atteint; point de maximum / minimum d'une fonction.
- * **Bornes supérieure et inférieure:** définition; condition d'existence ADMISE.

C. Révisions : étude complète de fonction

D. Langage Python

boucle **for** : suites récurrentes d'ordre deux.

boucle **while** : algorithmes de seuil.

Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage python) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :

- (a) On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par :

$$u_0 = 4 \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n^2}.$$

Écrire une fonction **suite(n)** qui renvoie le n ième terme de la suite.

Écrire une fonction **monotonie(n)** qui teste la monotonie de la suite (u_n) jusqu'à un certain rang n .
(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction **suite(n)** ...)

- (b) On considère la suite (u_n) définie par: $u_0 = 4$, $u_1 = 10$, et $\forall n \geq 2$, $u_n = \frac{1}{n} u_{n-1} - \frac{n}{2} u_{n-2}$.

Écrire une fonction **suite(n)** qui renvoie la valeur de u_n pour tout entier $n \geq 2$.

Préciser (en justifiant) ce que renvoie l'ordinateur pour **suite(0)** et **suite(1)**

- (c) Écrire une fonction **premier(M)** d'argument un réel M , et qui renvoie le premier entier $n \in \mathbb{N}$ tel que $n! \geq M$.
(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction **factorial()**...)

- (d) On considère la suite (u_n) définie par: $u_0 = 1$ et $\forall n \geq 1$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$.

Écrire une fonction **suite(n)** qui renvoie le n ième terme de la suite.

Écrire une fonction **seuil(M)** qui, pour tout réel M , renvoie le premier n tel que $u_n \geq M$.
(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction **suite(n)**...)

2. Résolution d'un système linéaire 3x3 par élimination (méthode du pivot de Gauss). (voir Fiche 19)

3. Une étude complète de fonction. Puis à partir de l'allure graphique : majorant / minorant , max / min , calcul d'ensembles images

4. etc ...