

Semaine 13 : 8 au 12 janvier 2024

A. Applications bijectives

- * **Vocabulaire:** image, antécédent, graphe; Restriction d'une application.
- * **Images directe et réciproque:** définition, notation $\check{f}(B)$ pour l'image réciproque de B
→ **détermination ou par lecture de tableau de variations dans le cas des fonctions.**
Note aux colleurs : l'image réciproque n'est pas au programme officiellement ...
- * **Composition d'applications:** définition, associativité, non commutative.
- * **Applications injectives:** définition; cas des fonctions usuelles; composée d'applications injectives.
→ Dans le cas des fonctions : **toute fonction strictement monotone sur un intervalle I est injective.**
- * **Applications surjectives:** définition; cas des fonctions usuelles; composée d'applications surjectives.
→ **Une application est toujours surjective de E dans $f(E)$**
- * **Applications bijectives:** définition; cas des fonctions usuelles; composée d'applications bijectives.
- * **Application réciproque:** définition, unicité; calcul de f^{-1} ; symétrie entre les courbes représentatives de f et f^{-1}
→ courbes de arcsin, arccos et arctan
→ fonctions racines n -ième, suivant la parité de n .
* Soit f une application de E dans F .
 f est bijective ssi il existe une application $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = id_F$ et $g \circ f = id_E$. Dans ce cas, $g = f^{-1}$.
- * Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications bijectives. Alors:
(1) f^{-1} est bijective de F dans E et: $(f^{-1})^{-1} = f$. (2) $g \circ f$ est bijective de E dans G et: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

B. Langage Python

Listes : définition en extension ; opérations : concaténation, etc ... ; fonctions `len`, `append`; accès aux éléments d'une liste.
Syntaxe `L[-1]`; fonction `remove`

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

1. (difficile) Après l'avoir soigneusement expliquée, écrire une fonction récursive `exporapide` prenant en argument un réel x et un entier naturel n et renvoyant x^n en utilisant l'exponentiation rapide.
2. On lance un dé équilibré dix fois. Écrire un script qui renvoie la liste des lancers successifs du dé.
3. On se donne une liste `L` de longueur 10.
Créer la liste des 4 derniers éléments de `L`
Créer la liste constituée des 3 premiers éléments de `L` et des 2 derniers.

Puis une question de cours :

Pour l'une des fonctions suivantes choisies par l'interrogateur : étude de la bijection, fonction réciproque, allure graphique de la fonction réciproque

Tangente , cosinus, sinus, fonctions puissances réelles, fonction carrée

Puis passage aux exercices. Les attendus de ce programme de colles :

- **Résolution d'équations en invoquant l'injectivité de la bonne fonction sur le bon intervalle.**
- **Étude d'une fonction puis montrer qu'elle est bijective de I dans J , où I et J sont à déterminer.**
Note aux colleurs: pas de TVI donc les élèves calculent $f(I)$ graphiquement ou en lisant le tableau de variations... pour l'instant...
- **Calculer la réciproque d'une fonction bijective: résolution de $f(x) = y$.** (*importance de justifier les équivalences, des intervalles, des quantificateurs ...*)