Semaine 14 : 19 au 23 janvier 2026

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Suites réelles

À rajouter cette semaine :

$*$ **Sous-suites d'indices pairs et impairs :**

$\rightarrow$ Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ ssi les sous-suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ convergent vers ℓ.

$\rightarrow$ exemple : la série harmonique ne converge pas (donc elle diverge vers $+\infty$)

A noter (programme officiel): la notion générale de suite extraite est hors-programme.

$*$ **Suites adjacentes.**

$*$ **Suites équivalentes.** définition.

à noter (programme officiel): "on se limite aux suites dont le terme général ne s'annule pas APCR"

$\rightarrow$ **Équivalents usuels:** soit (u_n) non nulle APCR et telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ alors: $\forall\alpha\in\mathbb{R}^*$,

$\sin(u_n)\sim u_n \quad \tan(u_n)\sim u_n \quad \cos(u_n)-1\sim -\dfrac{u_n^2}{2}, e^{u_n}-1\sim u_n \quad \ln(1+u_n)\sim u_n \quad \sqrt{1+u_n}-1\sim\dfrac{u_n}{2} \quad (1+u_n)^\alpha-1\sim\alpha u_n,$

$\rightarrow$ **Opérations:** transitivité, multiplication par un réel non nul, produit, quotient, élévation à une puissance constante.

$\rightarrow$ **Applications:** recherche de la limite, recherche de signe (APCR).

C. Suites $u_{n+1} = f(u_n)$ (monotonie)

À rajouter cette semaine : cas des les suites DIVERGENTES (raisonnement par l'absurde).

Chaque élève doit être muni de sa propre calculatrice.

D. Langage `Python`

boucle `while` : algorithmes de seuil.

Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage `python`) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :

   (a) Écrire une fonction `premier(M)` d'argument un réel M, et qui renvoie le premier entier $n\in\mathbb{N}$ tel que $n!\geqslant M$.
   (on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction factorial()...)

   (b) On considère la suite (u_n) définie par: $u_0 = 1$ et $\forall n\geqslant 1$, $u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{u_n}$.
   Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie le $n$ième terme de la suite.
   Écrire une fonction `seuil(M)` qui , pour tout réel M, renvoie le premier n tel que $u_n\geqslant M$.
   (on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction suite(n)...)

   (c) On considère la suite (S_n) définie par: $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$.
   Écrire une fonction `somme(n)` qui renvoie la valeur de S_n.
   Écrire une fonction `premier(M)` qui prend en argument un réel M (positif strictement) et qui renvoie le premier entier n tel que $S_n\geqslant M$. *(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction somme(n)...)*

2. Calcul de la limite d'une suite en utilisant un équivalent

3. etc ...