

## Semaine 16 : 2 au 6 février 2026

*les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...***B. Applications – applications bijectives**

À rajouter cette semaine :

\* **Applications surjectives:** définition; cas des fonctions usuelles; composée d'applications surjectives.→ **Une application est toujours surjective de  $E$  dans  $f(E)$** \* **Applications bijectives:** définition; cas des fonctions usuelles; composée d'applications bijectives.\* **Application réciproque:** définition, unicité; calcul de  $f^{-1}$ ; symétrie entre les courbes représentatives de  $f$  et  $f^{-1}$ 

→ courbes de arcsin, arccos et arctan

→ fonctions racines  $n$ -ième, suivant la parité de  $n$ .\* Soit  $f$  une application de  $E$  dans  $F$ . $f$  est bijective ssi il existe une application  $g : F \rightarrow E$  telle que  $f \circ g = id_F$  et  $g \circ f = id_E$ . Dans ce cas,  $g = f^{-1}$ .\* Soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux applications bijectives. Alors:(1)  $f^{-1}$  est bijective de  $F$  dans  $E$  et:  $(f^{-1})^{-1} = f$ . (2)  $g \circ f$  est bijective de  $E$  dans  $G$  et:  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ .**C. Langage Python**Bibliothèque `random` : `import random as rd`→ Fonctions `rd.randrange(n)`, `rd.randrange(a,b)` et `rd.randint(a,b)`**Déroulement de la colle :**

1. une question d'informatique (langage python) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :

(a) On effectue des lancers successifs d'un dé cubique non truqué. Écrire une fonction `jeu(valeur)` qui prend en argument une variable `valeur` (un entier compris entre 1 et 6) et qui renvoie le nombre de lancers nécessaires pour obtenir `valeur`.

(b) Un rat de laboratoire est soumis à l'expérience suivante:

il est enfermé dans une cage comportant quatre portes, derrière lesquelles se trouve un morceau de gruyère. Trois des quatre portes sont munies d'un dispositif envoyant au rat une décharge électrique s'il essaye de les franchir; la quatrième laisse le passage libre.

On suppose que le rat n'abandonne jamais. Écrire une fonction Python qui simule l'expérience aléatoire et renvoie le nombre d'essais effectués par le rat jusqu'à ce qu'il trouve la bonne porte.

(c) Un rat de laboratoire est soumis à l'expérience suivante:

il est enfermé dans une cage comportant quatre portes, derrière lesquelles se trouve un morceau de gruyère. Trois des quatre portes sont munies d'un dispositif envoyant au rat une décharge électrique s'il essaye de les franchir; la quatrième laisse le passage libre.

On suppose que le rat abandonne au bout de 20 essais. Écrire une fonction Python qui simule l'expérience aléatoire et renvoie :

- le nombre d'essais effectués par le rat s'il trouve la bonne porte au bout des 20 essais.
- 0 s'il ne trouve pas la bonne porte au bout des 20 essais.

(d) On considère la suite  $(S_n)$  définie par:  $\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ .Écrire une fonction `somme(n)` qui renvoie la valeur de  $S_n$ .Écrire une fonction `premier(M)` qui prend en argument un réel  $M$  (positif strictement) et qui renvoie le premier entier  $n$  tel que  $S_n \geq M$ . (on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction `somme(n)`...)

2. une question de cours parmi les suivantes :

(a) Montrer que la fonction carrée est bijective de  $] -\infty, 0]$  dans  $[0, +\infty[$ , et déterminer sa bijection réciproque.

(b) Définition et allure graphique de la fonction Arctangente.

(c) Définition de la racine  $n$ ième selon la parité de  $n$ .

(d) Montrer que la fonction Arctangente est impaire.

3. etc ...