Semaine 17 : 9 au 13 février 2026

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Applications – applications bijectives (voir semaine 16)

B. Dénombrement

$*$ Cardinal de la réunion de deux ou trois ensembles finis, de n ensembles finis **deux à deux disjoints**
  $\rightarrow$ **dénombrement en utilisant une partition / système complet.**
$*$ Cardinal du complémentaire; d'une partie.
  $\rightarrow$ **dénombrement par passage au complémentaire.**
$*$ Cardinal d'un produit cartésien.
$*$ ***Choix successifs de p éléments parmi n éléments, avec répétitions possibles:***
  p-liste de E: définition; il y a n^p p-listes de E.
$*$ ***Choix successifs de p éléments parmi n éléments, sans répétitions:***
  p-liste sans répétitions de E: définition; il y a $n(n-1)\dots(n-p+1) = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ $(p \leqslant n)$ p-listes sans répétitions de E.
$*$ ***Choix successifs de tous les éléments d'un ensemble à n éléments, sans répétitions:***
  permutation: liste de E contenant exactement une fois chaque élément de E; il y a $n!$ permutations de E.
$*$ Deux ensembles finis E et F sont de même cardinal ssi il existe une bijection entre E et F.
$*$ ***Choix simultanés de p éléments parmi n éléments ($p \leqslant n$):*** p-combinaison de E: définition; il y a $\dbinom{n}{p}$ p-combinaisons de E ; réinterprétation des propriétés des coefficients binômiaux.
$*$ Le nombre de parties d'un ensemble à n éléments est 2^n.
  $\rightarrow$ méthode du double décompte.

C. Probabilités : univers fini. – probabilité uniforme

$*$ **Événements:** $\mathcal{P}(\Omega)$ est l'ensemble des événements de l'expérience aléatoire d'univers Ω;
  événements incompatibles, événement contraire, système complet d'événements (s.c.e).
$*$ **Probabilité:** définition; propriétés: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, donc $P(\emptyset) = 0$, $P(B \setminus A) = P(B) - P(A \cap B)$, si $A \subset B$ alors $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$, $A \subset B \Rightarrow P(A) \leqslant P(B)$; probabilité de l'union de deux, trois événements, de n événements deux à deux incompatibles.
$*$ **Choix d'un modèle probabiliste:** (résultats admis)
  $*$ Soit Ω un ensemble FINI et $p_1, \dots, p_n$ des réels.
Il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ telle que $P(\{\omega_i\}) = p_i$, $\forall i = 1, \dots, n$ *si et seulement si*: $\forall i \in [|1, n|]$, $p_i \geqslant 0$ et $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. Quand elle existe, la probabilité P est unique et $\forall A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $P(A) = \displaystyle\sum_{k\,/\,\omega_k \in A} p_k = \sum_{k\,/\,\omega_k \in A} P(\{\omega_k\})$.
  $*$ Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ un espace probabilisable FINI, avec card $\Omega = n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).
Il existe une unique probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ pour laquelle les événements élémentaires sont équiprobables.
$\forall \omega \in \Omega$, $P(\{\omega\}) = \dfrac{1}{n}$ et pour tout événement A de Ω, $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$, P est appelée la *probabilité uniforme sur* Ω
$*$ **Probabilités conditionnelles:** définition (notation P_A); il s'agit bien d'une probabilité.

D. Langage `Python`

Listes : définition en extension , compréhension ; concaténation, `L.append()` , accès à un élément, sous-liste ; fonction `sum()`
Note aux colleurs : le parcours de liste n'est pas au programme de colle

Déroulement de la colle :

1. Une question d'informatique parmi :
   (a) On lance un dé équilibré dix fois. Écrire une fonction qui renvoie la liste des lancers successifs du dé.
   (b) On considère la suite (u_n) définie par: $u_0 = 1$ et $\forall n \geqslant 1$, $u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{u_n}$.
   Écrire une fonction qui renvoie la liste des n premiers termes de la suite (u_n).
   (c) On considère la suite (S_n) définie par: $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$.
   Écrire une fonction qui renvoie la liste des n premiers termes de la suite (S_n).

2. une question de cours parmi les suivantes :
   (a) Montrer que la fonction carrée est bijective de $]-\infty, 0]$ dans $[0, +\infty[$, et déterminer sa bijection réciproque.
   (b) Définition et allure graphique de la fonction Arctangente.
   (c) Définition de la racine $n$ième selon la parité de n.
   (d) Montrer que la fonction Arctangente est impaire.
3. etc ...