Semaine 18 : 26 février au 1er mars 2024

A. Suites réelles

∗ Suites majorées, minorées, bornées; suites monotones.
∗ **Suites convergentes:** définition ; propriétés ; unicité de la limite.
Note aux colleurs : les sous-suites d'indices pairs et impairs n'ont pas été traitées.
∗ Toute suite convergente est bornée (avec étude de la réciproque)
∗ Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers a et $b < a < c$ alors $b < u_n < c$ APCR (à partir d'un certain rang). (admise)
∗ Soit une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge vers ℓ; si $\ell > 0$ alors $u_n > 0$ APCR, et $u_n \geqslant \frac{\ell}{2}$ APCR; si $\ell < 0$ alors $u_n < 0$ APCR.
Citation programme officiel: "la définition d'une limite par (ε, n_0) est présentée mais aucune technicité ne pourra être exigée en la matière".
∗ Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites convergeant respectivement vers ℓ et ℓ'. Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant v_n$ alors $\ell \leqslant \ell'$.
∗ théorème d'encadrement.
∗ Si (u_n) converge vers 0 et (v_n) est bornée (APCR) alors $(u_n\, v_n)$ converge vers 0.
∗ **Suites monotones:** toute suite croissante et majorée converge; toute suite décroissante et minorée converge.
→ *Note aux colleurs : les suites adjacentes n'ont pas été traitées.*
∗ **Suites divergentes**:
∗ Suites qui divergent vers $+\infty/-\infty$: définition; suite divergente: définition.
∗ Soient deux suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telles que: $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant v_n$. (APCR suffit)
si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$ alors $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge aussi vers $+\infty$.
si $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $-\infty$ alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge aussi vers $-\infty$.
∗ Toute suite croissante et non majorée diverge vers $+\infty$; décroissante et minorée converge; décroissante et non minorée diverge vers $-\infty$.
∗ **Calcul de limite : révisions.** factorisation par le dominant, quantité conjuguée, croissances comparées.
Note aux colleurs : les équivalents n'ont pas été vus.

B. Suites $u_{n+1} = f(u_n)$ (monotonie)

Les calculatrices sont autorisées afin d'émettre des conjectures sur la monotonie et la convergence / divergence de la suite. Chaque conjecture doit savoir être démontrée. **Chaque élève doit être muni de sa propre calculatrice.**

C. Langage Python

Listes : parcours complet / incomplet sur les éléments / indices d'une liste ; **tris par insertion et sélection.**

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :

1. Soit `L` une liste de nombres de longueur `N`. Écrire une fonction **moyenne** qui renvoie la moyenne de ses éléments .
   La variance étant donnée par : $V(T) = \frac{1}{N}\sum_{x\in L}(x-\mu)^2$, écrire une fonction `ecarttype` qui renvoie l'écart-type de `L`, c'est-à-dire la racine de sa variance.
2. Écrire une fonction `recherchemax(L)` de paramètre une liste de nombres `L`, qui renvoie le maximum des éléments de `L`.
3. Tri par insertion.
   l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme sur un exemple simple.
4. Tri par sélection "non en place".
   l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme sur un exemple simple.

Puis une question parmi les suivantes, avant de passer aux exercices.

1. Étudier la convergence de la suite u définie par: $\forall n \geqslant 1$, $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{k+n^2}$.
2. Soit la suite u définie par: $u_0 > 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n\, e^{-u_n}$. On ADMET que (u_n) est décroissante et minorée par 0. Montrer que la suite u converge et déterminer sa limite.
3. Soit la suite u définie par: $u_0 > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$. On ADMET que la suite est bien définie et strictement positive. Montrer qu'elle diverge vers $+\infty$.