

Semaine 18 : 10 au 14 février 2025

A. Applications bijectives : révisions**B. Systèmes linéaires avec / sans paramètres**

* **Définitions:** système échelonné (en lignes), *pivot*, réduite de Gauss, *rang* d'un système linéaire (nb de pivots de sa réduite de Gauss)

→ A noter (programme officiel): on admet que le rang est indépendant du choix des pivots.

* **Résolution d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss.**

→ A noter (programme officiel): on se limite à la mise en pratique de la méthode; l'écriture formelle d'un algorithme de réduction n'est pas attendu du programme

Capacité exigible (programme officiel): mettre en place une recherche de pivots sur un système linéaire; mener une démarche de résolution d'un système linéaire.

C. Calcul matriciel

* définition, ensemble $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$; **Matrices particulières:** ligne, colonne, carrée; triangulaire supérieure, triangulaire inférieure, diagonale, symétrique, antisymétrique; matrice nulle de $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$; matrice identité (ou unité) de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

* **Opérations matricielles:** égalité, somme, multiplication par un scalaire; règles de calcul.

* **Produit matriciel:** définition, associativité, distributivité, élément neutre: pour tout $A \in \mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$, $AI_p = I_n A = A$; produit de deux matrices triangulaires inférieures / supérieures, de deux matrices diagonales.

→ **pièges du produit matriciel:** non commutatif, $AB = O \not\Rightarrow A = O$ ou $B = O$; $AB = AC \not\Rightarrow B = C$, même si $A \neq 0$...

* **Transposition:** définition, règles de calcul.

Note aux colleurs : les puissances matricielles et les matrices inversibles ne sont pas à ce programme de colles.

D. Langage python

Boucle `while` : algorithmes de seuil

Bibliothèque `random` : fonctions `randrange(a,b)` ; `randint(a,b)`

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

1. On considère la suite (S_n) définie par:

$$\forall n \in \mathbb{N}, S_n = \sum_{k=0}^n 2^k. \text{ Écrire une fonction } \text{premier}(M)$$

qui prend en argument un réel M (positif strictement) et qui renvoie le premier entier n tel que $S_n \geq M$.

2. On considère la suite (u_n) définie par:

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \geq 1, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}. \text{ Écrire une fonction } \text{seuil}(M)$$

qui, pour tout réel M , renvoie le premier n tel que $u_n \geq M$.

3. On effectue des lancers successifs d'un dé cubique non truqué.

Écrire une fonction `jeu(valeur)` qui prend en argument une variable `valeur` et qui renvoie le nombre de lancers nécessaires pour obtenir `valeur`.

4. Un rat de laboratoire est soumis à l'expérience suivante: il est enfermé dans une cage comportant quatre portes, derrière lesquelles se trouve un morceau de gruyère. Trois des quatre portes sont munies d'un dispositif envoyant au rat une décharge électrique s'il essaye de les franchir; la quatrième laisse le passage libre. On suppose que le rat n'abandonne jamais. Écrire une fonction Python qui simule l'expérience aléatoire et renvoie le nombre d'essais effectués par le rat jusqu'à ce qu'il trouve la bonne porte.

Puis calcul d'un produit matriciel,

Puis la résolution d'un système linéaire (avec ou sans paramètre) par la méthode du pivot de Gauss,

Puis passage aux exercices