Semaine 19 : 4 au 8 mars 2024

A. Suites réelles : voir semaine 18.

À rajouter cette semaine :

∗ **sous-suites d'indices pairs et impairs.**

→ Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ ssi les sous-suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ convergent vers ℓ.

A noter (programme officiel): la notion générale de suite extraite est hors-programme.

∗ **Suites adjacentes.**

∗ **Suites équivalentes.** définition.

à noter (programme officiel): "on se limite aux suites dont le terme général ne s'annule pas APCR"

→ **Équivalents usuels:** soit (u_n) non nulle APCR et telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ alors: $\forall\alpha\in\mathbb{R}^*$,

$\sin(u_n)\sim u_n \quad \tan(u_n)\sim u_n \quad \cos(u_n)-1\sim -\dfrac{u_n^2}{2}, e^{u_n}-1\sim u_n \quad \ln(1+u_n)\sim u_n \quad \sqrt{1+u_n}-1\sim\dfrac{u_n}{2} \quad (1+u_n)^\alpha-1\sim\alpha u_n,$

→ **Opérations:** transitivité, multiplication par un réel non nul, produit, quotient, élévation à une puissance constante.

→ **Applications:** recherche de la limite, recherche de signe (APCR).

B. Suites $u_{n+1}=f(u_n)$ (monotonie) : voir semaine 18

C. Langage Python

∗ **Tableaux :**

∗ **Listes** : **tris par insertion et sélection "en place" ou non.**

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :

1. Tri par insertion.
   l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme sur un exemple simple.
2. Tri par sélection "non en place".
   l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme sur un exemple simple.
3. Tri par sélection "en place".
   l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme sur un exemple simple.
4. Écrire une fonction `matid` qui permette de construire la matrice identité de taille $n\times n$.
   on n'utilisera pas la fonction `eye()`
5. Pour toute matrice carrée $A\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on appelle **trace de** A**, notée** $\mathrm{tr}(A)$ la somme de coefficients diagonaux de A, soit: $\mathrm{tr}(A)=\sum\limits_{k=1}^{n} a_{kk}$.
   Écrire une fonction `mattrace(A)` qui calcule la trace d'une matrice carrée A.
   on n'utilisera pas la fonction `trace()`
6. Écrire une fonction `determinant(A)` qui pour toute matrice $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ calcule et renvoie son déterminant.

Puis une question parmi les suivantes, avant de passer aux exercices.

1. Étudier la convergence de la suite u définie par: $\forall n\geqslant 1$, $u_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{n}{k+n^2}$.
2. Soit la suite u définie par: $u_0>0$ et $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=u_n\,e^{-u_n}$. On ADMET que (u_n) est décroissante et minorée par 0. Montrer que la suite u converge et déterminer sa limite.
3. Soit la suite u définie par: $u_0>0$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=u_n+\dfrac{1}{u_n}$. On ADMET que la suite est bien définie et strictement positive. Montrer qu'elle diverge vers $+\infty$.
4. Étude de la réciproque de : "toute suite convergente est bornée"
5. (difficile) $\forall n\in\mathbb{N}^*$, on pose : $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k}$. Montrer que (S_n) ne converge pas .
6. Limite de $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$