

Devoir Maison 8

À rendre mardi 19 mars 2024

Exercice 1 : Donner un équivalent simple de

1. $u_n = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$ quand $n \rightarrow +\infty$

2. $f(x) = \frac{\sin x \ln(1+x^2)}{x \tan x}$ quand $x \rightarrow 0$.

Exercice 2 : Calculer les limites suivantes si elles existent

1. $f(x) = \sqrt{4x+1} \ln \left(1 - \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} \right)$ quand $x \rightarrow +\infty$

2. $g(x) = \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{\sin x}{x - \sin x}}$ quand $x \rightarrow 0$.

Exercice 3 Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \sqrt{u_n}$$

1. Étudier la fonction $f(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{x}$ sur son ensemble de définition.
2. Déterminer le signe de $f(x) - x$ sur $[0, +\infty[$.
3. Tracer le dynamisme de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, en déduire des conjectures sur sa monotonie et sa limite.
4. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [0, 4]$.
5. Démontrer les conjectures émises à la question 3.