

Semaine 20 : 16 au 20 mars 2026
les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Calcul matriciel – voir S 19

À rajouter cette semaine :

* **Matrices inversibles**: définition; règles de calcul: $(A^{-1})^{-1} = A$, $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}$, $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$, A est inversible ssi A^T est inversible et $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

→ **existence et calcul de l'inverse par un polynôme annulateur**

→ **Déterminant d'une matrice carrée d'ordre deux**: définition; A est inversible ssi $\det A \neq 0$, et dans ce cas, expression de A^{-1} .

* Écriture matricielle d'un système linéaire; opérations élémentaires sur les lignes de la matrice représentant le système; résolution matricielle d'un système linéaire.

* **Rang d'une matrice**: définition, propriétés: $rg(A) \leq \min(n, p)$, $rg(A) = rg(A^T)$.

→ **Existence de l'inverse d'une matrice** $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$: A inversible ssi tout système linéaire de matrice A est de Cramer ssi $rg(A) = n$.

→ cas particulier des matrices 2×2 : A inversible ssi $\det A \neq 0$ ssi $rg(A) = 2$.

→ **Calcul pratique de l'inverse d'une matrice**: par résolution de systèmes linéaires.

Note aux colleurs: la méthode de Gauss-Jordan n'a pas été traitée.

Citation du programme officiel: "la description d'un algorithme d'inversion de matrices n'est pas un attendu du programme"

C. Langage Python

Parcours de liste : complet / incomplet ; indices / éléments

Déroulement de la colle :

1. Une question d'informatique parmi :

- (a) Écrire une fonction `nombre(L, a)` de paramètres L une liste et a une variable, qui renvoie le nombre de a que contient L .
- (b) Écrire une fonction `recherchemax(L)` de paramètre une liste de nombres L , qui renvoie le maximum des éléments de L .
- (c) Écrire une fonction `position(L, a)` de paramètres L une liste et a une variable, qui renvoie:
 - **introuvable** si a n'est pas dans la liste.
 - la (première) position de a s'il y est (plusieurs fois).
- (d) Écrire une fonction `remplace(L)` d'argument une liste de nombres L qui remplace tous les 0 qu'elle contient par des 1.

2. Calcul de l'inverse d'une matrice carrée d'ordre trois.

3. une question de cours parmi les suivantes :

- (a) Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ inversible. Montrer que son inverse est unique .
- (b) Montrer que : si A et B sont deux matrices non nulles de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ telles que $AB = O$ alors ni A ni B ne sont inversibles.
- (c) soit la matrice $M = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. On admet qu'elle vérifie $M^2 + M - 2I = O_3$. Montrer que M est inversible et déterminer son inverse.
- (d) Puissances d'une matrice diagonale (avec preuve)
- (e) Soient P , A et D trois matrices carrées d'ordre n telles que P est inversible et $D = P^{-1} A P$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, A^n = P D^n P^{-1}$.

4. etc ...