

Semaine 20 : 10 au 14 mars 2025

A. Calcul matriciel

À rajouter cette semaine :

* Écriture matricielle d'un système linéaire; opérations élémentaires sur les lignes de la matrice représentant le système; résolution matricielle d'un système linéaire.

* **Rang d'une matrice:** définition, propriétés: $rg(A) \leq \min(n, p)$, $rg(A) = rg(A^T)$.

→ **Existence de l'inverse d'une matrice** $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$: A inversible ssi tout système linéaire de matrice A est de Cramer ssi $rg(A) = n$.

→ cas particulier des matrices 2×2 : A inversible ssi $\det A \neq 0$ ssi $rg(A) = 2$.

→ **Calcul pratique de l'inverse d'une matrice:** par résolution de systèmes linéaires.

Note aux colleurs: la méthode de Gauss-Jordan n'a pas été traitée.

Citation du programme officiel: "la description d'un algorithme d'inversion de matrices n'est pas un attendu du programme"

B. Dénombrement

* Cardinal de la réunion de deux ou trois ensembles finis, de n ensembles finis **deux à deux disjoints**

→ **dénombrement en utilisant une partition / système complet.**

* Cardinal du complémentaire; d'une partie.

→ **dénombrement par passage au complémentaire.**

* Cardinal d'un produit cartésien.

* **Choix successifs de p éléments parmi n éléments, avec répétitions possibles:**

p -liste de E : définition; il y a n^p p -listes de E .

* **Choix successifs de p éléments parmi n éléments, sans répétitions:**

p -liste sans répétitions de E : définition; il y a $n(n-1)\dots(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$ ($p \leq n$) p -listes sans répétitions de E .

* **Choix successifs de tous les éléments d'un ensemble à n éléments, sans répétitions:**

permutation: liste de E contenant exactement une fois chaque élément de E ; il y a $n!$ permutations de E .

* Deux ensembles finis E et F sont de même cardinal ssi il existe une bijection entre E et F .

* **Choix simultanés de p éléments parmi n éléments ($p \leq n$):** p -combinaison de E : définition; il y a $\binom{n}{p}$ p -combinaisons de E

Note aux colleurs : la méthode par double décompte n'est pas au programme

C. Langage python

Listes :

définition en extension / compréhension ; accès aux éléments par indices ; slicing ; concaténation; fonctions `sum(L)`, `L.append(a)`

Note aux colleurs : le parcours (complet ou incomplet) d'une liste par éléments ou indices n'est pas au programme de colles

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

- | | |
|--|--|
| <p>1. On se donne une liste L de longueur 10.
Créer la liste des 4 derniers éléments de L
Créer la liste constituée des 3 premiers éléments de L et des 2 derniers.</p> | <p>Écrire une fonction qui renvoie la liste des n premiers termes de la suite (u_n).</p> |
| <p>2. On considère la suite (u_n) définie par:</p> | <p>3. On lance un dé équilibré dix fois. Écrire un script qui renvoie la liste des lancers successifs du dé.</p> |

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \geq 1, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}.$$

Puis le calcul de l'inverse d'une matrice carrée d'ordre trois

Puis passage aux exercices