

Devoir Maison 9

À rendre vendredi 29 mars 2024

Exercice 1 : Déterminer la limite en $+\infty$ de :

$$f(x) = \left(\sqrt{1 + \tan(e^{-x})} \right)^{x \sin x}$$

Exercice 2 : Pour tout entier naturel n non nul, on définit la fonction f_n , par: $\forall x \in \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{1}{1 + e^x} + n x$.

1. Étudier f_n sur son ensemble de définition. (tableau de variations et limites incluses)
2. Dans cette question uniquement, on fixe $n = 1$. Tracer l'allure de la courbe de f_1 .
(on admet qu'en 0, la courbe est en dessous de sa tangente avant 0 puis au dessus après)
3. (a) Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $f_n(x) = 0$ possède une seule solution sur \mathbb{R} , notée u_n .
(b) Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{-1}{n} < u_n < 0$.
(c) En déduire la limite de la suite (u_n) .
(d) Déterminer la monotonie de la suite (u_n) .
(e) Déterminer un équivalent de u_n .
4. En utilisant un algorithme de dichotomie, écrire une fonction Python qui, pour tout entier naturel n non nul, renvoie une valeur approchée de u_n à 10^{-2} près.