

Semaine 23 : 31 mars au 4 avril 2025

A. Fonctions : limites (voir semaine 22)**B. Fonctions : continuité**

* **Fonction continue en un point:** définition; continuité à gauche, à droite; exemples des fonctions valeur absolue et partie entière.

* **Prolongement par continuité**

* **Opérations:** somme, produit, quotient, composée de fonctions continues.

* **Théorèmes des valeurs intermédiaires (ADMIS);** l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle ; L'image d'un segment par une fonction continue est un segment; toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

* **Bijections continues:** Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I alors f réalise une bijection de I dans l'intervalle image $J = f(I)$.

La bijection réciproque $f^{-1} : J \rightarrow I$ est continue, strictement monotone (de même monotonie que f) sur J .

→ *définition, monotonie, continuité et tableau de variations de la fonction arctan*

* **Théorème de bijection :** Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle I , alors $\forall k \in J = f(I)$, l'équation $f(x) = k$ admet une *unique* solution dans I .

→ **étude de suites implicites.**

C. Langage python

Tableaux : bibliothèque `numpy`; accès aux éléments, à la taille d'un tableau ; nombre de lignes / colonnes d'un tableau. Parcours de tableau (sur les indices).

Note aux colleurs : la création d'un tableau de "grande" taille n'est pas au programme de colles

Listes : tri par insertion

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

- | | |
|--|---|
| 1. Écrire une fonction <code>determinant(A)</code> qui pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, calcule et renvoie son déterminant. | Écrire une fonction <code>mattrace(A)</code> qui calcule la trace d'une matrice carrée A . |
| 2. Pour toute matrice carrée $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on appelle trace de A la somme de coefficients diagonaux de A , soit: $\sum_{k=1}^n a_{kk}$. | 3. Écrire une fonction <code>moyenne(A)</code> qui renvoie la moyenne des coefficients du tableau A . |
| | 4. Tri par insertion : algorithme et explications sur un exemple. |

Puis une question de cours parmi les suivantes, puis passage aux exercices :

- | | |
|---|--|
| 1. Montrer que : $\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x ^\beta = 0$ | $(x \mapsto x^\alpha), \alpha \in \mathbb{R}^*$. |
| 2. Montrer que : $\forall \alpha > 0, \forall a > 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} x ^\alpha a^x = 0$ | 4. Montrer le résultat suivant: si f continue sur un intervalle I et ne s'annule pas sur I alors f est de signe constant sur I . |
| 3. Étude d'un prolongement par continuité en 0 de | |