

Semaine 23 : 7 au 10 avril 2026*les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...***A. Fonctions : continuité (voir semaine 22)****B. Variables aléatoires FINIES*** **VAR finie:** définition; s.c.e associé.* **Loi de probabilité:** définition, loi d'une composée;Soit $A = \{x_1, \dots, x_n\}$ une partie finie de \mathbb{R} . Soit $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. f est une loi de probabilité ssi $\forall x \in A, f(x) \geq 0$ et $\sum_{x \in A} f(x) = 1$.* **Fonction de répartition:** définition, représentation graphique;Soit X une v.a finie. On note $X(\Omega) = \{x_1, \dots, x_n\}$. Alors: $f_X(x_1) = F_X(x_1)$ et $\forall k \in \llbracket 2, n \rrbracket, f_X(x_k) = F_X(x_k) - F_X(x_{k-1})$
→ **loi d'un max/min**→ *A noter (programme officiel): "les propriétés générales des fonctions de répartition (continuité à droite, limites ...) ne sont pas au programme"** **Espérance:** définition; **théorème du transfert;** propriétés (positivité, linéarité); VA centrée* **Variance:** définition; formule de K-H ; propriétés; VA réduite.* **écart-type:** définition.* **Lois usuelles:** VA certaine; loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$, $n \in \mathbb{N}^*$ (définition, modèle probabiliste, espérance); lois de Bernoulli (définition, modèle probabiliste, espérance, variance),→ *A noter (programme officiel): "la formule de la variance d'une variable de loi uniforme n'est pas un attendu du programme"*→ *Note aux colleurs : la loi binomiale n'est pas au programme de colles; l'indépendance non plus***C. Langage Python****Tableaux à deux dimensions :** bibliothèque `numpy` ; création de tableaux de petite taille par la fonction `array()`; accès aux éléments d'un tableau ; fonctions `size(T,0)` et `size(T,1)`**algorithme de dichotomie****Déroulement de la colle :**

1. Une question d'informatique parmi :

(a) Pour toute matrice carrée $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on appelle **trace de A, notée** $\text{tr}(A)$ la somme de coefficients diagonaux de A , soit: $\text{tr}(A) = \sum_{k=1}^n a_{kk}$.Écrire une fonction `mattrace(A)` qui calcule la trace d'une matrice carrée A .(b) Écrire une fonction `determinant(A)` qui pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, calcule et renvoie son déterminant. Écrire alors une fonction `test_inversible(A)` qui teste si la matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ est inversible.

(c) algorithme de dichotomie : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.

2. une question de cours parmi les suivantes :

(a) Montrer que: $E(aX + b) = aE(X) + b$, où X est une v.a, a et b sont deux réels.

(b) Formule de Koenig-Huygens , avec preuve.

(c) Soit $a \leq X \leq b$. Montrer que $a \leq E(X) \leq b$.(d) Loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$: définition, modèle probabiliste associé, calcul de l'espérance.(e) Loi de Bernoulli de paramètre p : définition, modèle probabiliste associé, calcul de l'espérance.

3. etc ...