

Constante de temps caractéristique du circuit RC série - CORRIGE

- 1- Par définition, $\tau = R \times C$.

AN $\rightarrow \tau = 560 \times 25,0 \cdot 10^{-9}$

soit $\tau = 1,40 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 14,0 \mu\text{s}$

L'incertitude sur τ est donnée par la relation $u(\tau) = \tau \times \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2}$ avec $u(R) = \frac{0,01 R}{\sqrt{3}}$ et $u(C) = \frac{0,01 C}{\sqrt{3}}$, ce qui conduit à : $u(\tau) = \tau \times \sqrt{\left(\frac{0,01}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{\sqrt{3}}\right)^2}$

AN $\rightarrow u(\tau) = 1,4 \cdot 10^{-5} \times \sqrt{\left(\frac{0,01}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{\sqrt{3}}\right)^2}$ soit $u(\tau) = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 0,2 \mu\text{s}$

Finalement, on écrira : $\tau = (14,0 \pm 0,2) \mu\text{s}$

- 2- La charge et la décharge du condensateur sont atteints au bout d'une durée Δt égale à 5τ , soit $\Delta t = 70,0 \mu\text{s}$.

- 3- On assistera à la **CHARGE du condensateur** lorsque la **tension aux bornes du GBF est non nulle**, c'est-à-dire sur l'intervalle de temps $\left[0; \frac{T}{2}\right]$.

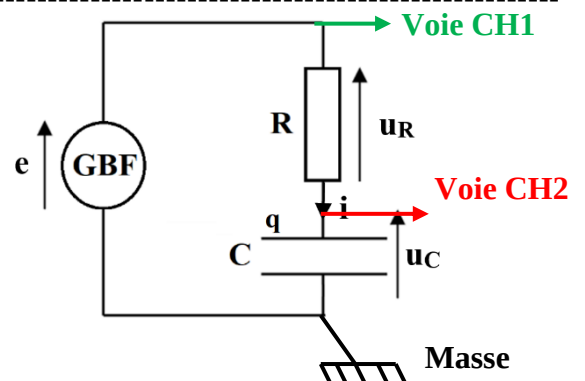
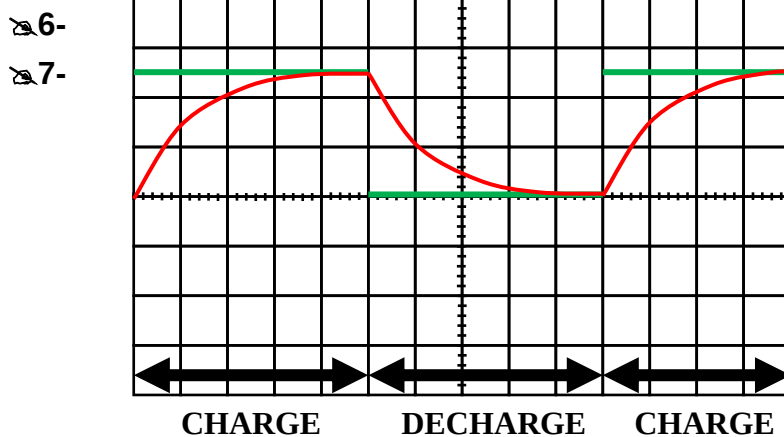
On assistera à la **DECHARGE du condensateur** lorsque la **tension aux bornes du GBF est nulle**, c'est-à-dire sur l'intervalle de temps $\left[\frac{T}{2}; T\right]$.

- 4- Une fréquence $f = 5,00 \text{ kHz} = 5,00 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ correspond à une période $T = 1 / f$.

AN $\rightarrow T = 1 / 5,00 \cdot 10^3$ soit $T = 2,00 \cdot 10^{-4} \text{ s} = 200 \mu\text{s}$

Les intervalles de temps $\left[0; \frac{T}{2}\right]$ et $\left[\frac{T}{2}; T\right]$ durent tous les deux une demi-période, c'est à dire $\frac{T}{2} = 100 \mu\text{s}$. Cette durée est **plus grande que la durée $\Delta t = 70,0 \mu\text{s}$** pour que le régime permanent de charge ou de décharge soit atteint. On assistera donc bien à la charge et à la décharge complète du condensateur.

- 5- On visualise : # **voie 1 : $u_C + u_R = e$**
voie 2 : u_C



Base de temps : $20 \mu\text{s/div}$
Sensibilité verticale de la voie CH1 : 2 V/div
Sensibilité verticale de la voie CH2 : 2 V/div

- 8- Lorsque $t = \tau$, alors $u_C = u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E \times (1 - e^{-1}) = 0,63 \times E$

Or, lorsque le condensateur est chargé, sa tension finale vaut E . La valeur de la tension aux bornes du condensateur lorsque $t = \tau$ valant $0,63 \times E$, c'est bien 63 % de la valeur finale.

Lorsque $t = \tau$, **le condensateur est donc bien chargé à hauteur de 63 %.**

- 8- • **Détermination expérimentale de la valeur de τ :**

Ici, $E = 5,0 \text{ V}$. Donc à $t = \tau$, $u_C = 0,63 \times 5,0$, soit $u_C = 3,15 \text{ V}$.

Pour repérer graphiquement τ , on cherche donc la date t pour laquelle $u_C = 3,15$ V. Graphiquement, on lit **$\tau = 14,80 \mu s$** .

• **Incertitude $u(\tau)$ sur la valeur mesurée de τ** :

Quand on fait la mesure de τ , on place un curseur vertical correspondant à $u_C = 0$ V et un autre curseur vertical correspondant à $u_C = 3,15$ V. Il y a donc une double erreur de lecture de graduation lors de cette mesure. Dans ce cas, l'incertitude $u(\tau)$ est telle que :

$$u(\tau) = \sqrt{u(\text{premier curseur})^2 + u(\text{deuxieme curseur})^2}$$

Or, l'incertitude de lecture avec un curseur étant liée aux graduations :

$$u(\text{premier curseur}) = u(\text{deuxieme curseur}) = u(\text{graduation}) \\ = \frac{\text{moitié de la plus petite graduation}}{\sqrt{3}} = \frac{\text{plus petite graduation}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{On a donc : } u(\tau) = \sqrt{\left(\frac{\text{plus petite graduation}}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\text{plus petite graduation}}{2\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(\tau) = \sqrt{2 \left(\frac{\text{plus petite graduation}}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4 \times 3} (\text{plus petite graduation})^2}$$

$$\text{soit } u(\tau) = \frac{\text{plus petite graduation}}{\sqrt{6}}$$

Sur le calibre utilisé pour réaliser la mesure, on constate que la plus petite « graduation » de l'oscilloscope vaut **$0,20 \mu s$** .

$$AN \rightarrow u(\tau) = \frac{0,20}{\sqrt{6}} = 0,09 \mu s$$

• **Expression finale du résultat** : **$\tau = (14,80 \pm 0,09) \mu s$**

9- On calcule l'écart normalisé entre la valeur obtenue à la question 1- $\{\tau_1 = (14,0 \pm 0,2) \mu s\}$ et celle obtenue à la question 8- $\{\tau_8 = 14,80 \pm 0,09 \mu s\}$ par la formule :

$$EN = \frac{|\tau_1 - \tau_8|}{\sqrt{u(\tau_1)^2 + u(\tau_8)^2}} \quad AN \rightarrow EN = \frac{|14,0 - 14,80|}{\sqrt{0,2^2 + 0,09^2}} \quad \text{soit } EN = 3,6$$

Cette valeur de EN supérieure à 2 montre un écart non négligeable entre la valeur théorique de τ déterminée à la question 1- et sa valeur expérimentale déterminée à la question 8-.

8bis- On cherche la date $t_{1/2}$ pour laquelle le condensateur est à moitié chargé. Or, quand il est chargé, la tension à ses bornes vaut E ; **quand il est à moitié chargé, la tension à ses bornes vaudra donc $E / 2$** .

A l'instant de date $t_{1/2}$, on a donc $u_C = E / 2$.

Or, à ce même instant, $u_C = u_C(t_{1/2}) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}\right)$.

Or, à ce même instant, $\frac{E}{2} = E \times \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = 1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} \Leftrightarrow e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} = \frac{1}{2}$

$$\text{soit } -\frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln(2) \Leftrightarrow t_{1/2} = \tau \times \ln(2)$$

9bis- • **Détermination expérimentale de la valeur de $t_{1/2}$** :

Ici, $E = 5,00$ V. Donc à $t = t_{1/2}$, $u_C = 0,5 \times 5,0$, soit **$u_C = 2,5$ V**.

Pour repérer graphiquement $t_{1/2}$, on cherche donc la date t pour laquelle $u_C = 2,5$ V. Graphiquement, on lit **$t_{1/2} = 10,20 \mu s$** .

• **Détermination expérimentale de la valeur de τ** :

Comme $t_{1/2} = \tau \times \ln(2)$, alors $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$ Ici, on a donc : $\tau = 10,20 / \ln(2)$, soit **$\tau = 14,71 \mu s$**

• **Incertitude $u(\tau)$ sur la valeur mesurée de τ** :

Quand on fait la mesure de $t_{1/2}$, on place un curseur vertical correspondant à $u_C = 0$ V et un autre curseur vertical correspondant à $u_C = 2,5$ V. Il y a donc une double erreur de lecture de graduation lors de cette mesure. Dans ce cas, l'incertitude $u(t_{1/2})$ est telle que :

$$u(t_{1/2}) = \sqrt{u(\text{premier curseur})^2 + u(\text{deuxieme curseur})^2}$$

De même qu'à la question 8-, on a donc :

$$u(t_{1/2}) = \frac{\text{plus petite graduation}}{\sqrt{6}}$$

Or, la valeur de τ a été obtenue par un calcul faisant intervenir $t_{1/2}$ selon : $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}$.

L'incertitude $u(\tau)$ est donc reliée à l'incertitude $u(t_{1/2})$ par la formule : $u(\tau) = \frac{u(t_{1/2})}{\ln(2)}$. Cela conduit donc bien à la relation :

$$u(\tau) = \frac{\text{plus petite graduation}}{\sqrt{6} \times \ln(2)}$$

Sur le calibre utilisé pour réaliser la mesure, on constate que la plus petite « graduation » de l'oscilloscope vaut **0,20 μ s**.

$$AN \rightarrow u(\tau) = \frac{0,20}{\sqrt{6} \times \ln(2)} = 0,2 \mu s$$

• **Expression finale du résultat : $\tau = (14,7 \pm 0,2) \mu s$**

10bis- On calcule l'écart normalisé entre la valeur obtenue à la question 1- $\{\tau_1 = (14,0 \pm 0,2) \mu s\}$ et celle obtenue à la question 11- $\{\tau_{11} = (14,7 \pm 0,2) \mu s\}$ par la formule :

$$EN = \frac{|\tau_1 - \tau_{11}|}{\sqrt{u(\tau_1)^2 + u(\tau_{11})^2}}$$

$$AN \rightarrow EN = \frac{|14,0 - 14,7|}{\sqrt{0,2^2 + 0,2^2}} \quad \text{soit } EN = 2,5$$

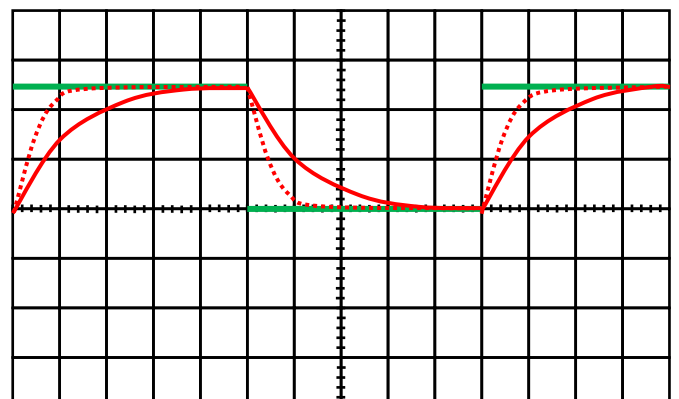
Cette valeur de EN assez proche de 2 prouve un bon accord entre la valeur théorique de τ déterminée à la question 1- et sa valeur expérimentale déterminée à la question 11-.

11- On souhaite que la charge et la décharge du condensateur soient deux fois plus rapides qu'avec les réglages de R et de C précédents. Cela signifie donc qu'**on veut que la valeur de τ soit deux fois plus petite** : celle-ci doit donc passer de 14 μ s à 7 μ s.

La valeur de τ étant proportionnelle à celle de R et celle de C, on peut donc par exemple :

- **diviser la valeur de R par 2 en maintenant la valeur de C constante**, ce qui conduirait au couple $R = 280 \Omega$; $C = 25$ nF ;
- **diviser la valeur de C par 2 en maintenant la valeur de R constante**, ce qui conduirait au couple $R = 560 \Omega$; $C = 12,5$ nF ;
- **multiplier la valeur de C par 2 en divisant celle de R par 4**, ce qui conduirait au couple $R = 140 \Omega$; $C = 50$ nF ;

12- On obtient la courbe en pointillés rouge dessinée ci-contre.

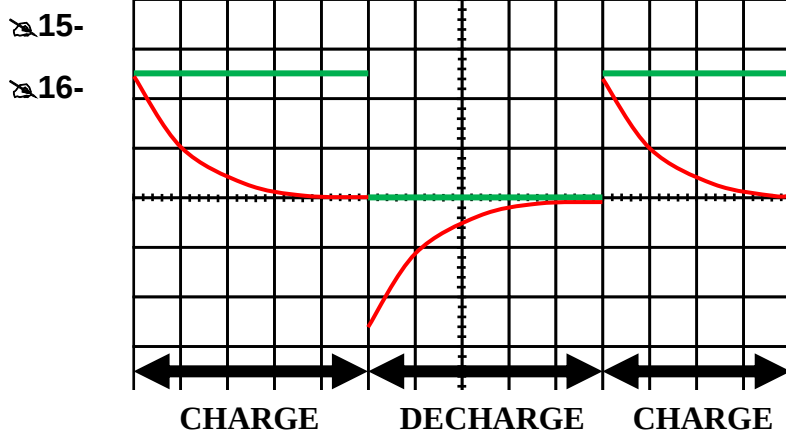
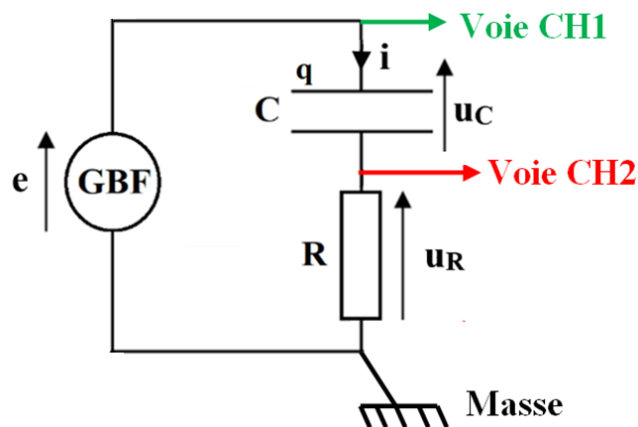


Base de temps : 20 μs /div
Sensibilité verticale de la voie CH1 : 2 V/div
Sensibilité verticale de la voie CH2 : 2 V/div

- 13- On visualise : # **voie 1 : $u_C + u_R = e$**
voie 2 : u_R

- 14- D'après la loi d'Ohm, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique s'écrit $u_R = R \times i$ en convention récepteur ; R étant une constante, **les variations de u_R sont les mêmes que celles de i , au coefficient R près.**

Si on veut retrouver les valeurs de i , il suffit de diviser chaque valeur de u_R par R .



Base de temps : 20 $\mu\text{s}/\text{div}$
Sensibilité verticale de la voie CH1 : 2 V/div
Sensibilité verticale de la voie CH2 : 2 V/div

- 17- On constate que lors de la charge, $u_R > 0$; comme $i = u_R / R$ avec $R > 0$, on en déduit que **lors de la charge, l'intensité du courant électrique est de signe positif.**

On constate que lors de la décharge, $u_R < 0$; comme $i = u_R / R$ avec $R > 0$, on en déduit que **lors de la décharge, l'intensité du courant électrique est de signe négatif.**

- 18- # Au tout début de la charge, on lit $u_{R0, \text{Charge}} = 5,0 \text{ V}$. Or, $R = 560 \Omega$. On en déduit donc que : $i_{0, \text{Charge}} = u_{R0, \text{Charge}} / R$.
AN $\rightarrow i_{0, \text{Charge}} = 5,0 / 560$, soit $i_{0, \text{Charge}} = 0,0089 \text{ A} = 8,9 \text{ mA}$.

Au tout début de la décharge, on lit $u_{R0, \text{Décharge}} = -5,0 \text{ V}$. Or, $R = 560 \Omega$. On en déduit donc que : $i_{0, \text{Décharge}} = u_{R0, \text{Décharge}} / R$.

AN $\rightarrow i_{0, \text{Décharge}} = -5,0 / 560$, soit $i_{0, \text{Décharge}} = -0,0089 \text{ A} = -8,9 \text{ mA}$.

- 19- En convention récepteur, $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \times u_C)}{dt} = C \times \frac{d(u_C)}{dt}$.

• Or, lors de la **CHARGE** du condensateur, $u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$\text{donc } \frac{d(u_C)}{dt} = \frac{d\left(E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right)}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{soit } i(t) = C \times \frac{d(u_C)}{dt} = C \times \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{et finalement, } \boxed{i(t) = \frac{E}{R} \times e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

• De même, lors de la **DECHARGE** du condensateur, $u_C(t) = E \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\text{donc } \frac{d(u_C)}{dt} = \frac{d\left(E \times e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} = -\frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{soit } i(t) = C \times \frac{d(u_C)}{dt} = C \times \left(-\frac{E}{\tau}\right) \times e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{et finalement, } \boxed{i(t) = -\frac{E}{R} \times e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- 20- En remplaçant t par 0, E par 5,0 V, R par 560 Ω et τ par $14 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ dans les deux expressions précédentes, on obtient bien $i_{0, \text{Charge}} = 8,9 \text{ mA}$ et $i_{0, \text{Décharge}} = -8,9 \text{ mA}$.