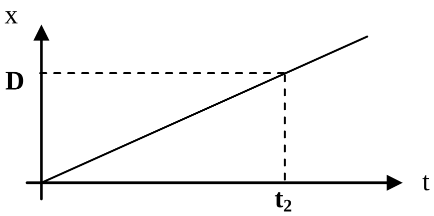
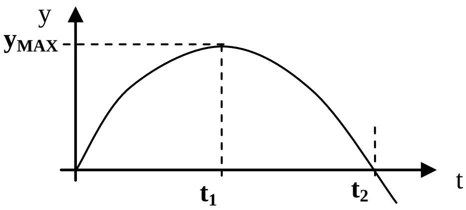
TP Physique 10 **BCPST 1C**

Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme - CORRIGE

	Courbe x = f(t)	Courbe y = f(t)
Allure du graphique		
Expression du modèle	$x = a \times t$	$y = b \times t + c \times t^2$
Coefficients de la modélisation (avec leurs unités)	$a = 2{,}12\ m.s^{-1}$	$b = 2{,}25\ m.s^{-1}$ $c = -\ 4{,}89\ m.s^{-2}$

✍**1-** Pour modéliser « x = f(t) », on choisit une fonction linéaire du type **$x = a \times t$**.

Or, notre système partant d'un point A (x_A ; y_A) confondu avec l'origine du repère, l'expression de « **x** » proposée dans le ***Document 1*** est **$x = v_0.\cos(\alpha) \times t$**.

Elle est donc bien du type **$x = a \times t$** avec **$a = v_0.\cos(\alpha)$**

✍**2-** Pour modéliser « y = f(t) », on choisit une fonction parabolique du type **$y = b \times t + c \times t^2$**.

Or, notre système partant d'un point A (x_A ; y_A) confondu avec l'origine du repère, l'expression de « **y** » proposée dans le ***Document 1*** est **$y = -\ 0{,}5\ g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$**.

Elle est donc bien du type **$y = b \times t + c \times t^2$** avec **$b = v_0.\sin(\alpha)$** et **$c = -\ 0{,}5\ g$**.

✍**3-** Seul le coefficient de modélisation **c** fait référence à la grandeur « **g** ». On a **$c = -\ 0{,}5\ g$**. On en déduit donc que $\boxed{g = -\ 2\ c}$, soit **$g = -\ 2 \times (-\ 4{,}89)$**, ce qui conduit à **$g = 9{,}78\ m.s^{-2}$**.

La valeur qu'on obtient est bien **en accord avec la valeur théorique** attendue $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

✍**4-** Les coefficients de modélisation a et b font tous les deux référence à « **v_0** » et à « **α** ». On peut trouver la valeur de ces deux grandeurs en résolvant un système :

$a = v_0.\cos(\alpha)$ et **$b = v_0.\sin(\alpha)$** Donc **$b / a = \tan(\alpha)$** soit $\boxed{\alpha = \arctan(b/a)}$

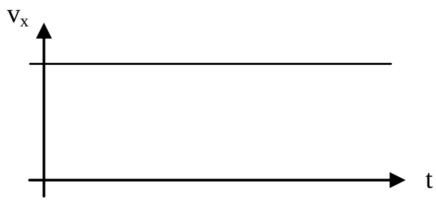
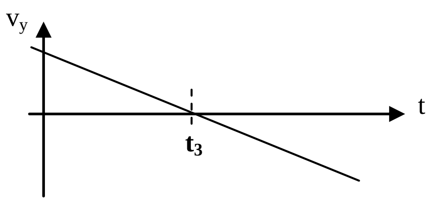
AN → **$\alpha = \arctan(2{,}25/2{,}12)$** soit **$\alpha = 46{,}7\ °$**

La valeur de **v_0** se déduit alors du coefficient **a** ou du coefficient **b**. Par exemple $\boxed{v_0 = a / \cos(\alpha)}$

AN → **$v_0 = 2{,}12 / \cos(46{,}7°)$** soit **$v_0 = 3{,}09\ m.s^{-1}$**

✍**5-** On lit : - Altitude **y_{MAX}** la plus haute atteinte par la balle : **$y_{MAX} = 257\ mm$** ;
- La date **t_1** à laquelle la balle atteint cette altitude la plus haute : **$t_1 = 230\ ms$** ;
- La date **t_2** pour laquelle la balle repasse par l'altitude **y = 0** : **$t_2 = 460\ ms$** ;
- La portée **D** de la balle (distance horizontale séparant les 2 points d'altitude y = 0) : **D = 976 mm**.

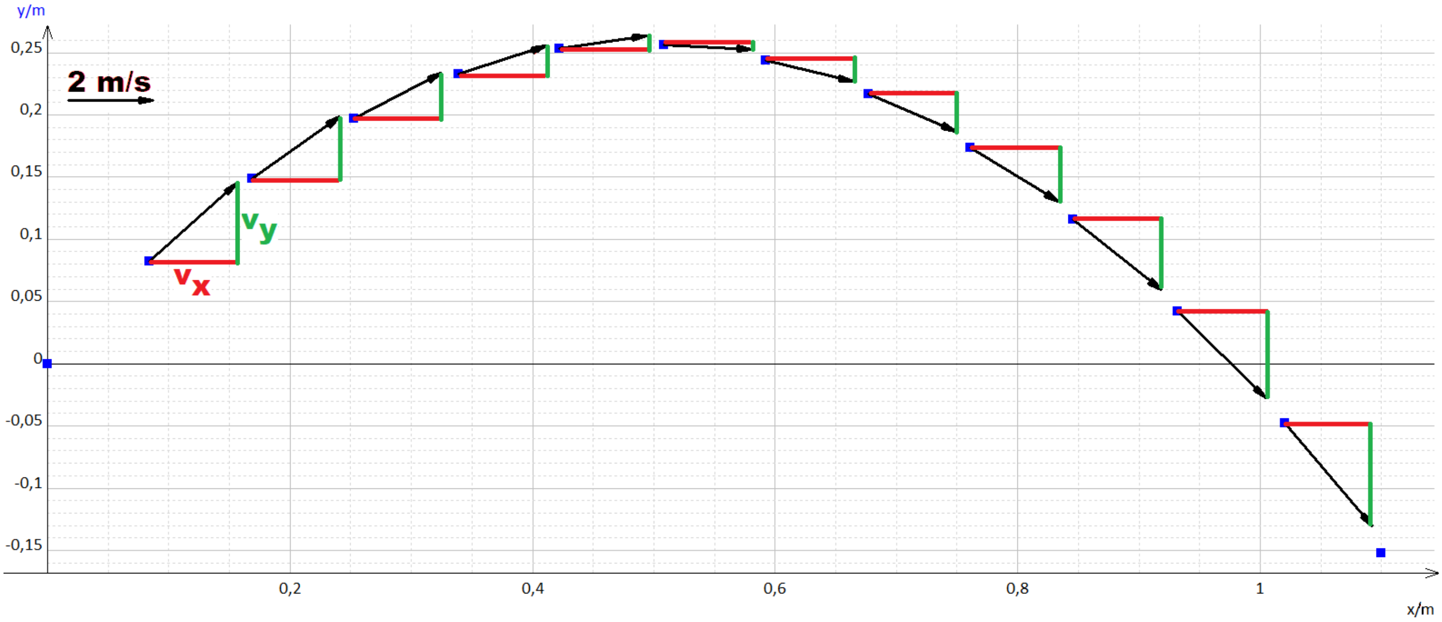
✍**6-** Par définition, $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$. On obtient donc respectivement v_x et v_y en dérivant temporellement les coordonnées *x* et *y* du vecteur position.

	Courbe v_x = f(t)	Courbe v_y = f(t)
Allure du graphique		
Expression du modèle	$v_x = b_1$	$v_y = a_2 + b_2 \times t$
Coefficients de la modélisation (avec leurs unités)	$b_1 = 2{,}12\ m.s^{-1}$	$a_2 = 2{,}25\ m.s^{-1}$ $b_2 = -\ 4{,}89\ m.s^{-2}$

✍7- Le ***Document 1*** précise que $\mathbf{v_x = v_0 \times \cos(\alpha)}$ avec $\mathbf{v_0}$ et $\boldsymbol{\alpha}$ deux constantes. On devait donc s'attendre à ce que la **<u>valeur de v_x soit une constante quel que soit t</u>**.

✍8- Le ***Document 1*** précise que $\mathbf{v_y = - g\ t + v_0 \times \sin(\alpha)}$ avec **g**, $\mathbf{v_0}$ et $\boldsymbol{\alpha}$ trois constantes. On devait donc s'attendre à ce que **<u>v_y(t) soit une fonction affine décroissante</u>** (car – g < 0).

✍9- **a)** $\mathbf{v_x}$ représente l'abscisse du vecteur vitesse ; $\mathbf{v_y}$ représente l'ordonnée du vecteur vitesse.



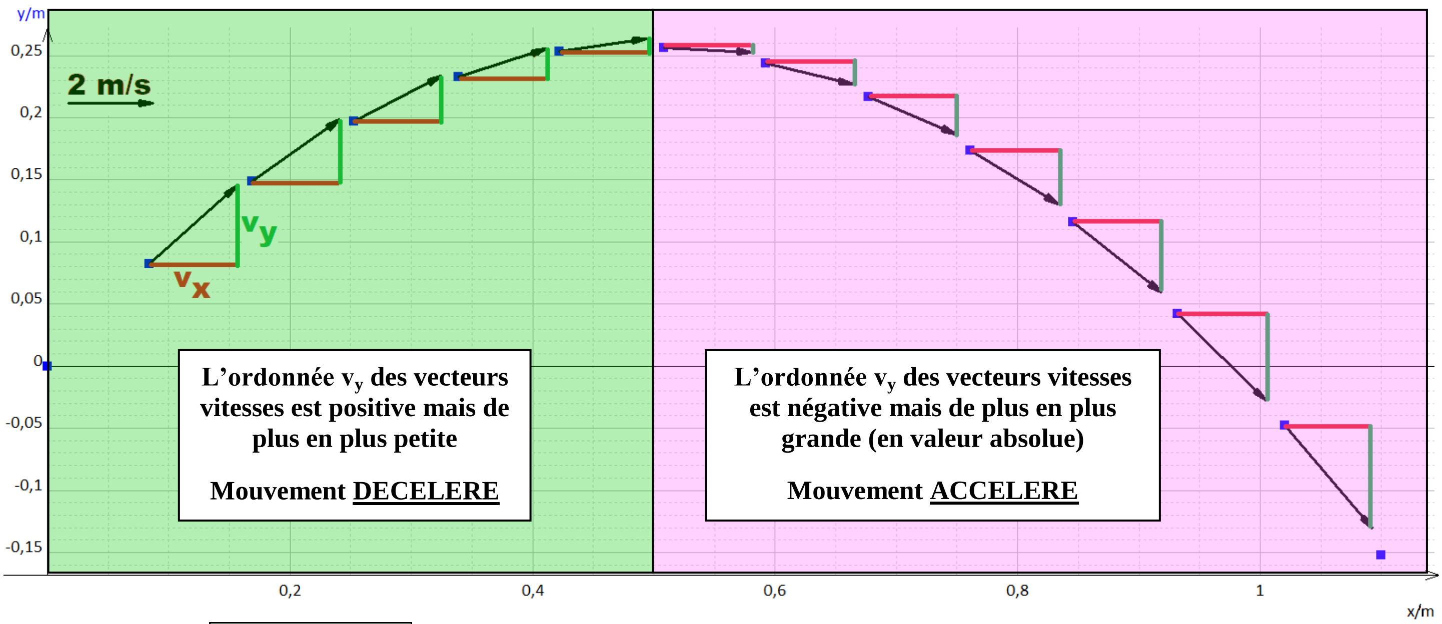
---

b) # <u>*Justification du signe de v_x*</u> : quel que soit l'endroit où on se situe sur la trajectoire de la balle, **<u>le vecteur vitesse est orienté vers la droite, c'est-à-dire dans le même sens que l'axe (Ox)</u>**. Cela implique donc qu'à chaque instant, l'abscisse v_x du vecteur vitesse est de signe positif.

Comme **la valeur de v_x est constante**, cela signifie que **<u>le mouvement du système est UNIFORME selon l'axe (Ox)</u>** : selon cet axe, le système avance toujours de la même distance à intervalles de temps égaux.

---

c) On observe deux phases sur le mouvement vertical de la balle :



• **La balle monte** : dans ce cas, le vecteur vitesse est orienté vers le haut, c'est-à-dire dans le même sens que l'axe (Oy). Cela implique donc qu'à chaque instant de cette première phase, ***l'ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***du vecteur vitesse est <u>de signe positif</u>***. Mais elle diminue progressivement car au fur et à mesure de sa montée, le vecteur vitesse est de moins en moins vertical (ou de plus en plus horizontal), ce qui se traduit par une ***ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***<u>de plus en plus petite</u>*** …

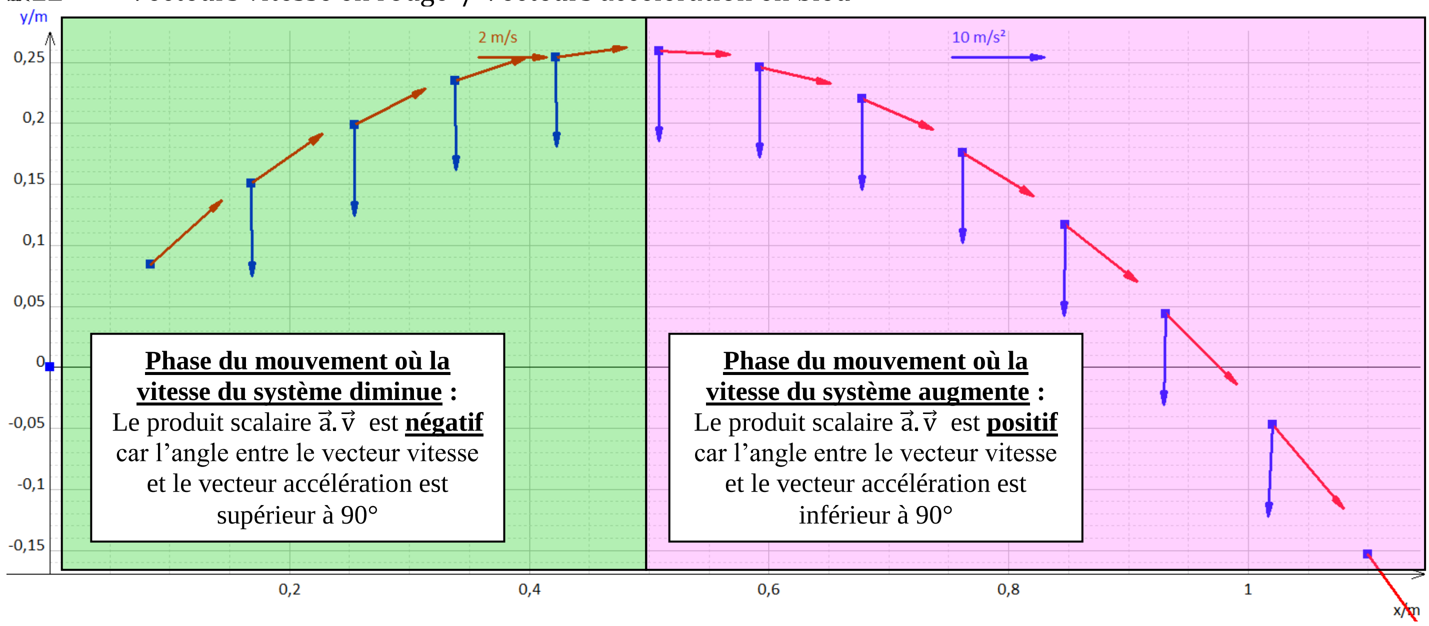
• **La balle descend** : dans ce cas, le vecteur vitesse est orienté vers le bas, c'est-à-dire dans le sens opposé à celui de l'axe (Oy). Cela implique donc qu'à chaque instant de cette seconde phase, ***l'ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***du vecteur vitesse est <u>de signe négatif</u>***. D'ailleurs, elle augmente progressivement (en valeur absolue) car au fur et à mesure de sa descente, le vecteur vitesse est de plus en plus vertical, ce qui se traduit par une ***ordonnée*** **v_y** ***__de plus en plus grande__*** (en valeur absolue) ...

✍**10-** On note **__t_3 = 230 ms__**, ce qui correspond à la date **t_1** déterminée à la question **5-**. Lorsque v_y est nulle, on est au **__sommet de la trajectoire__**.

✍**11-** On constate que le vecteur accélération conserve même norme, même direction et même sens quel que soit le point de la trajectoire où il est représenté. Le système est donc soumis à un **__vecteur accélération constant__** tout au long de l'étude.

C'est en total accord avec ce que prévoit le ***Document 1*** qui montre que **__les deux coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération sont des constantes__**.

✍**12** Vecteurs vitesse en rouge / Vecteurs accélération en bleu



✍**13-** Régressi calcule la **__valeur de la vitesse__** par l'opération : v=sqrt(vx^2+vy^2)

Concrètement, cela signifie qu'il réalise pour chaque date le calcul : **v =** $\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Régressi calcule la **__valeur de l'accélération__** par l'opération : a=sqrt(ax^2+ay^2)

Concrètement, cela signifie qu'il réalise pour chaque date le calcul : **a =** $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

✍**14-** • **__Expression théorique de la date t_1__** :

A cette date particulière, la balle est au sommet de sa trajectoire, qui est caractérisée par une ordonnée v_y du vecteur vitesse qui est nulle. On pose donc **$v_y = 0$** et on isole **t_1**.

On a donc la relation : **$0 = - g\, t_1 + v_0.\sin(\alpha)$**, soit $\boxed{t_1 = v_0.\sin(\alpha) / g}$.

• **__Expression théorique de la date t_2__** :

A cette date particulière, la balle passe par le point d'altitude y = 0. On pose donc **y = 0** et on isole **t_2**.

On a donc la relation : **$0 = - ½\, g\, t_2^2 + v_0.\sin(\alpha).t_2$**, soit **$0 = t_2 \times (- ½\, g\, t_2 + v_0.\sin(\alpha))$**

Ce produit de deux termes est nul si l'un des deux termes est nul. On en déduit donc deux possibilités :
$t_2 = 0$ (valeur qui ne correspond pas à ce qu'on recherche mais au point de départ du système) ;
$- ½\, g\, t_2 + v_0.\sin(\alpha) = 0$, soit **$t_2$ =** $\boxed{2\, v_0.\sin(\alpha) / g}$.

• **__Expression théorique de l'altitude y_{MAX}__** :

Cette altitude est celle caractérisée par la date t_1. On donne donc l'expression de **y** en remplaçant **t** par l'expression de **t_1** trouvée précédemment.

On a donc la relation : **$y_{MAX} = - ½\, g\, (v_0.\sin(\alpha) / g)^2 + v_0.\sin(\alpha) \times (v_0.\sin(\alpha) / g)$**

D'où $\mathbf{y_{MAX} = - \frac{1}{2} v_0^2.\sin^2(\alpha) / g + v_0^2.\sin^2(\alpha)/ g}$ ou encore $\boxed{\mathbf{y_{MAX} = - \frac{1}{2} v_0^2.\sin^2(\alpha)/ g}}$

• **Expression théorique de la distance D** :

Cette distance correspond à la valeur de x associée à la date t_2. On donne donc l'expression de **x** en remplaçant **t** par l'expression de $\mathbf{t_2}$ trouvée précédemment.

On a donc la relation : $\mathbf{D = v_0.\cos (\alpha) \times (2\, v_0.\sin(\alpha) / g)}$ D'où $\boxed{\mathbf{D = 2\, v_0^2.\sin (\alpha).\cos (\alpha)/ g}}$