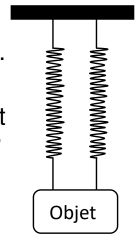
TD Physique 10 BCPST 1C

- Lois de la dynamique -

Donnée : intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}80\ N.kg^{-1}$

♣ Exercice 01 : Expériences autour d'un ressort

On souhaite déterminer la constante de raideur k *d'un ressort. Pour cela, on mesure :*
- la longueur du ressort à vide : on obtient $L_0 = 8{,}2$ cm *;*
- la longueur du ressort quand on suspend à son extrémité un objet de masse m = 50,0 g *et de volume* $V = 35{,}0\ cm^3$ *: on obtient* $L_1 = 15{,}9$ cm *quand l'objet est immobile.*



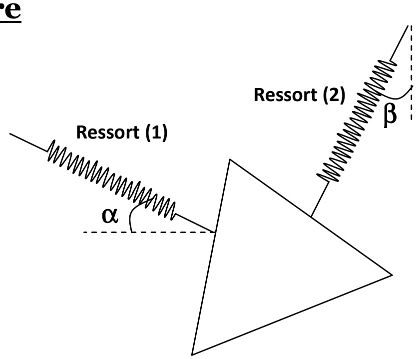
1- En déduire la constante de raideur k du ressort étudié.

2- On associe en parallèle deux ressorts identiques au précédent (voir schéma). Quelle sera la longueur prise par les ressorts une fois l'objet immobile ?

3- On recommence la 1ère manipulation en immergeant complètement l'objet dans l'eau. Quelle sera la longueur prise par le ressort une fois l'objet immobile ?
Donnée : quand un corps est immergé dans un fluide, il est soumis de la part de celui-ci à la poussée d'Archimède $\overrightarrow{F_A}$ qui est une force égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.

♣ Exercice 02 : Suspension d'un cadre

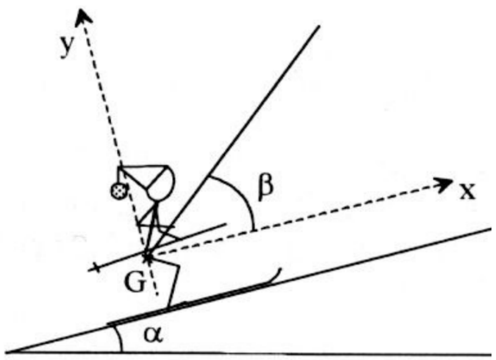
Un cadre triangulaire métallique de masse m = 1,500 kg *est suspendu par l'intermédiaire de deux ressorts de constantes de raideur respectives* $k_1 = 10{,}0\ N.m^{-1}$ *et* $k_2 = 20{,}0\ N.m^{-1}$ *et de longueurs à vide identiques* $L_{01} = L_{02} = 15{,}0$ cm. *Le ressort* (1) *fait un angle* α = 30 ° *par rapport à l'horizontale et le ressort* (2) *fait un angle* β = 15 ° *par rapport à la verticale.*



Déterminer les longueurs L_1 et L_2 de chaque ressort quand la pièce triangulaire métallique est immobile dans le référentiel terrestre.

♣ Exercice 03 : Le téléski

Un skieur de masse totale m = 80,0 kg *équipement compris est tiré par la perche d'un téléski sur une piste rectiligne faisant un angle* α = 15,0° *par rapport à l'horizontale. La perche de remontée fait un angle* β = 40,0 ° *avec le plan de la piste. La piste est verglacée et les frottements seront considérés comme négligeables. Le skieur évolue à vitesse constante.*



Calculer la valeur de toutes les forces extérieures subies par le système.

♣ Exercice 04 : Mise en mouvement d'un traîneau

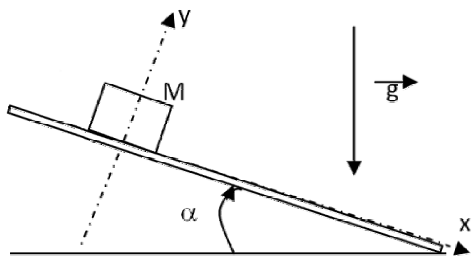
Un traîneau de masse m = 100,0 kg *est tiré sur une surface horizontale couverte de neige. Les coefficients de frottements statique et dynamique valent respectivement* $f_S = 0{,}30$ *et* $f_D = 0{,}25$.

Déterminer la valeur de la force nécessaire pour mettre en mouvement le traîneau, puis celle qui permettra de maintenir le traîneau à vitesse constante.

♣ Exercice 05 : Bloc de pierre immobile ... ou pas

Un bloc de pierre de masse m = 10 kg *est immobile sur un plan incliné d'un angle* α *par rapport à l'horizontal.*

Le coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique valent tous les deux f = 0,40.



1- Déterminer l'expression des normes R_N et R_T des composantes de la réaction du support en fonction de m, α et g.

2- Quelle valeur maximale peut-on donner à l'angle α avant que le solide ne glisse ?

♣ Exercice 06 : Lancer d'une balle avec ou sans frottements

L'espace étant repéré par rapport à un trièdre fixe Oxyz *de vecteurs unitaires* $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (Oz *axe vertical ascendant), on considère un ballon de masse* m = 300 g *(que l'on assimilera à un point matériel) lancé en* O *au temps* t = 0 *avec une vitesse initiale telle que :*

$$\vec{v_0} = (v_0 \cos\alpha).\vec{i} + (v_0 \sin\alpha).\vec{k} \qquad \text{avec } \alpha = 60° \text{ et } v_0 = 10\ m.s^{-1}.$$

Le champ de gravitation sera considéré comme uniforme et on posera $\vec{g} = -g\,\vec{k}$. *On néglige dans un premier temps la résistance de l'air.*

1- Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction du temps, de α, *g* et v_0.

2- Calculer la portée du lancer (*distance horizontale parcourue par le ballon quand celui-ci repasse par l'ordonnée initiale* z_0) et la hauteur maximale atteinte par la balle.

Ces résultats ne semblant pas cohérents avec l'observation expérimentale, on ne néglige plus la résistance de l'air. On la modélise par une force dont l'expression est : $\overrightarrow{R_a} = -h\,\vec{v}$ *où* $\vec{v}$ *est la vitesse de l'objet et* h *une constante positive égale à* $2{,}0\ kg.s^{-1}$.

3- Montrer que les composantes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}$ sont :

$$\mathbf{v_x = v_0.\cos(\alpha).\exp\left(-\frac{h}{m}\times t\right)} \quad ; \quad \mathbf{v_y = 0} \quad ; \quad \mathbf{v_z = -\frac{gm}{h} + \left[v_0.\sin(\alpha) + \frac{gm}{h}\right] \times \exp\left(-\frac{h}{m}\times t\right)}$$

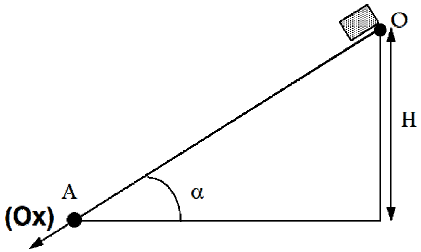
4- En déduire les expressions des composantes x(t), y(t) et z(t) du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

5- Étudier les limites de v_x, x, v_z et z pour $t \to \infty$. En déduire l'allure de la trajectoire.

6- En déduire les véritables valeurs de la portée du lancer et de la hauteur maximale atteinte par la balle. Comparer aux résultats de la question **2-**.

♣ Exercice 07 : Vitesse de déplacement sur un plan incliné

Soit un solide supposé ponctuel de masse m *déposé sur un plan incliné d'un angle* α *par rapport à l'horizontale. On note* **(Ox)** *l'axe orienté vers le bas suivant la direction du plan incliné. Le solide part du point* O *(origine de l'axe* **(Ox)***) sans vitesse initiale et il atteint un point* A *tel que la différence d'altitude entre* O *et* A *est égale à* H.



1- Montrer que l'abscisse x du solide vérifie la relation : $x = \frac{1}{2}$ g.sin(α).t².

2- Exprimer la vitesse du solide au point A en fonction de g et H.

On ne néglige plus les frottements et on note f *le coefficient dynamique de frottement.*

3- Montrer que l'abscisse x du solide vérifie la relation : $x = \frac{1}{2}$ g.[sin(α) – f.cos(α)].t².

4- Exprimer la vitesse du solide au point A en fonction de f, g, α et H.

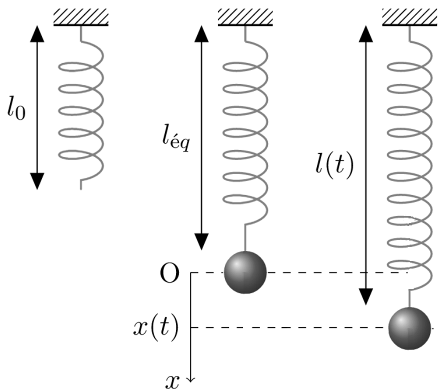
♣ Exercice 08 : Etude d'un oscillateur harmonique vertical

 # Figure de gauche : on fixe l'extrémité haute d'un ressort de constante de raideur k = 4,00 N.m^{-1} *sur un support horizontal. La longueur à vide de ce ressort vaut alors* ℓ_0 = 10,0 cm.

 # Figure centrale : On attache une bille supposée ponctuelle de masse m = 50,0 g *à son extrémité inférieure. Le ressort s'étire puis, une fois la bille immobile, le ressort prend une longueur notée* $\ell_{éq}$. *Le point O correspond à la position de la bille pour la longueur* $\ell_{éq}$ *du ressort, l'axe* **(Ox)** *étant orienté verticalement vers le bas.*

 # Figure de droite : On soulève la bille d'une distance D = 2,0 cm *par rapport à la situation précédente puis on la lâche sans lui communiquer de vitesse : la bille décrit alors des oscillations verticales autour du point O. Au cours des oscillations :*

- *la longueur du ressort varie et on la note* ℓ.
- *on note* $\boldsymbol{x}$ *l'abscisse de la bille sur l'axe* **(Ox)**.



1- Quelle relation existe-t-il entre m, g, k, ℓ_0 et $\ell_{éq}$? En déduire la valeur de $\ell_{éq}$.

2- Exprimer la coordonnée a_x du vecteur accélération de la bille en fonction de m, g, k, ℓ et ℓ_0.

3- En déduire l'expression de la coordonnée a_x du vecteur accélération de la bille en fonction de k, $\ell_{éq}$ et ℓ puis en fonction de k et x.

4- En déduire l'équation différentielle vérifiée par x et la résoudre.

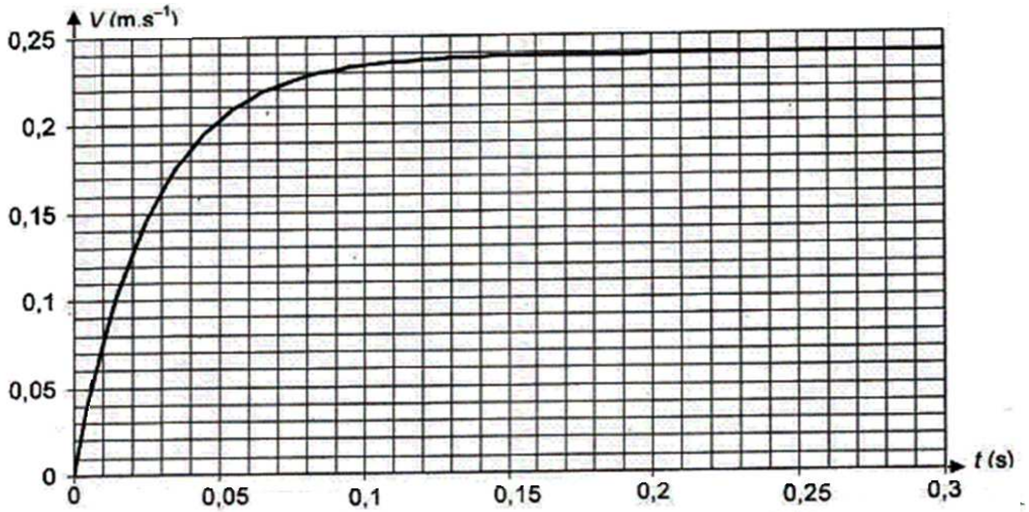
5- Combien d'allers-retours de ce pendule élastique observera-t-on en une minute ?

♣ Exercice 09 : Viscosité du glycérol

La viscosité d'un liquide est une grandeur physique (notée η*) qui caractérise sa capacité à s'écouler :* η *est d'autant plus grand que le liquide s'écoule facilement.*

Pour déterminer la viscosité du glycérol (masse volumique ρ_{gly} = 1,26.10^{3} kg.m^{-3})*, on remplit un long cylindre de ce liquide et on laisse tomber dans celui-ci une bille sphérique en acier de masse* m = 4,1 g *et de rayon* r = 5,0 mm.

A l'aide de capteurs, on repère la position atteinte par la bille et on trace l'évolution de la vitesse de la bille au cours du temps.



Au cours de sa chute verticale, la bille est soumise, entre autres, à :

- *une force de frottement* $\vec{f}$ *proportionnelle à la vitesse de chute :* $\vec{f} = -6\,\pi\,\eta\,r\,\vec{v}$ *;*
- *la poussée d'Archimède* $\vec{F}_A$ *, égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.*

Le champ de gravitation est considéré comme uniforme de valeur g = 9,8 m.s^{-2} *et on travaille avec un axe* (Oy) *vertical orienté vers le bas ayant pour origine la position initiale de la bille.*

1- Déterminer l'unité SI de η.

2- Montrer que la vitesse v de la bille vérifie l'équation différentielle:

$$\frac{dv}{dt} + A.v = B \quad avec \quad A = \frac{6\pi.\eta.r}{m} \quad et \quad B = \left(1 - \frac{4\pi.r^3.\rho_{gly}}{3\,m}\right).g$$

3- a) Donner l'expression de la constante de temps τ caractéristique de l'évolution de la vitesse v de la bille en fonction des données.

b) En déduire une méthode graphique permettant d'accéder à la valeur de η.

4- a) Donner l'expression de la vitesse limite v_{LIM} atteinte par la bille en régime permanent en fonction des données.

b) En déduire une nouvelle méthode graphique permettant d'accéder à la valeur de η.

5- a) Déterminer l'expression de $v_y(t)$ et de $y(t)$ en fonction de A et B.

b) Quelle distance a parcouru la bille au bout d'une durée égale à 5 τ ? Conclure.

♣ Exercice 10 : Pesée d'un astronaute

*La mesure de sa masse est un des éléments du bilan médical auquel doit s'astreindre un astronaute. Mais comment se peser dans une station spatiale où règne l'impesanteur ? Alors que l'utilisation d'un pèse-personne n'est plus possible, les scientifiques ont imaginé le dispositif suivant (**Figure 1**) : l'astronaute de masse M prend place dans une cabine mobile de masse $m = 20,0$ kg le long d'un rail à coussin d'air.*

La cabine peut osciller librement sous l'action de deux ressorts de constante de raideur $k = 2000$ N.m^{-1}. Quand la soufflerie fonctionne, le système {cabine + astronaute} oscille horizontalement sans aucun frottement.

Figure 1

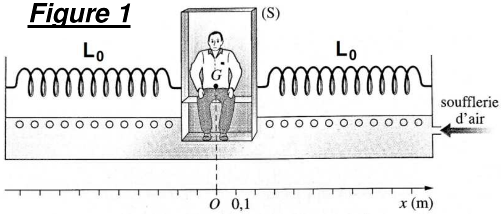
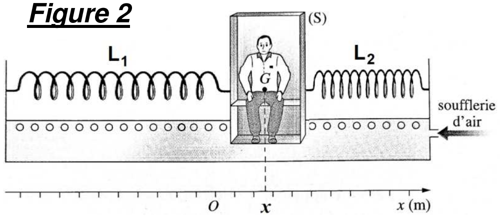


Figure 2

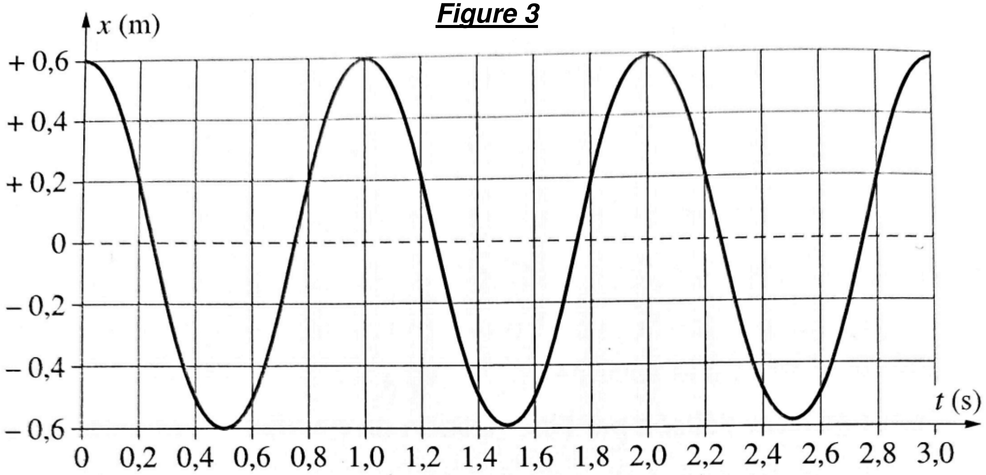


Quand la cabine est centrée sur l'axe (Ox), les deux ressorts ont une longueur égale à leur longueur à vide L_0.

*Pour tester le dispositif sur Terre, l'astronaute s'installe dans la cabine et provoque un déplacement x_m de son centre d'inertie G en tirant sur un câble (**Figure 2**). A t = 0 s, il lâche le câble et, avec une vitesse initiale nulle, il se laisse osciller sur le rail à coussin d'air.*

*On obtient la courbe de la **Figure 3**, qui représente la position x du centre d'inertie du système au cours du temps.*

Figure 3



1- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par x est du type : $\boldsymbol{A.\frac{d^2x}{dt^2} + B.x = 0}$ où $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ sont deux constantes à exprimer en fonction de m, M et k.

2- Résoudre cette équation différentielle pour trouver l'expression temporelle de x en fonction de m, M, k et x_{m}.

3- Exploiter la Figure 3 pour déterminer la valeur de x_{m} puis la masse M de l'astronaute.

4- Comment la Figure 3 montre-t-elle que la vitesse initiale est nulle ?

5- Comment sont modifiées les conditions initiales (valeurs de x_{m} et orientation du vecteur vitesse) pour les enregistrements des Figures 4 et 5 ci-dessous ?

Figure 4

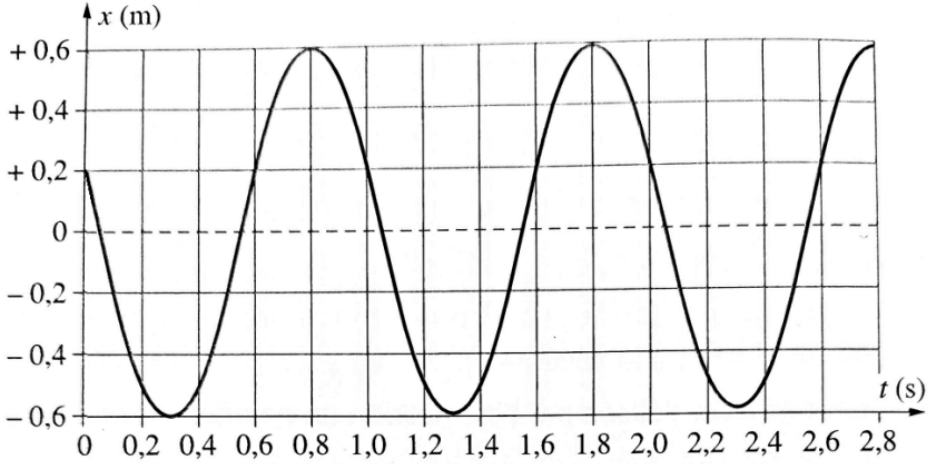


Figure 5