Semaine 25 : 4 au 7 mai 2026

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Espaces vectoriels

Note aux interrogateurs: on travaille exclusivement, pour l'instant, dans $\mathbb{K}^n$ ou $\mathcal{M}_{n1}(\mathbb{K})$

À rajouter cette semaine :

Intersection finie de sev; $\boxed{Vect < x_1, \ldots, x_k >:}$ (où $x_1, \ldots, x_k$ sont des vecteurs d'un ev E): définition, c'est le plus petit sev de E contenant la famille $\{x_1, \ldots, x_k\}$.

∗ **Familles génératrices:** définition;

Toute famille contenant une famille génératrice est génératrice;

Lemme de réduction: Si $E = Vect(x_1, \ldots, x_k, v)$ et si $v \in Vect(x_1, \ldots, x_k)$ alors $E = Vect(x_1, \ldots, x_k)$.

∗ **Familles libres:** définition; famille liée, vecteurs linéairement indépendants: définitions;

Une famille est liée ssi l'un au moins de ses vecteurs est combinaison linéaire des autres vecteurs de la famille;

Toute famille contenant une sous-famille liée est liée;

Soit $(x_1, \ldots, x_k)$ une famille libre d'un ev E et $v \in E$ tel que $v \notin Vect(x_1, \ldots, x_k)$ alors la nouvelle famille $(x_1, \ldots, x_k, v)$ est libre.

∗ **Bases:** définition (existence et unicité de la décomposition), la famille $(u_1, \ldots, u_n)$ est une base de E ssi elle est à la fois libre et génératrice de E; **coordonnées** dans une base.

→ *bases canoniques de $\mathbb{K}^n$, $\mathcal{M}_{n1}(\mathbb{K})$*

∗ **Dimension:** définition, dimension des ev de référence; Soit E un ev de dimension p.

Capacités exigibles:

1. Montrer que E est un ev en montrant qu'il est le sev d'un ev de référence.
2. *Expression d'un ev:*
   équation(s) cartésienne(s) → famille génératrice
   famille génératrice → équation(s) cartésienne(s)
3. Montrer qu'une famille est libre / génératrice.
4. *Famille libre:* étude de la liberté d'une famille par un système linéaire homogène.
5. *Bases:*
   Montrer qu'une famille est une base (famille libre et génératrice)
6. *Donner une base d'un ev:*
   → à partir des équations cartésiennes,
   → ev engendré par une famille de vecteurs.

C. Langage `Python`

Tableaux à deux dimensions : création de tableaux, opérations
algorithme de dichotomie
Tri par insertion ; **Tris par sélection**

Déroulement de la colle :

1. Une question d'informatique parmi :
   (a) algorithme de dichotomie : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
   (b) Tri par insertion : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
   (c) Tri par sélection non en place : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
   (d) Tri par sélection en place : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
2. un exercice classique : soit un sous espace de $\mathbb{R}^3$ ou $\mathcal{M}_{31}(\mathbb{R})$ défini par une ou plusieurs équation(s) cartésienne(s)
   - Montrer que c'est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ ou $\mathcal{M}_{31}(\mathbb{R})$
   - Déterminer une base
   - Donner sa dimension
3. etc ...