

Semaine 26 : 18 au 22 mai 2026
les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Espaces vectoriels

Note aux interrogateurs: on travaille exclusivement, pour l'instant, dans \mathbb{K}^n ou $\mathcal{M}_{n1}(\mathbb{K})$

À rajouter cette semaine :

* **Dimension:** définition, dimension des ev de référence; Soit E un ev de dimension p .

Familles libres: toute famille libre a au plus p éléments, une famille libre ayant p éléments est une base, toute famille ayant (au moins) $p + 1$ éléments est liée.

Familles génératrices: toute famille génératrice a au moins p éléments, une famille génératrice ayant p éléments est une base, toute famille ayant au plus $p - 1$ éléments n'est pas génératrice de E .

Soit E un \mathbb{K} ev de dimension n .

Soient F et G deux sev de E tels que $F \subset G$, alors: $\dim F \leq \dim G$; et si $\dim F = \dim G$ alors $F = G$.

* **Rang d'une famille de vecteurs:** définition; Soit E un \mathbb{K} ev de dimension n . Soit F un sev de E et u_1, \dots, u_p p vecteurs de F .

(1) (u_1, \dots, u_p) est libre ssi $rg(u_1, \dots, u_p) = p$.

(2) (u_1, \dots, u_p) engendrent F (i.e $F = Vect(u_1, \dots, u_p)$) ssi $rg(u_1, \dots, u_p) = \dim F$.

(3) (u_1, \dots, u_p) est une base de F ssi $rg(u_1, \dots, u_p) = \dim F = p$.

Capacités exigibles:

- | | |
|--|--|
| <p>1. Montrer que E est un ev en montrant qu'il est le sev d'un ev de référence.</p> <p>2. <i>Expression d'un ev:</i>
équation(s) cartésienne(s) \rightarrow famille génératrice
famille génératrice \rightarrow équation(s) cartésienne(s)</p> <p>3. Montrer qu'une famille est libre / génératrice.</p> <p>4. <i>Famille libre:</i> étude de la liberté d'une famille par un système linéaire homogène.</p> | <p>5. <i>Bases:</i>
Montrer qu'une famille est une base (famille libre et génératrice)</p> <p>6. <i>Donner une base d'un ev:</i>
\rightarrow à partir des équations cartésiennes,
\rightarrow ev engendré par une famille de vecteurs.</p> <p>7. <i>Calcul du rang d'une famille de vecteurs:</i>
\rightarrow calcul du rang de la matrice qui représente la famille de vecteurs dans une même base.</p> |
|--|--|

B. Applications linéaires de \mathbb{K}^p dans \mathbb{K}^n

Note aux interrogateurs : on étudie exclusivement les applications linéaires de \mathbb{K}^p dans \mathbb{K}^n .

* définition, forme linéaires, endomorphismes; Opérations: somme, combinaison linéaire; $f(O_p) = O_n$; $f(-x) = -f(x)$.

* **Noyau d'une application linéaire:** définition; sev de \mathbb{K}^p ; CNS d'injectivité.

* **Matrices et applications linéaires:** matrice qui représente une application linéaire dans deux bases fixées.

C. Langage Python

algorithme de dichotomie

Tri par insertion ; Tris par sélection

Déroulement de la colle :

1. Une question d'informatique parmi :
 - (a) algorithme de dichotomie : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
 - (b) Tri par insertion : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
 - (c) Tri par sélection non en place : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
 - (d) Tri par sélection en place : l'élève doit être capable d'expliquer l'algorithme.
2. un exercice classique : soit une application f sous espace de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^n , avec $p, n \in \{2, 3, 4\}$
 - Montrer que f est linéaire
 - Déterminer sa matrice dans les bases canoniques
 - Déterminer base et dimension de $\ker f$

3. etc ...