

Sommes de Riemann

Exercice 1 Calculer la limite des suites:

$$v_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{nk + n^2} \quad w_n = \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \quad u_n = \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{8k^3 + n^3} \quad s_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tan\left(\frac{k}{n}\right).$$

Exercice 2 En faisant apparaître une somme de Riemann, déterminer un équivalent simple de $S_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{k}$.

Exercice 3 Déterminer la limite de $u_n = \left(\frac{(2n)!}{n^n n!}\right)^{1/n}$.

On pourra étudier la suite $(\ln u_n)$ et faire apparaître une somme de Riemann.