

Semaine 29 : 10 au 14 juin 2024

A. Calcul intégral

* **PrimitiveS d'une fonction continue:** définition; théorème d'existence (admis); infinité de primitives, deux primitives diffèrent à une constante près; primitives de $f + g$ et λf .

Note aux colleurs : pour l'instant, une fonction continue c'est "on ne lève pas le stylo" ...

→ **Capacités exigibles (programme officiel): primitives usuelles et calcul simple de primitives.**

* **Intégrale d'une fonction continue f sur un segment $[a, b]$:** F étant une primitive (quelconque) de f sur $[a, b]$, on pose le nombre réel $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) = [F(t)]_a^b$. (ne dépend pas du choix de la primitive); lien avec la notion d'aire pour une fonction continue.

* **Propriétés de l'intégrale:** linéarité, relation de Chasles.

→ **Capacités exigibles (programme officiel): calculer une intégrale au moyen d'une primitive.**

* **Intégration par parties, Changement de variable.**

→ *A noter (programme officiel): au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, la nécessité d'une intégration par parties sera indiquée / le changement de variable sera donné.*

B. Sommes de Riemann sur $[0, 1]$ **C. Langage Python**

Simulation des lois usuelles Uniforme, Bernoulli, Binomiale.

Valeur approchée de l'espérance d'une variable aléatoire.

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

1. Écrire une fonction qui simule la loi binomiale de paramètres n, p .
2. Écrire une fonction qui simule la loi de Bernoulli de paramètre p .
3. Une piste rectiligne est divisée en cases numérotées $0, 1, 2, \dots, n, \dots$ de gauche à droite. Une puce part de la case numéro 0 et se déplace vers la droite de une ou deux cases au hasard à chaque saut. Les déplacements successifs de la puce sont indépendants.
Soit X_n la variable aléatoire égale au numéro de la case occupée par la puce après n sauts.
Écrire une fonction python `variable(n)` qui simule cette expérience et renvoie la valeur de X_n .
Écrire une fonction python `esperance(n,m)` qui calcule une valeur approchée de l'espérance de X_n .
4. Une entreprise souhaite recruter un cadre. n personnes se présentent pour le poste. Chacun d'eux passe à tour de rôle un test, et le premier qui réussit le test est engagé. La probabilité de réussir le test est $p \in]0, 1[$. On pose également $q = 1 - p$.
On définit la variable aléatoire X par :
 $X = k$ si le k ième candidat réussit le test,
 $X = n + 1$ si personne n'est engagé.
Écrire une fonction python `variable(n,p)` qui simule cette expérience et renvoie la valeur de X .
Écrire une fonction python `esperance(n,p,m)` qui calcule l'espérance de X .

Puis passage aux exercices