

Probabilités – continuité

Exercice 1 :

Un sauteur en hauteur tente de franchir les hauteurs successives $1, 2, \dots, n$. On suppose que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$ la probabilité de succès à la hauteur k est $\frac{1}{k}$. Le sauteur est éliminé à son premier échec.

On note X la variable aléatoire égale au numéro du dernier saut réussi, ou qui vaut $n + 1$ si tous les sauts ont été réussis.

1. Déterminer la loi de X .
2. Calculer son espérance.

Exercice 2 :

Une puce se déplace par sauts successifs sur les sommets A, B, C et le centre de gravité O d'un triangle équilatéral.

Au temps $t = 0$, elle est en O . Par la suite, elle saute au temps $t = n$ du point où elle se trouve en l'un des autres points de façon équiprobable.

Calculer la probabilité que la puce revienne en O pour la première fois au temps n .

Exercice 3 A et B sont deux avions ayant respectivement 4 et 2 moteurs. Les moteurs sont supposés indépendants les uns des autres, et ils ont une probabilité p de tomber en panne. Chaque avion arrive à destination si moins de la moitié de ses moteurs tombe en panne. Quel avion choisissez-vous ? (on discutera en fonction de p)

Exercice 4 La fonction $f : x \mapsto x \sin x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ est-elle \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} ?

Exercice 5 La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - x^3}$ est-elle \mathcal{C}^1 sur $[0, 1[$?