

## Probabilités – continuité

**Exercice 1 :**

Un sauteur en hauteur tente de franchir les hauteurs successives  $1, 2, \dots, n$ . On suppose que pour tout  $k \in \mathbb{N}^*$  la probabilité de succès à la hauteur  $k$  est  $\frac{1}{k}$ . Le sauteur est éliminé à son premier échec.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au numéro du dernier saut réussi, ou qui vaut  $n + 1$  si tous les sauts ont été réussis.

1. Déterminer la loi de  $X$ .
2. Calculer son espérance.

**Exercice 2 :**

Une puce se déplace par sauts successifs sur les sommets  $A, B, C$  et le centre de gravité  $O$  d'un triangle équilatéral.

Au temps  $t = 0$ , elle est en  $O$ . Par la suite, elle saute au temps  $t = n$  du point où elle se trouve en l'un des autres points de façon équiprobable.

Calculer la probabilité que la puce revienne en  $O$  pour la première fois au temps  $n$ .

**Exercice 3**  $A$  et  $B$  sont deux avions ayant respectivement 4 et 2 moteurs. Les moteurs sont supposés indépendants les uns des autres, et ils ont une probabilité  $p$  de tomber en panne. Chaque avion arrive à destination si moins de la moitié de ses moteurs tombe en panne. Quel avion choisissez-vous ? (on discutera en fonction de  $p$ )

**Exercice 4** La fonction  $f : x \mapsto x \sin x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  est-elle  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}$  ?

**Exercice 5** La fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - x^3}$  est-elle  $\mathcal{C}^1$  sur  $[0, 1[$  ?