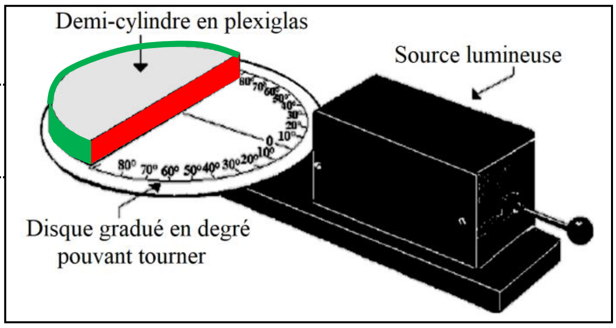
TP Physique 04 **BCPST 1C**

Indice optique du plexiglas - CORRIGE

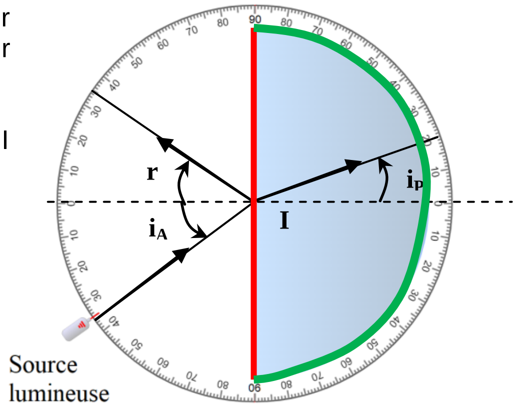


1- Dioptre plan D1 en rouge ;
Dioptre cylindrique D2 en vert.

2- Dioptre plan D1 en rouge ;
Dioptre cylindrique D2 en vert.

3- Le point d'incidence **<u>I est le centre du demi-cylindre</u>**. Le rayon réfracté suit donc le rayon d'un cercle et **<u>atteint le dioptre D2 en étant perpendiculaire à celui-ci</u>**. Ce rayon ressort donc du dioptre D2 sans être dévié.

4- On constate que l'angle de réfraction (r = 35 °) est égal (en valeur absolue) à l'angle d'incidence i_A = 35 °. La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réflexion est vérifiée au point I.



5- La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : $\mathbf{n_A \times \sin(i_A) = n_P \times \sin(i_P)}$

i_A (en °)	10	20	30	40	50	60	70	80	85
i_P (en °)	7	13	20	26	31	36	39	41	42

6- Les principales sources d'erreurs lors de ces relevés est la valeur qu'on lit sur les graduations pour l'angle d'incidence et celle qu'on lit pour l'angle de réfraction, imprécision due à l'épaisseur du rayon lumineux.

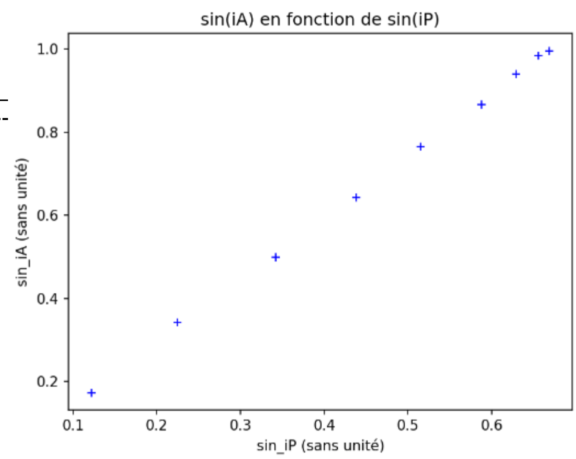
En pratique, il y aurait aussi le fait de placer correctement le point I au centre du demi-cylindre.

7- D'après la question **5-**, $\mathbf{\sin(i_A) = (n_A / n_P) \times \sin(i_P)}$: donc **<u>sin(i_A) est proportionnel à sin(i_P)</u>** et tracer sin(i_A) en fonction de sin(i_P) permet d'obtenir une fonction linéaire, facile à exploiter expérimentalement.

En revanche, $\mathbf{i_A = \arcsin((n_A / n_P) \times \sin(i_P))}$: donc **<u>i_A n'est pas proportionnel à i_P</u>**. Le tracé de i_A en fonction de i_P ne donnera pas une courbe facile à exploiter expérimentalement.

```
# Importation des bibliothèques utiles :
import numpy as np                    # Pour faire des calculs, des tableaux
import matplotlib.pyplot as plt       # Pour tracer des graphiques

# Valeur de l'indice de réfraction de l'air :
nA = 1                                # Indiquer la valeur de l'indice de réfraction de l'air

# Tableau des différentes valeurs d'angles d'incidence iA et d'angle de réfraction iP :
iA = np.array([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 85])      # Tableau des différentes valeurs d'angle d'incidence (en °)
iP = np.array([7, 13, 20, 26, 31, 36, 39, 41, 42])       # Tableau des différentes valeurs d'angle de réfraction (en °)
N = len(iA)                           # Décompte le nombre de valeurs rentrées dans le tableau des angles d'incidence

# Calcul des grandeurs sin(iA) et sin(iP) :
sin_iA = np.sin(iA*3.14/180)          # Formule qui donne l'expression de sin(iA) avec iA en RADIANS !
sin_iP = np.sin(iP*3.14/180)          # Formule qui donne l'expression de sin(iP) avec iP en RADIANS !

# Tracé du graphique sin(iA) = f(sin(iP)) :
plt.plot(sin_iP,sin_iA,'b+')          # Choix des axes du graphique et du style de points (ici, des croix bleues)
plt.xlabel('sin_iP (sans unité)')     # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('sin_iA (sans unité)')     # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('sin(iA) en fonction de sin(iP)')   # Titre du graphique
plt.show()                            # Commande pour
                                      afficher le graphique
```

8- On obtient une **<u>fonction linéaire</u>**, attestant de la proportionnalité qui existe entre sin(i_A) et sin(i_P), comme le prévoit la 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction. Celle-ci est donc vérifiée.



9- Le programme à compléter est le suivant :

```
# Calcul de l'indice de réfraction du plexiglas pour chaque couple de mesure :
nP = nA * sin_iA / sin_iP                      # Ecrire la formule permettant de calculer nP en fonction de nA, iA et iP

# Calcul de la valeur moyenne, de l'écart-type et de l'incertitude-type de nP :
nP_moy = np.mean (nP)                          # Formule pour calculer la valeur moyenne des différentes valeurs de nP
ecart_nP = np.std(nP, ddof = 1)                # Formule pour calculer l'écart-type des différentes valeurs de nP
u_nP = ecart_nP/np.sqrt(N)                     # Formule pour calculer l'incertitude-type sur la moyenne de nP

# Affichage de la valeur moyenne et de l'incertitude-type de nP :
print('Valeur moyenne de nP (sans unité) = ', nP_moy)          # Affiche la valeur moyenne de nP
print('Incertitude type sur nP (sans unité) = ', u_nP)          # Affiche l'incertitude-type sur nP
```

Son exécution conduit aux valeurs : - Valeur moyenne de n_P (sans unité) = **1.47989009112893**
- Incertitude type sur n_P (sans unité) = **0.009140182365481584**

On annonce donc le résultat final : **n_P = 1,48 +/- 0,01**

10- On applique la formule : $$\boxed{E_N = \frac{|n_P - n_{P(ref)}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u\left(n_{P(ref)}\right)^2}}}$$

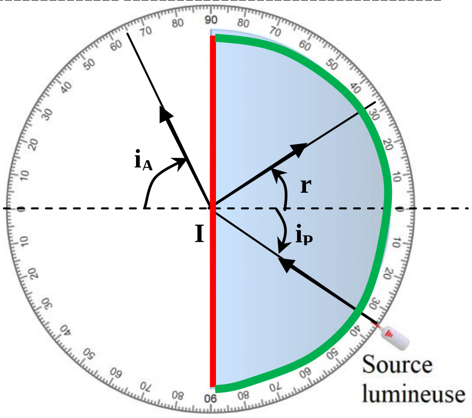
Avec : **n_P = 1,48** ; **$n_{P(ref)}$ = 1,510** ; $u(n_P)$ = **0,01** ; **$u(n_{P(ref)})$ = 0**

On obtient **E_N = 3**

Cet écart normalisé est supérieure à 2, il y a donc **INCOMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence**.

Les sources d'erreurs évoquées à la question **6-** sont probablement la cause de cet écart normalisé supérieur à 2.

11- voir Figure.



12- Au niveau du dioptre D2, le rayon lumineux rentre dans le demi-cylindre sans déviation car **il arrive perpendiculairement au dioptre D2**.

13- On constate que si l'angle d'incidence i_P est trop grand, le rayon réfracté n'existe plus : il n'y a que le rayon réfléchi qui persiste. On parle de **réflexion totale**.

On pouvait s'attendre à ce phénomène car le rayon réfracté évolue dans **l'air qui est un milieu moins réfringent que le plexiglas** dans lequel évolue le rayon incident. C'est une des conditions nécessaires pour observer le phénomène de réflexion totale.

14- On observe le phénomène de réflexion totale à partir d'un angle d'incidence limite **$i_{P,LIM}$ = 42 °**

soit en radian, **$i_{P,LIM}$ = 42 ° = 42 × pi / 180 = 0,73 rad**

Cette valeur est obtenue en faisant une double erreur de lecture sur l'échelle graduée : en effet, on commet une erreur sur la graduation « 42 ° », mais de plus, cette valeur n'est valable qu'à condition que la normale soit bien confondue avec la graduation « 0 ° ». Pour cela, l'incertitude sur $i_{P,LIM}$ est telle que :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times u(\text{simple lecture}) \text{ avec } u(\text{simple lecture}) = \frac{a}{\sqrt{3}} .$$

Or, dans le cas d'un instrument gradué, on peut considérer que la demi-étendue **a** équivaut à la moitié de la plus petite graduation. On a donc finalement :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \text{c'est-à-dire } u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{\text{graduation}}{2\sqrt{3}} \quad \text{soit } \boxed{u(i_{P,LIM}) = \frac{\text{graduation}}{\sqrt{6}}} .$$

AN → $u(i_{P,LIM}) = \frac{1°}{\sqrt{6}}$ ce qui conduit à **$u(i_{P,LIM})$ = 0,408 °** = 0,0072 rad

On écrit donc **$i_{P,LIM}$ = 0,7300 +/- 0,0072 rad** (1 chiffre significatif pour l'incertitude aurait probablement suffi, ce qu'on aurait noté **$i_{P,LIM}$ = 0 ,730 +/- 0,008 rad**)

15- La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : **$n_P \times \sin(i_P) = n_A \times \sin(i_A)$**

A la limite de la réflexion totale, on a $\mathbf{i_P = i_{P,LIM}}$ et $\mathbf{i_A = 90}$ °, ce qui conduit à : $\mathbf{n_P \times \sin(i_{P,LIM}) = n_A \times \sin(90°)}$
C'est-à-dire : $\mathbf{n_P \times \sin(i_{P,LIM}) = n_A}$ et donc $\boxed{\mathbf{n_P = n_A / \sin(i_{P,LIM})}}$

AN → $\mathbf{n_P = 1 / \sin(42°)}$ soit $\mathbf{n_P = 1{,}495}$

16- On calcule $u(n_P)$ à l'aide de la formule proposée :

$$u(n_P) = \frac{\cos(i_{P,LIM})}{\sin^2(i_{P,LIM})} \times u(i_{P,LIM}) = \frac{\cos(0{,}73)}{\sin^2(0{,}73)} \times 0{,}0072$$

On obtient $\mathbf{u(n_P) = 0.01206}$ qu'on arrondit à $\mathbf{u(n_P) = 0{,}013}$.

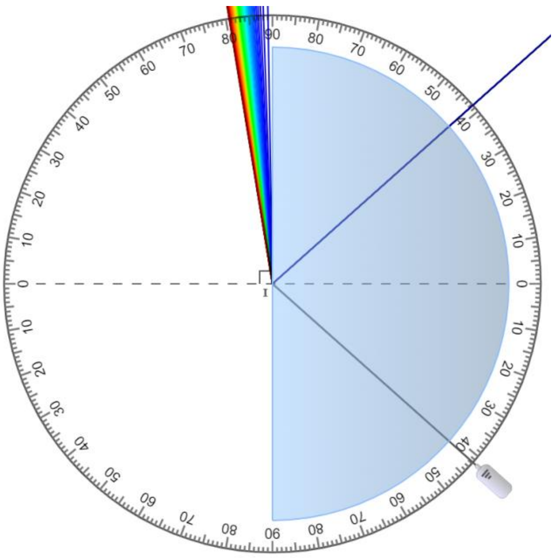
Finalement, $\mathbf{n_P = 1{,}495 +/- 0{,}013}$

17- On applique la formule : $\boxed{\mathbf{E_N = \frac{|n_P - n_{P(ref)}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u(n_{P(ref)})^2}}}}$

Avec : $\mathbf{n_P = 1{,}495}$; $\mathbf{n_{P(ref)} = 1{,}510}$; $u(n_P)$ **= 0,013** ; $\mathbf{u(n_{P(ref)}) = 0}$
On obtient $\mathbf{E_N = 1{,}2}$

Cet écart normalisé est inférieur à 2, il y a donc **COMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence**.

18- On observe un arc-en ciel à la sortie du dioptre D1. Cela montre donc que **l'angle de réfraction i_A dépend** de la longueur d'onde de la lumière (donc **de la fréquence**).



Or, **l'angle d'incidence i_P est le même** pour tous les rayons, quelle quel soit leur longueur d'onde (donc **quelle que soit leur fréquence**).

Or, la 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit :

$\mathbf{n_P \times \sin(i_P) = n_A \times \sin(i_A)}$

Si on note v_P la célérité de la lumière dans le plexiglas et v_A la célérité de la lumière dans l'air, on a donc :

$\mathbf{(c / v_P) \times \sin(i_P) = (c / v_A) \times \sin(i_A)}$

⇔ $\mathbf{\sin(i_P) / v_P = \sin(i_A) / v_A}$

Même valeur de v_A quelle que soit la fréquence de l'onde lumineuse

Même valeur de i_P quelle que soit la fréquence de l'onde lumineuse

Valeur qui change selon la fréquence de l'onde lumineuse

On en déduit donc que **la valeur de v_P change selon la fréquence de l'onde lumineuse**.

C'est la définition d'un MILIEU DISPERSIF …