

DS 4 – Mathématiques

Mercredi 11 décembre 2024

Durée de l'épreuve : 2 heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision des raisonnements** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à **encadrer**, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs et les conclusions de leurs raisonnements.

L'usage de document est interdit ainsi que celui de la calculatrice. Les téléphones portables doivent être éteints.

Le devoir est composé d'un exercice d'informatique et de deux exercices de mathématiques.

L'informatique doit être traitée sur une feuille à part.

Exercice 1 (Informatique - langage PYTHON). :

1. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$$

- (a) Écrire une fonction `suite(n)` qui prend en argument un entier `n` et qui renvoie la valeur du terme de rang `n`, u_n .
- (b) Écrire une fonction `monotonie(n)` qui renvoie `True` si la suite est monotone (jusqu'au rang `n`), `False` sinon.

2. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_1 = e \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = e^{u_n-1} + n$$

Écrire une fonction `terme(n)` qui prend en argument un entier `n` et qui renvoie la valeur du terme de rang `n`, u_n .

Exercice 2. Calculer les limites suivantes :

- 1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9}$
- 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 3} \right)^x$
- 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + e^{x^3}}{x^3 + 5}$

Exercice 3. : Étudier la fonction f d'expression :

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$