

- Transferts thermiques -

◆ **Exercice 01 : Isolation thermique d'une habitation**

Monsieur X souhaite réduire ses dépenses de chauffage l'hiver en améliorant l'isolation thermique de son habitation.

Il remplace ses fenêtres à simple vitrage (verre d'épaisseur $e_v = 4,0$ mm) par des fenêtres à double vitrage, constituées de deux vitres en verre d'épaisseur $e_v = 4,0$ mm, séparées par une couche d'air d'épaisseur $e_A = 20,0$ mm.

Données : Conductivité thermique du verre : $\lambda_v = 1,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
 Conductivité thermique de l'air : $\lambda_A = 0,024 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$;

Rappel : La résistance thermique R_{Th} d'une paroi constituée d'un unique matériau de conductivité λ (en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) est reliée à son épaisseur e (en m) et à sa surface S (en m^2) par la relation :

$$R_{Th} = \frac{e}{\lambda \times S}$$

- 1- a) Exprimer l'énergie Q_1 perdue au travers d'une fenêtre simple vitrage de surface S pendant une durée Δt (on notera T_{int} et T_{ext} respectivement la température intérieure et la température extérieure avec $T_{int} > T_{ext}$).
- b) De même, exprimer l'énergie Q_2 perdue au travers d'une fenêtre double vitrage de même surface pendant la même durée.
- c) Comparer Q_1 et Q_2 .

Sa maison possédant un grenier non chauffé, Monsieur X souhaite en isoler le sol de surface $S_{grenier} = 80 \text{ m}^2$ et dont la résistance thermique vaut $R_{Th,G} = 5,0.10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$ avant isolation. Différents matériaux lui sont proposés pour atteindre la réglementation RT2012 imposant une résistance thermique minimale $R_{Th,min} = 30.10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$.

Nom du matériau	Béton	Bois de sapin	Polystyrène extrudé	Paille compressée	Brique pleine	Laine de verre
Conductivité thermique λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	2,2	0,14	0,033	0,050	1,0	0,038

- 2- a) Pour une épaisseur donnée, lequel de ces matériaux Monsieur X doit-il préférentiellement utiliser pour isoler le sol de son grenier ?
- b) Quelle épaisseur minimale e_{min} de ce matériau doit-il apposer sur le sol du grenier pour respecter la réglementation RT2012 ?

On isole souvent les cloisons des appartements avec une couche de laine de verre d'une épaisseur d'une dizaine de centimètres.

- 3- Quelle devrait être l'épaisseur d'une paroi en béton qui isolerait de la même manière ?

◆ **Exercice 02 : Température d'un préfabriqué**

Un préfabriqué est séparé de l'extérieur par :

- des murs de 20 cm d'épaisseur et de résistance thermique $R_{th,M} = 2,5.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$;
- une fenêtre de 28 mm d'épaisseur et de résistance thermique $R_{th,F} = 10,0.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$.

Dans tout l'exercice, on considèrera que l'atmosphère extérieure constitue un thermostat de température $T_0 = 280 \text{ K}$.

- 1- Montrer que l'ensemble {murs + fenêtre} est équivalent à une paroi unique de résistance thermique $R = 2,0.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$.

On arrête le radiateur qui permettait de maintenir l'air du préfabriqué à une température $T_C = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$. On étudie l'évolution de la température $T(t)$ du système {air présent dans le préfabriqué + murs + fenêtre} qu'on supposera uniforme mais non constante.

Donnée : Capacité thermique du système : $C = 1,50.10^5 \text{ J.K}^{-1}$.

- 2- Exprimer la puissance thermique (ou flux thermique) algébriquement reçue par le système en fonction de R , T et T_0 .
- 3- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$.
- 4- Déterminer la solution $T(t)$ et tracer l'allure de la fonction.
- 5- Donner l'expression de la constante de temps τ caractéristique de l'évolution du système puis calculer sa valeur.
- 6- Quelle sera la température dans le préfabriqué au bout d'une heure ? d'une journée ?
- 7- Au bout de combien de temps la température dans la pièce vaudra-t-elle $T_3 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$?

La température à l'intérieur du préfabriqué valant $T_0 = 280 \text{ K}$, on rallume le radiateur délivrant une puissance $P_{rad} = 2,00 \text{ kW}$.

- 8- Exprimer la puissance thermique algébriquement reçue par le système en fonction de R , T , T_0 et P_{rad} .
- 9- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$.
- 10- Déterminer la solution $T(t)$ et tracer l'allure de la fonction.
- 11- Donner l'expression de la constante de temps τ' caractéristique de l'évolution du système.
- 12- Calculer la température dans le local une fois le régime stationnaire établi. Doit-on augmenter ou diminuer la puissance du radiateur ?
- 13- Déterminer la puissance du radiateur permettant d'atteindre une température de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ une fois le régime stationnaire établi.

◆ **Exercice 03 : Refroidissement d'une boisson**

Pour refroidir la boisson contenue dans un verre, on peut y rajouter un caillou glacial. Les cailloux utilisés sont des cubes de granite de masse volumique $\rho_{gr} = 2,64.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, de côté a , de capacité thermique massique $c_{gr} = 790 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et dont le coefficient de transfert conducto-convectif de Newton vaut $h = 10 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$.

Pour refroidir un caillou, on le suspend par un fil dans une chambre froide, au contact de l'air à la température $T_C = -25 \text{ }^\circ\text{C}$. On note T la température du caillou.

- 1- Exprimer la puissance thermique (ou flux thermique) algébriquement reçue par le caillou en fonction de h , a , T_C et T .
- 2- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température T du caillou s'écrit :

$$\rho_{gr} \cdot a \cdot c_{gr} \cdot \frac{dT}{dt} + 6h \cdot T = 6h \cdot T_{Th}$$
- 3- En admettant qu'un caillou initialement à une température $T_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ devient glacial (c'est-à-dire que sa température exprimée en degrés Celsius devient négative) au bout de 8 minutes, en déduire la valeur a du côté du cube de granite.

• Exercice 04 : Transfert thermique avec un conducteur ohmique

Un conducteur ohmique de résistance $R = 1,00 \text{ k}\Omega$, assimilé à une phase condensée idéale de capacité thermique C , est placé dans l'air ambiant dont la température $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ est supposée constante. A partir de l'instant de date $t = 0$, le conducteur ohmique est parcouru par un courant d'intensité $I = 100 \text{ mA}$ constante.

On modélise les transferts thermiques entre l'air ambiant et le conducteur ohmique en supposant que pendant un intervalle de temps dt , le conducteur ohmique à la température T reçoit algébriquement un transfert thermique infinitésimal $\delta Q = a \times (T_0 - T) \times dt$ de la part de l'air ambiant (loi de Newton) avec a un coefficient positif qu'on cherche à déterminer.

- 1- Quel sera le signe de δQ ? Etait-ce prévisible ?
- 2- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température T du conducteur ohmique est de la forme :

$$\frac{dT}{dt} + A.T = B$$

On exprimera les coefficients A et B en fonction de a , C , R , I et T_0 .

- 3- Donner l'expression de la durée τ caractéristique du phénomène décrit par cette équation.
- 4- Au bout d'un temps suffisamment long, le conducteur ohmique atteint une température limite de $40 \text{ }^\circ\text{C}$. En déduire la valeur du coefficient a .

• Exercice 05 : Effet de serre sur Terre

On estime que le flux solaire reçu par la surface de la Terre vaut $\Phi_S = 1,74.10^{17} \text{ W}$ et on modélise la Terre, sphère de rayon $R_T = 6380 \text{ km}$, comme un corps noir de température de surface T_{Terre} .

Rappel : Le flux thermique surfacique ϕ émis par un corps noir de température de surface T vaut :

$$\phi = \sigma \times T^4 \quad \text{avec } \phi \text{ en } \text{W.m}^{-2}, T \text{ en } \text{K} \text{ et } \sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$$

- 1- Dans le cadre de ce modèle, faire un bilan d'énergie en régime stationnaire (c'est-à-dire une fois l'équilibre thermique atteint) pour la surface de la Terre. En déduire l'expression de température de surface de la Terre en fonction de Φ_S , σ , et R_T . Faire l'application numérique.

Le bilan précédent néglige la présence de l'atmosphère : on peut considérer que celle-ci est totalement transparente au rayonnement solaire. En revanche, certains gaz présents dans l'atmosphère comme la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone, absorbent les infrarouges qui constituent le rayonnement thermique émis par la surface de la Terre.

Dans la suite, on modélisera l'atmosphère comme un corps noir dans le domaine de l'infrarouge et dont la température T_a est uniforme à l'équilibre thermique.

- 2- Dans le cadre de ce modèle, faire un bilan d'énergie en régime stationnaire (c'est-à-dire une fois l'équilibre thermique atteint) pour la surface de la Terre puis pour l'atmosphère. En déduire une nouvelle expression de température de surface de la Terre en fonction de Φ_S , σ , et R_T . Faire l'application numérique.

En fait, le rayonnement solaire n'est pas totalement absorbé par la Terre, car notre planète est caractérisée par un albédo moyen $\alpha = 0,31$: cela signifie que 31 % du flux incident est réfléchi vers l'espace. De plus, l'atmosphère n'absorbe pas la totalité des infrarouges émis par la surface terrestre, mais seulement une fraction $p = 0,90$ (90 %), l'autre partie étant transmise.

- 3- Reprendre les bilans réalisés à la question 2- et en déduire une nouvelle expression de température de surface de la Terre en fonction de Φ_S , σ , R_T , α et p . Faire l'application numérique.

♦ Exercice 06 : Bilan radiatif terrestre

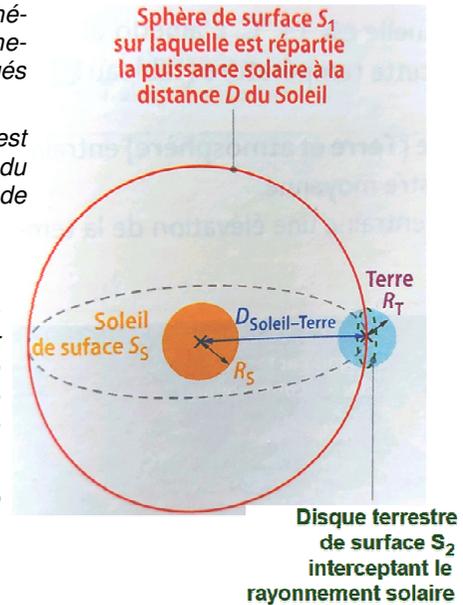
Le Soleil peut être assimilé à un corps noir sphérique de rayon $R_S = 6,96.10^5 \text{ km}$, dont les rayonnements émis avec le plus d'intensité sont ceux situés aux longueurs d'ondes proches de 500 nm .

La Terre, elle aussi assimilée à un corps noir, est située à une distance $D = 150$ millions de kilomètres du Soleil, et peut être considérée comme une sphère de rayon $R_T = 6380 \text{ km}$.

Données :

Loi de déplacement de WIEN : Parmi toutes les ondes électromagnétiques émises par un corps noir dont la température de surface vaut T (en K), celle émise avec la plus grande intensité est caractérisée par une longueur d'onde λ_{max} (en m) vérifiant la relation : $T \times \lambda_{\text{max}} = k$ avec $k = 2,89.10^{-3} \text{ K.m}$.

Loi de STEFAN-BOLTZMAN : Le flux thermique Φ (en W) émis par rayonnement par la surface S (en m^2) d'un corps noir de température de surface T (en K) vaut : $\Phi_{\text{émis}} = \sigma \times S \times T^4$ avec $\sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.



- 1- Montrer que le flux thermique Φ_{Soleil} émis par le Soleil est un peu inférieur à 4.10^{26} W .

Dans la suite, on suppose que le flux thermique émis par le Soleil se conserve et qu'il se propage de la même manière dans toutes les directions de l'espace.

- 2- En déduire la valeur du flux thermique surfacique reçu par la sphère de surface S_1 , centrée sur le Soleil et de rayon $D = 150$ millions de kilomètres (voir schéma ci-dessus). Faire une phrase expliquant la signification du résultat obtenu.

- 3- Seul le disque terrestre de surface S_2 intercepte le rayonnement solaire (voir schéma ci-dessus). En déduire que le flux solaire reçu par la Terre vaut $\Phi_{\text{Reçu par la Terre}} = 1,76.10^{17} \text{ W}$.

- 4- En déduire la température T_{Terre} à la surface de la Terre une fois l'équilibre thermique atteint sur celle-ci. Comparer à la valeur moyenne terrestre actuelle qui est de $15 \text{ }^\circ\text{C}$ et commenter.