Cours Physique 09 **BCPST 1C**

- Cinématique du point -

Notions et contenus	Capacités exigibles
Repérage dans l'espace et dans le temps *- Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement.*	*- Choisir un référentiel adapté à la description du mouvement étudié.*
Cinématique du point *- Description du mouvement d'un système par celui d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération.* *- Système des coordonnées cartésiennes.*	*- Exprimer, à partir d'un schéma, le déplacement élémentaire et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes.* *- Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes.*
- Mouvement rectiligne uniformément accéléré.	*- Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré.*
- Mouvement de vecteur accélération constant.	*- Établir l'expression de la vitesse et de la position en fonction du temps.* *- Déterminer la vitesse en une position donnée.* *- Obtenir l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.* ***- (TP) Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération***

La mécanique est un vaste domaine de la physique dont l'objet est l'étude du mouvement des objets matériels. Seule la ***mécanique classique*** sera abordée dans les chapitres suivants : on se limitera alors aux objets de grande dimension devant l'échelle atomique (contrairement à la ***mécanique quantique***) et animés de vitesses faibles devant la célérité de la lumière (contrairement à la ***mécanique relativiste***).

Malgré cette restriction, la mécanique classique reste une théorie très générale dont les concepts abordés trouvent ensuite leur utilité dans bien d'autres domaines comme l'électromagnétisme ou la thermodynamique.

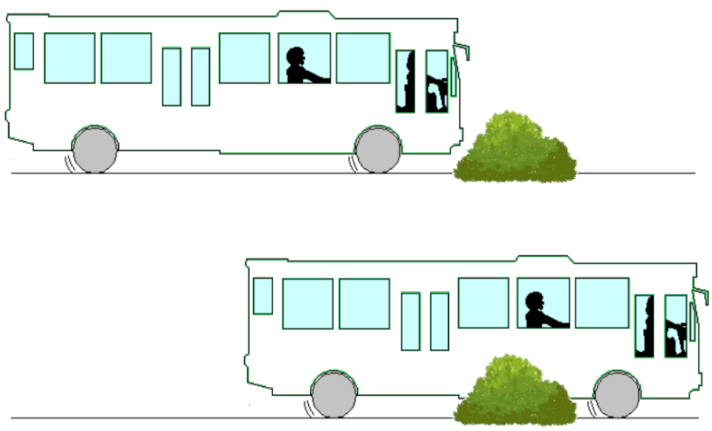
Dans ce chapitre, on s'intéressera à une branche particulière de la mécanique appelée ***CINEMATIQUE*** qui se contente de décrire les mouvements des systèmes d'un point de vue géométrique (position, vitesse, accélération, trajectoire …) sans se préoccuper des causes qui les ont engendrés.

<u>CADRE DE L'ETUDE</u> : Dans la suite, on étudiera uniquement le mouvement d'un ***POINT MATERIEL***, c'est-à-dire d'un ***système dont on peut négliger l'extension spatiale et la rotation sur lui-même***. Ce concept peut sembler très restrictif, mais appliqué à un solide, il permet par exemple d'étudier le mouvement de son centre d'inertie pour lequel de nombreuses lois existent.

I- Repérage de la position d'un point matériel dans l'espace et dans le temps

1) Notion de référentiel

Si un passager est assis sur son siège dans un bus qui roule, l'affirmation « le passager est immobile » n'a pas de sens sans préciser par rapport à quoi il est immobile. On peut dire, par exemple : « le passager est immobile ***par rapport au*** bus » ou bien « le passager est immobile ***dans le référentiel*** bus ». En revanche ce même passager est en mouvement par rapport au sol terrestre.



☛ ***<u>Définition</u>*** :

☛ ***<u>Conclusion</u>*** :

En mécanique classique, ***le mouvement est RELATIF****, mais* ***le temps est ABSOLU****, c'est-à-dire que le temps a la même valeur quel que soit le référentiel d'étude. Ce n'est plus le cas en mécanique relativiste.*

Pour repérer les différentes positions d'un système au cours du temps, **<u>on munit le référentiel d'étude de 2 REPERES</u>** :

- un **<u>repère d'ESPACE</u>**, défini par une origine **O** et un système de trois axes orthogonaux avec une unité de mesure spatiale : ce repère permettra de repérer les positions du point **M** étudié par rapport à **O** dans le référentiel considéré ;

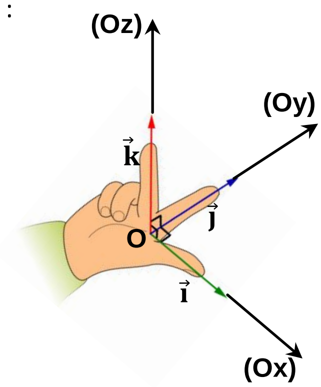
- un **repère de TEMPS** (= une horloge !) pour lequel devra être précisé l'origine des temps et une unité de mesure temporelle : ce repère permettra de connaître les dates des positions occupées par le point **M** étudié.

➧ **Attention !!! Ne pas confondre la notion de REFERENTIEL et de REPERE** :

Pour un référentiel donné, il existe une infinité de repères différents ; on choisira le repère le plus adapté à la situation étudiée.

Différents repères sont couramment utilisés en mécanique, le plus simple d'entre eux étant le ***repère CARTESIEN***, qu'on notera dans la suite $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, défini par :

- une **ORIGINE** notée **O**, fixe dans le référentiel d'étude ;
- une **BASE ORTHONORMEE DIRECTE** constituée des 3 vecteurs $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ orthogonaux entre eux, de norme 1 (vecteurs unitaires) et dont l'orientation est imposée par la règle de la main droite (voir schéma ci-contre) : chacun de ces vecteurs est donc **FIXE** et caractérise ainsi une des trois directions particulières de l'espace selon les axes généralement appelés **(Ox)**, **(Oy)** et **(Oz)**.



Les trois vecteurs unitaires du repère cartésien sont notés $\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}$ ou $\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z}$ *au lieu de* $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ ...

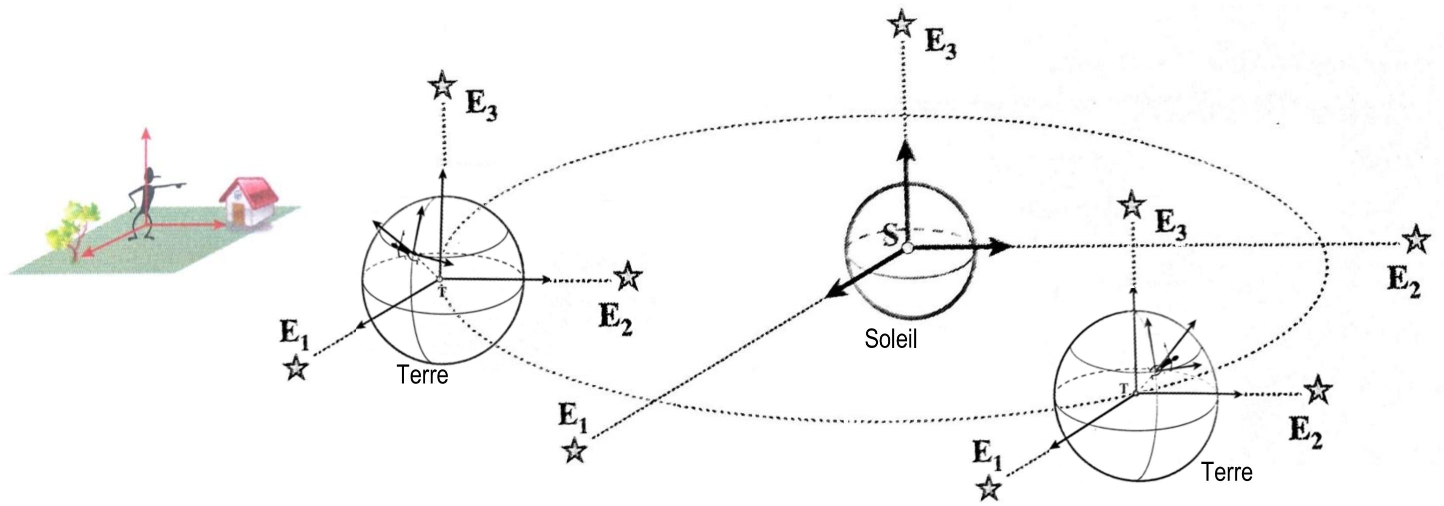
✍ ***Application 1*** :
a) *Sur la 1ère photo illustrant le bus qui roule page précédente, dessiner en rouge 2 repères différents associés au référentiel « terrestre » et en vert 2 repères différents associés au référentiel « bus ». Indiquer où se situent ces repères sur la 2ème photo.*
b) *Proposer deux origines des temps différentes.*

2) Les référentiels usuels

Certains référentiels sont couramment utilisés en mécanique car ils permettent une étude simple des mouvements. Ils sont décrits ci-dessous :

Référentiel	*Définition*	*Propriétés*
	Les repères associés ont une **origine** située en un point quelconque de la surface de la Terre et leurs **axes** sont ancrés au sol.	Les axes des repères liés à ce référentiel tournent en même temps que la Terre tourne sur elle-même.
	Les repères associés ont une **origine** située au centre de la Terre et les 3 **axes** pointent vers 3 étoiles « fixes » E_1, E_2, E_3 (c'est-à-dire suffisamment lointaines pour nous paraître fixes sur la durée du problème).	Les axes des repères liés à ce référentiel ne tournent pas en même temps que la Terre tourne sur elle-même ni en même temps que la Terre tourne autour du Soleil.
	Les repères associés ont une **origine** située au centre du Soleil et les 3 **axes** pointent vers 3 étoiles « fixes » E_1, E_2, E_3 (c'est-à-dire suffisamment lointaines pour nous paraître fixes sur la durée du problème).	

✍ ***Application 2*** : *Sur la figure ci-dessous, surligner en rouge les repères associés au référentiel terrestre, en vert les repères associés au référentiel géocentrique et en bleu le repère associé au référentiel héliocentrique.*

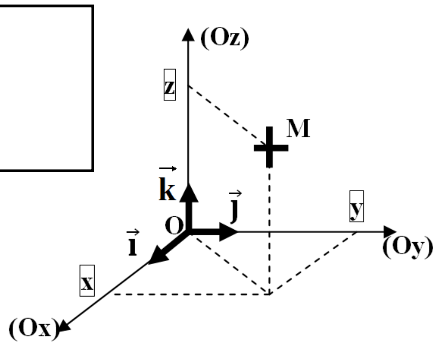


II- Les vecteurs utilisés en cinématique

Comme nous allons le voir dans ce paragraphe, la notation vectorielle est très pratique en cinématique car elle procure l'avantage de regrouper beaucoup d'informations dans une notation concise.

1) Le vecteur « position »

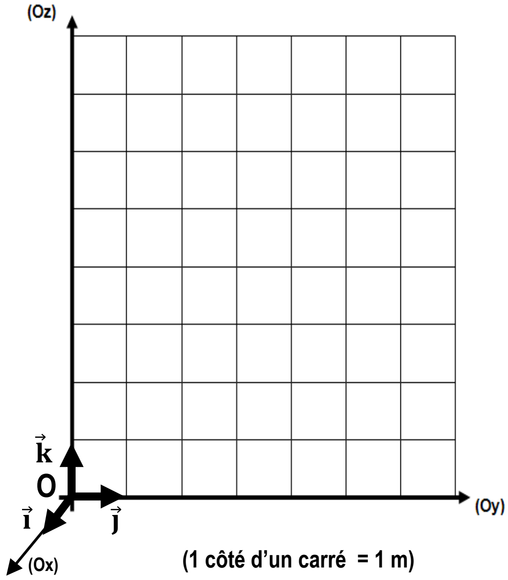
La position d'un point **M** est repérée par rapport à l'origine **O** du repère via ses coordonnées cartésiennes notées **(x, y, z)** définissant ainsi le **vecteur position $\overrightarrow{OM}$** tel que :



Les coordonnées cartésiennes **x**, **y** et **z** :

- sont des ***nombres pouvant prendre des valeurs négatives, positives ou nulles*** et matérialisent la distance algébrique à laquelle se trouve le point **M** par rapport à **O** respectivement sur les axes **(Ox)**, **(Oy)** et **(Oz)**. Elles sont donc exprimées *en mètre*.

- ***ont une valeur qui dépend du temps t*** : c'est pourquoi on les voit parfois notées **x(t)**, **y(t)** et **z(t)** ; les relations donnant **x**, **y** et **z** en fonction du temps **t** sont appelées **EQUATIONS HORAIRES** du mouvement.



✍ ***Application 3*** : *Dans le repère cartésien* **(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)**, *la position du centre d'inertie d'un système est donnée à chaque instant par les équations horaires :*

$$x = 0 \quad ; \quad y = t + 1 \quad ; \quad z = -t^2 + 4t + 2$$

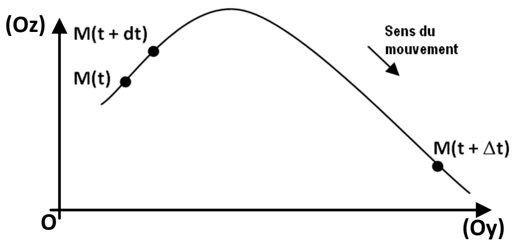
Compléter le tableau ci-dessous pour déterminer les coordonnées du vecteur position du centre d'inertie au cours du temps puis pour tracer sa trajectoire.

Coordonnées du vecteur position du centre d'inertie

Date	t_0 = 0 s	t_1 = 1 s	t_2 = 2 s	t_3 = 3 s	t_4 = 4 s
x					
y					
z					

2) Le vecteur « déplacement » et le vecteur « déplacement élémentaire »

Soient **M(t)** et **M(t + Δt)** les positions du point **M** aux instants de date **t** et **t + Δt**. La variation $\Delta\overrightarrow{OM}$ du vecteur position entre ces deux dates s'appelle ***VECTEUR DEPLACEMENT*** et est telle que :



Lorsque la durée **Δt** devient très faible, on la note **dt** (on parle de ***durée élémentaire***). Notons alors **M(t)** et **M(t + dt)** les positions du point **M** aux instants de date **t** et **t + dt**. La variation du vecteur position entre ces deux dates se note $\mathbf{d}\overrightarrow{OM}$ et s'appelle ***VECTEUR DEPLACEMENT ELEMENTAIRE***, vecteur qui est défini par la relation :

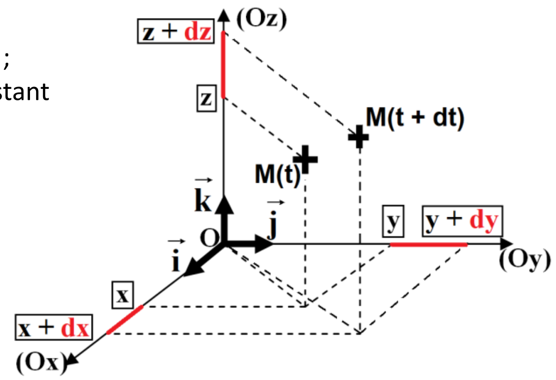
➨ ***Orientation du vecteur déplacement élémentaire*** $\mathbf{d}\overrightarrow{OM}$ **:**

➨ ***Coordonnées cartésiennes du vecteur déplacement élémentaire*** $\mathbf{d}\overrightarrow{OM}$ **:**

Dans le repère cartésien **(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)**, on note :

 # (x, y, z) les coordonnées du point **M** à l'instant de date **t** ;

 # (x + dx, y + dy, z + dz) les coordonnées du point **M** à l'instant de date **t + dt**.



3) Le vecteur « vitesse »

➡ ***Définition*** : # **M(t) =** position du point **M** à l'instant de date **t** ;
M(t + dt) = position du point **M** à l'instant de date **t + dt** ;

Le **vecteur vitesse instantanée** du point **M** à l'instant de date **t** (noté $\vec{v}_M$ **(t)**) caractérise la ***variation temporelle du vecteur position*** $\overrightarrow{OM}$ entre les instants de date **t** et **t + dt** :

➡ ***Lien entre vecteur vitesse $\vec{v}$ et vecteur position $\overrightarrow{OM}$*** :

➡ ***Orientation du vecteur vitesse $\vec{v}$*** :

➡ ***Coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse $\vec{v}$*** :

On rappelle que dans le repère cartésien **(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)**, on a : $d\overrightarrow{OM} = dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}$

Donc $$\vec{v}_M(t) = \frac{dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}}{dt}$$

C'est-à-dire : $$\vec{v}_M(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k}$$

$$\vec{v}_M(t) = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k} \qquad \text{ce qui se note } \vec{v}\begin{pmatrix} \ \\ \ \\ \ \end{pmatrix}$$

AUTRE METHODE : $\overrightarrow{OM} = x \times \vec{i} + y \times \vec{j} + z \times \vec{k}$ Donc, $\vec{v}_M(t) = \dfrac{d(x\times\vec{i} + y\times\vec{j} + z\times\vec{k})}{dt}$

$$\vec{v}_M(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + x \times \underbrace{\frac{d\vec{i}}{dt}} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + y \times \underbrace{\frac{d\vec{j}}{dt}} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k} + z \times \underbrace{\frac{d\vec{k}}{dt}}$$

Nuls car les vecteurs **$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$** sont fixes dans le référentiel choisi

Un vecteur vitesse ayant les coordonnées v_x, v_y et v_z a une norme **v =** $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

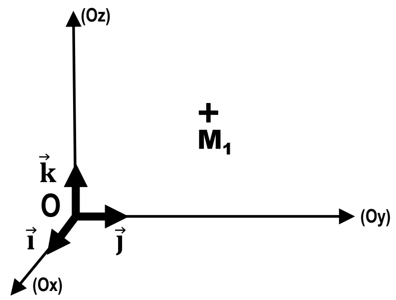
Les coordonnées cartésiennes v_x, v_y et v_z :

- sont des ***nombres pouvant prendre des valeurs négatives, positives ou nulles*** et elles s'expriment en *mètre par seconde*.
- ***ont une valeur qui dépend du temps t*** : c'est pourquoi on les voit parfois notées v_x**(t)**, v_y**(t)** et v_z**(t)** ; les relations donnant v_x, v_y et v_z en fonction du temps **t** étant de nouvelles **EQUATIONS HORAIRES** du mouvement.

✍ ***Application 4*** : *Dans le repère cartésien* **(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)**, *la position du centre d'inertie d'un système est donnée à chaque instant par les équations horaires :*

$$x = 0 \quad ; \quad y = t + 1 \quad ; \quad z = -t^2 + 4t + 2$$

On a repéré la position M_1 *du centre d'inertie du système à l'instant de date* $t_1 = 1$ s *dans le repère ci-contre. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse à cette date puis le représenter avec l'échelle* 1 cm *pour* 1 m.s^{-1}.



4) Le vecteur « accélération »

➡ ***Définition*** : # **M(t) =** position du point **M** à l'instant de date **t** ;
M(t + dt) = position du point **M** à l'instant de date **t + dt** ;

Le **vecteur accélération instantanée** du point **M** à l'instant de date **t** (noté $\vec{a}_M$ **(t)**) caractérise la ***variation temporelle du vecteur vitesse*** $\vec{v}_M$ entre les instants de date **t** et **t + dt** :

➡ ***Lien entre vecteur accélération $\vec{a}$ et vecteur vitesse $\vec{v}$:***

➡ ***Lien entre vecteur accélération $\vec{a}$ et vecteur position $\overrightarrow{OM}$:***

➡ ***Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération $\vec{a}$:***

On rappelle que dans le repère cartésien **(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)**, on a : $\vec{v} = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$

Donc, $\vec{a}_M\,(t) = \dfrac{d(v_x\times\vec{i} + v_y\times\vec{j} + v_z\times\vec{k})}{dt}$

$$\vec{a}_M\,(t) = \frac{dv_x}{dt}\times\vec{i} + v_x\times\underbrace{\frac{d\vec{i}}{dt}} + \frac{dv_y}{dt}\times\vec{j} + v_y\times\underbrace{\frac{d\vec{j}}{dt}} + \frac{dv_z}{dt}\times\vec{k} + v_z\times\underbrace{\frac{d\vec{k}}{dt}}$$

$\vec{a}_M\,(t) =$

$\vec{a}_M\,(t) =$ ce qui se note $\vec{a}\left(\quad\right)$

Un vecteur accélération ayant les coordonnées a_x, a_y *et* a_z *a une norme* **a =** $\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

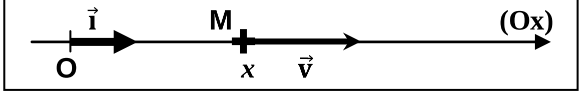
Les coordonnées cartésiennes a_x, a_y et a_z :

- sont des ***nombres pouvant prendre des valeurs négatives, positives ou nulles*** et s'exprimant en *mètre par seconde carré*.
- ***ont une valeur qui dépend du temps t*** : c'est pourquoi on les voit parfois notées a_x**(t)**, a_y**(t)** et a_z**(t)**, les relations donnant a_x, a_y et a_z en fonction du temps **t** étant de nouvelles **EQUATIONS HORAIRES** du mouvement.

III- Etude de mouvements particuliers

1) Les mouvements rectilignes

Un mouvement est ***RECTILIGNE*** si la **trajectoire est une droite**. Dans ce cas, inutile d'utiliser trois axes pour décrire le mouvement du système ! Si on veut simplifier l'étude, autant choisir un axe de même direction que celle du mouvement, par exemple l'axe **(Ox)**, dont le vecteur unitaire est le vecteur $\vec{i}$.



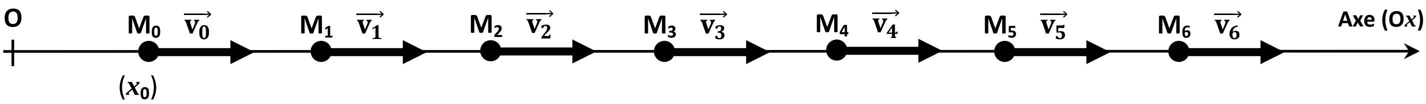
Les expressions de son vecteur position, de son vecteur vitesse et de son vecteur accélération s'écrivent alors :

$\overrightarrow{OM}$ =

$\vec{v}$ =

$\vec{a}$ =

a/ Le mouvement rectiligne *UNIFORME*



➡ ***Conséquence*** :

✍ ***Application 7*** : *Déterminer les expressions de* $\mathbf{a}_x(\mathbf{t})$, $\mathbf{v}_x(\mathbf{t})$ *et* $x(\mathbf{t})$ *pour un mouvement rectiligne uniforme caractérisé à l'instant initial par* $x = x_0$ *et* $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_0$.

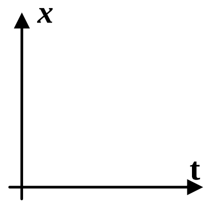
#

#

♦ *Par définition,* $\mathbf{a}_x = \frac{d\mathbf{v}_x}{dt}$, *c'est-à-dire ici* $\mathbf{a}_x = \frac{d\mathbf{v}_0}{dt}$ *; comme* $\mathbf{v_0}$ *est une constante, on retrouve* $\mathbf{a}_x = \mathbf{0}$ *…*

♦ *Pour un mouvement curviligne uniforme, la valeur de* **v** *est la même à chaque instant, mais pas celle de* $\mathbf{v}_x$. *Le raisonnement précédent serait donc faux !*

#

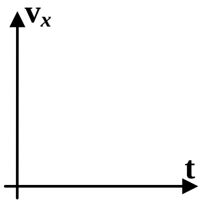
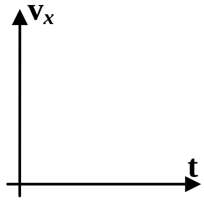


b/ Les mouvements rectilignes *UNIFORMEMENT VARIES*

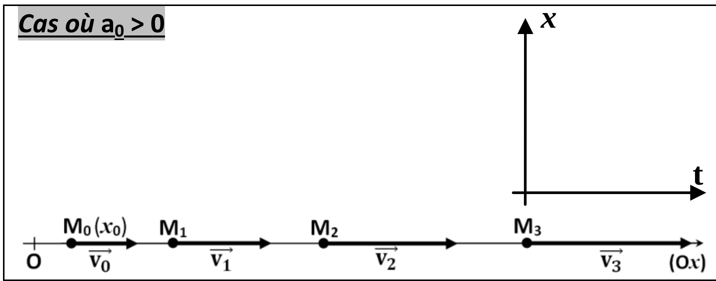
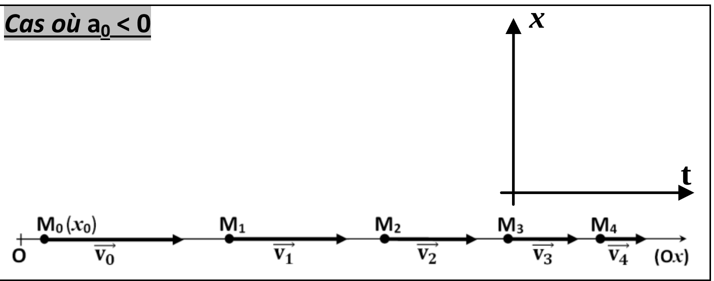
✍ ***Application 8*** : *Déterminer les expressions de* $\mathbf{a}_x(\mathbf{t})$, $\mathbf{v}_x(\mathbf{t})$ *et* $x(\mathbf{t})$ *pour un mouvement rectiligne uniformément varié caractérisé à l'instant initial par* $x = x_0$, $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_0$ *et* $\mathbf{a}_x = \mathbf{a}_0$.

#

#

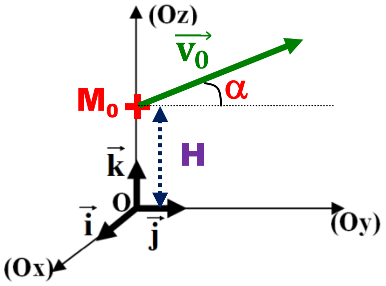
Cas où $a_0 > 0$	***Cas où*** $a_0 < 0$
	

#

Cas où $a_0 > 0$	*Cas où $a_0 < 0$*
	

2) Les mouvements de vecteur accélération constant

Comme le titre de ce paragraphe l'évoque, certains mouvements sont caractérisés par un ***vecteur accélération CONSTANT***, c'est-à-dire par un **vecteur accélération qui conserve la même direction, le même sens et la même valeur** tout au long de l'étude. C'est par exemple le cas des mouvements *rectiligne uniformément accéléré* et *rectiligne uniformément décéléré* étudiés précédemment mais aussi de mouvements non rectilignes comme les situations physiques où un projectile est lancé : l'application ci-dessous en est une illustration.



✍ ***Application 9*** : *Soit un point matériel M dans le repère cartésien* $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

- *soumis à une accélération constante* $\vec{a} = -a_0\,\vec{k}$;
- *se trouvant initialement au point* M_0 *indiqué ci-contre* ;
- *évoluant initialement à une vitesse* v_0 *décrite par le vecteur* $\vec{v_0}$ *dessiné ci-contre.*

a) ***Conditions initiales*** *: donner les coordonnées du vecteur position initial* $\overrightarrow{OM_0}$ *en fonction de* **H** *et celles du vecteur vitesse initial* $\vec{v_0}$ *en fonction de* v_0 *et* α.

b) *Donner les coordonnées du vecteur vitesse* $\vec{v}$ *en fonction de* a_0, v_0, α *et* **t**.

c) *Donner les coordonnées du vecteur position* $\overrightarrow{OM}$ *en fonction de* a_0, v_0, **H**, α *et* **t**.

d) *Donner l'équation de la trajectoire du point* M.

a) $\overrightarrow{OM_0}\left\{ \right.$ $\vec{v_0}\left\{ \right.$

b) $\vec{a}\left\{ \right.$ $\longrightarrow$ $\vec{v}\left\{ \right.$

Or, à t = 0, $\vec{v_0}\left\{ \right.$

On a donc finalement : $\boxed{\vec{v}\left\{ \right.}$

c) $\overrightarrow{\mathbf{OM}} \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

Or, <u>à t = 0</u>, $\overrightarrow{\mathbf{OM_0}} \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

On a donc finalement : $\boxed{\overrightarrow{\mathbf{OM}} \begin{cases} \\ \\ \end{cases}}$

d) <u>Equation de la trajectoire = Expression de **z = f(y)**.</u>