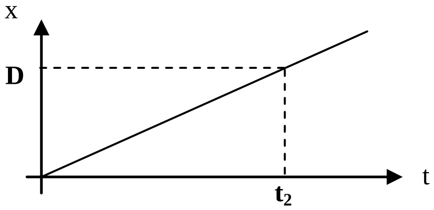
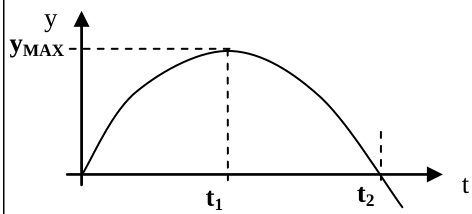
TP Physique 09 **BCPST 1C**

Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme - CORRIGE

	Courbe x = f(t)	Courbe y = f(t)
Allure du graphique		
Expression du modèle	$x = a \times t$	$y = b \times t + c \times t^2$
Coefficients de la modélisation (avec leurs unités)	$a = 2{,}12\ m.s^{-1}$	$b = 2{,}25\ m.s^{-1}$ $c = -4{,}89\ m.s^{-2}$

✍**1-** Pour modéliser « x = f(t) », on choisit une fonction linéaire du type **$x = a \times t$**.

Or, l'expression théorique de « **x** » proposée est **$x = v_0.\cos(\alpha) \times t$**.

Elle est donc bien du type **$x = a \times t$** avec **$a = v_0.\cos(\alpha)$**

✍**2-** Pour modéliser « y = f(t) », on choisit une fonction parabolique du type **$y = b \times t + c \times t^2$**.

Or, l'expression théorique de « **y** » proposée est **$y = -0{,}5\ g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$**.

Elle est donc bien du type **$y = b \times t + c \times t^2$** avec **$b = v_0.\sin(\alpha)$** et **$c = -0{,}5\ g$**.

✍**3-** Seul le coefficient de modélisation **c** fait référence à la grandeur « **g** ». On a **$c = -0{,}5\ g$**. On en déduit donc que $\boxed{g = -2\ c}$, soit **$g = -2 \times (-4{,}89)$**, ce qui conduit à **$g = 9{,}78\ m.s^{-2}$**.

La valeur qu'on obtient est bien **en accord avec la valeur théorique** attendue $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

✍**4-** Les coefficients de modélisation **a** et **b** font tous les deux référence à « **v_0** » et à « **α** ». On peut trouver la valeur de ces deux grandeurs en résolvant un système :

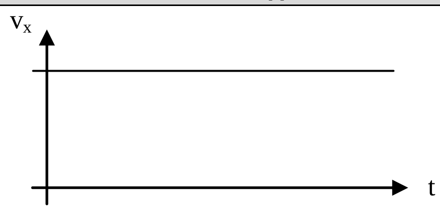
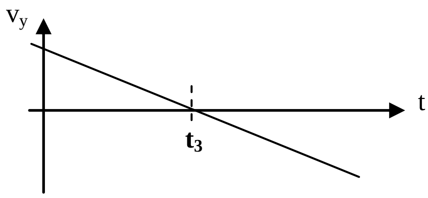
$a = v_0.\cos(\alpha)$ et **$b = v_0.\sin(\alpha)$** Donc **$b / a = \tan(\alpha)$** soit $\boxed{\alpha = \arctan(b/a)}$

AN → **$\alpha = \arctan(2{,}25/2{,}12)$** soit **$\alpha = 46{,}7\ °$**

La valeur de **v_0** se déduit alors du coefficient **a** ou du coefficient **b**. Par exemple $\boxed{v_0 = a / \cos(\alpha)}$

AN → **$v_0 = 2{,}12 / \cos(46{,}7°)$** soit **$v_0 = 3{,}09\ m.s^{-1}$**

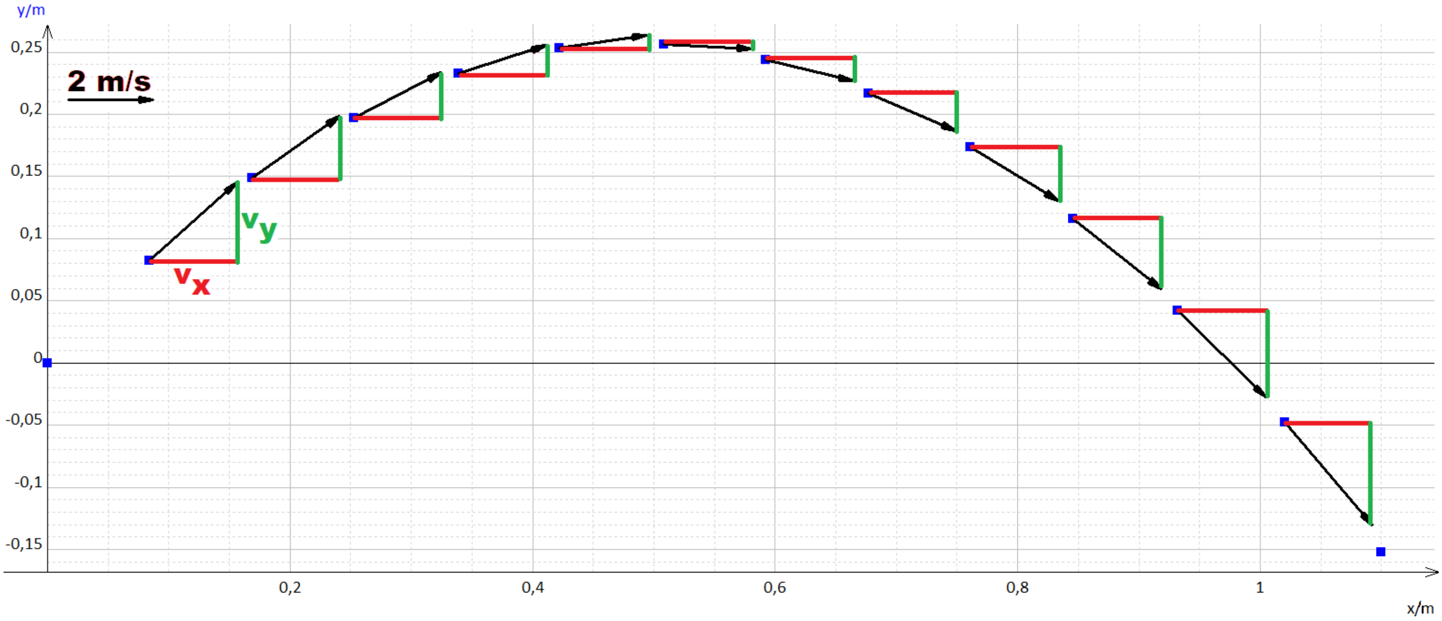
✍**5-** On lit : - Altitude **y_{MAX}** la plus haute atteinte par la balle : **$y_{MAX} = 257\ mm$** ;
- La date **t_1** à laquelle la balle atteint cette altitude la plus haute : **$t_1 = 230\ ms$** ;
- La date **t_2** pour laquelle la balle repasse par l'altitude **y = 0** : **$t_2 = 460\ ms$** ;
- La portée **D** de la balle (distance horizontale séparant les 2 points d'altitude y = 0) : **D = 976 mm**.

	Courbe $v_x = f(t)$	Courbe $v_y = f(t)$
Allure du graphique		
Expression du modèle	$v_x = b_1$	$v_y = a_2 + b_2 \times t$
Coefficients de la modélisation (avec leurs unités)	$b_1 = 2{,}12\ m.s^{-1}$	$a_2 = 2{,}25\ m.s^{-1}$ $b_2 = -4{,}89\ m.s^{-2}$

✍**6-** L'expression théorique de v_x est : **$v_x = v_0 \times \cos(\alpha)$** avec **$v_0$** et **$\alpha$** deux constantes. On devait donc s'attendre à ce que la **valeur de v_x soit une constante quelle que soit la valeur de t**.

✍**7-** L'expression théorique de v_y est : **$v_y = -g\ t + v_0 \times \sin(\alpha)$** avec **g**, **$v_0$** et **$\alpha$** trois constantes. On devait donc s'attendre à ce que **$v_y(t)$ soit une fonction affine décroissante** (car $-g < 0$).

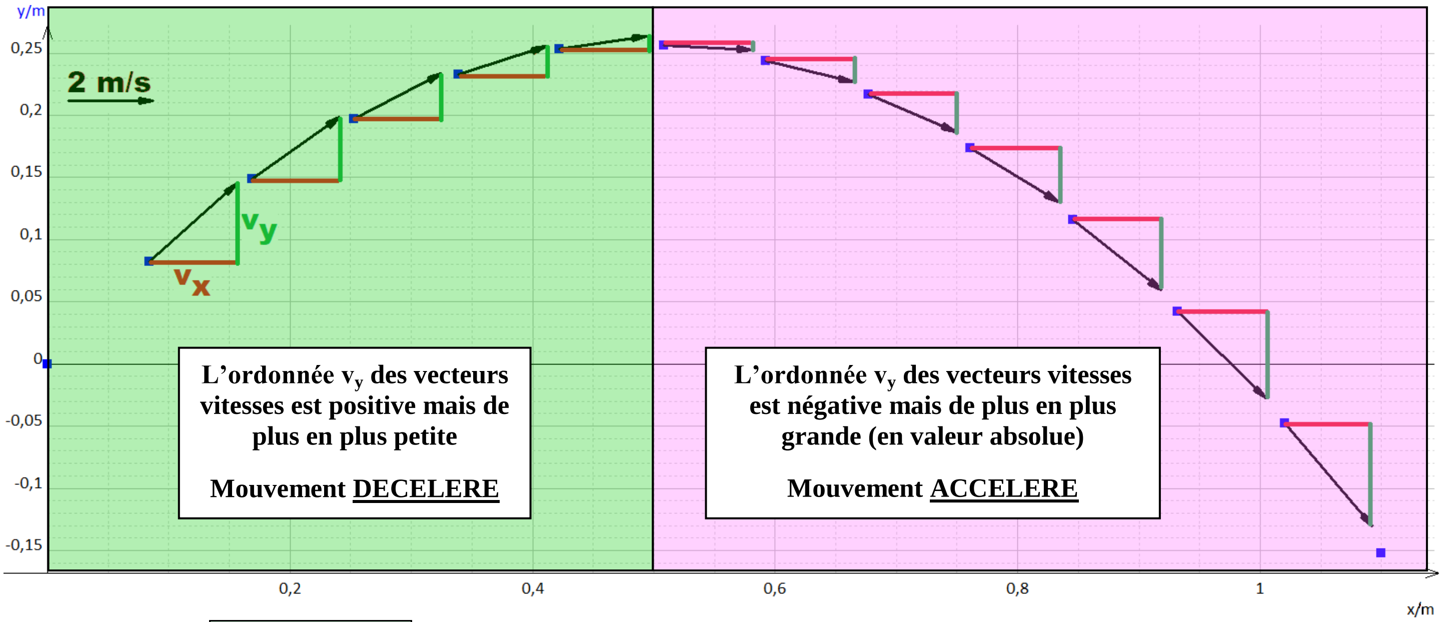
8- **a)** v_x représente l'abscisse du vecteur vitesse ; $\mathbf{v_y}$ représente l'ordonnée du vecteur vitesse.



b) # *<u>Justification du signe de v_x</u>* : quel que soit l'endroit où on se situe sur la trajectoire de la balle, **<u>le vecteur vitesse est orienté vers la droite, c'est-à-dire dans le même sens que l'axe (Ox)</u>**. Cela implique donc qu'à chaque instant, l'abscisse v_x du vecteur vitesse est de signe positif.

Comme **la valeur de v_x est constante**, cela signifie que **<u>le mouvement du système est UNIFORME selon l'axe (Ox)</u>** : selon cet axe, le système avance toujours de la même distance à intervalles de temps égaux.

c) On observe deux phases sur le mouvement vertical de la balle :



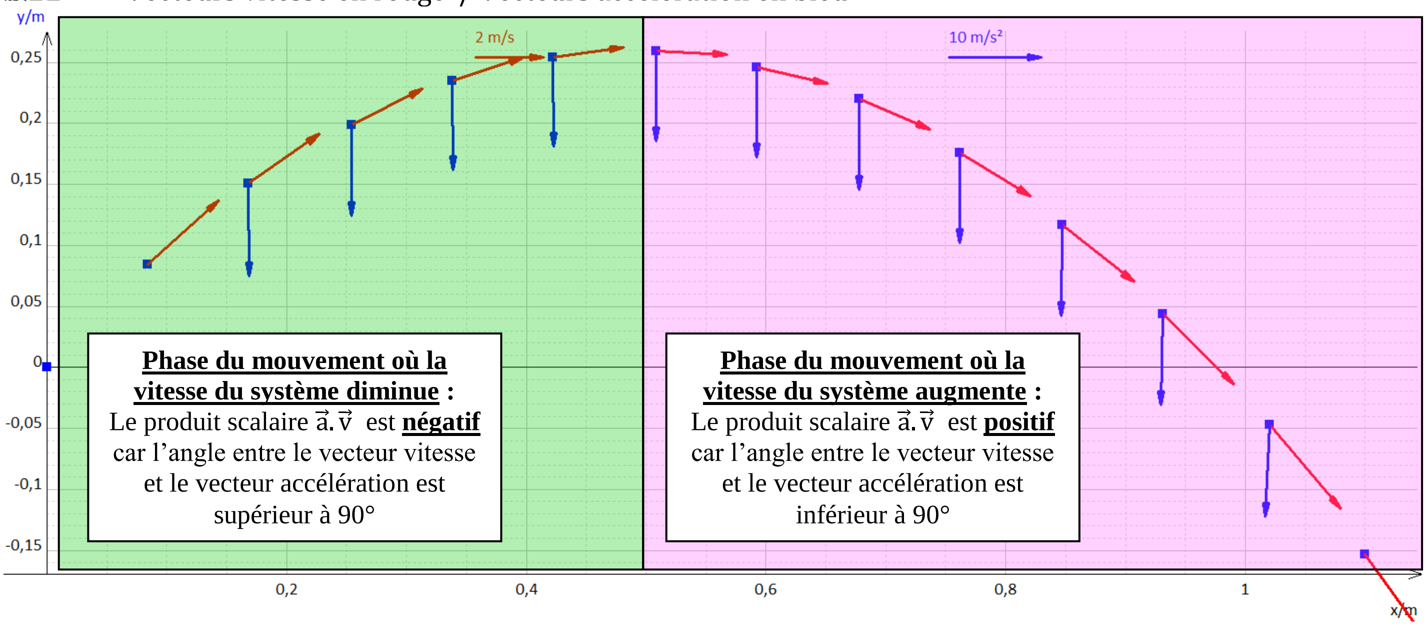
- **La balle monte :** dans ce cas, le vecteur vitesse est orienté vers le haut, c'est-à-dire dans le même sens que l'axe (Oy). Cela implique donc qu'à chaque instant de cette première phase, ***l'ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***du vecteur vitesse est <u>de signe positif</u>***. Mais elle diminue progressivement car au fur et à mesure de sa montée, le vecteur vitesse est de moins en moins vertical (ou de plus en plus horizontal), ce qui se traduit par une ***ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***<u>de plus en plus petite</u>*** …

- **La balle descend :** dans ce cas, le vecteur vitesse est orienté vers le bas, c'est-à-dire dans le sens opposé à celui de l'axe (Oy). Cela implique donc qu'à chaque instant de cette seconde phase, ***l'ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***du vecteur vitesse est <u>de signe négatif</u>***. D'ailleurs, elle augmente progressivement (en valeur absolue) car au fur et à mesure de sa descente, le vecteur vitesse est de plus en plus vertical, ce qui se traduit par une ***ordonnée*** $\mathbf{v_y}$ ***<u>de plus en plus grande</u>*** (en valeur absolue) …

9- On note **<u>t_3 = 230 ms</u>**, ce qui correspond à la date $\mathbf{t_1}$ déterminée à la question **5-**. Lorsque v_y est nulle, on est au **<u>sommet de la trajectoire</u>**.

✍10- On constate que le vecteur accélération conserve même norme, même direction et même sens quel que soit le point de la trajectoire où il est représenté. Le système est donc soumis à un **vecteur accélération constant** tout au long de l'étude :
Sa verticalité impose que $\mathbf{a_x = 0}$, en accord avec l'expression théorique de $\mathbf{a_x}$;
Son orientation impose que $\mathbf{a_y < 0}$, en accord avec l'expression théorique de $\mathbf{a_y = -g}$;

✍11- Vecteurs vitesse en rouge / Vecteurs accélération en bleu



✍12- Régressi calcule la **valeur de la vitesse** par l'opération : v=sqrt(vx^2+vy^2)

Concrètement, cela signifie qu'il réalise pour chaque date le calcul : $\mathbf{v} = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$

Régressi calcule la **valeur de l'accélération** par l'opération : a=sqrt(ax^2+ay^2)

Concrètement, cela signifie qu'il réalise pour chaque date le calcul : $\mathbf{a} = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2}$

✍13- • **Expression théorique de la date t_1** :

A cette date particulière, la balle est au sommet de sa trajectoire, qui est caractérisée par une ordonnée v_y du vecteur vitesse qui est nulle. On pose donc $\mathbf{v_y = 0}$ et on isole $\mathbf{t_1}$.

On a donc la relation : $\mathbf{0 = - g\, t_1 + v_0.sin(\alpha)}$, soit $\boxed{\mathbf{t_1 = v_0.sin(\alpha) / g}}$.

• **Expression théorique de la date t_2** :

A cette date particulière, la balle passe par le point d'altitude y = 0. On pose donc $\mathbf{y = 0}$ et on isole $\mathbf{t_2}$.

On a donc la relation : $\mathbf{0 = - ½\, g\, t_2{}^2 + v_0.sin(\alpha).t_2}$, soit $\mathbf{0 = t_2 \times (- ½\, g\, t_2 + v_0.sin(\alpha))}$

Ce produit de deux termes est nul si l'un des deux termes est nul. On en déduit donc deux possibilités :
$\mathbf{t_2 = 0}$ (valeur qui ne correspond pas à ce qu'on recherche mais au point de départ du système) ;
$\mathbf{- ½\, g\, t_2 + v_0.sin(\alpha) = 0}$, soit $\mathbf{t_2}$ = $\boxed{\mathbf{2\, v_0.sin(\alpha) / g}}$.

• **Expression théorique de l'altitude y_{MAX}** :

Cette altitude est celle caractérisée par la date t_1. On donne donc l'expression de **y** en remplaçant **t** par l'expression de $\mathbf{t_1}$ trouvée précédemment.

On a donc la relation : $\mathbf{y_{MAX} = - ½\, g\, (v_0.sin(\alpha) / g)^2 + v_0.sin(\alpha) \times (v_0.sin(\alpha) / g)}$
D'où $\mathbf{y_{MAX} = - ½\, v_0{}^2.sin^2(\alpha) / g + v_0{}^2.sin^2(\alpha)/ g}$ ou encore $\boxed{\mathbf{y_{MAX} = - ½\, v_0{}^2.sin^2(\alpha)/ g}}$

• **Expression théorique de la distance D** :

Cette distance correspond à la valeur de x associée à la date t_2. On donne donc l'expression de **x** en remplaçant **t** par l'expression de $\mathbf{t_2}$ trouvée précédemment.

On a donc la relation : $\mathbf{D = v_0.cos\, (\alpha) \times (2\, v_0.sin(\alpha) / g)}$ D'où $\boxed{\mathbf{D = 2\, v_0{}^2.sin\, (\alpha).cos\, (\alpha)/ g}}$