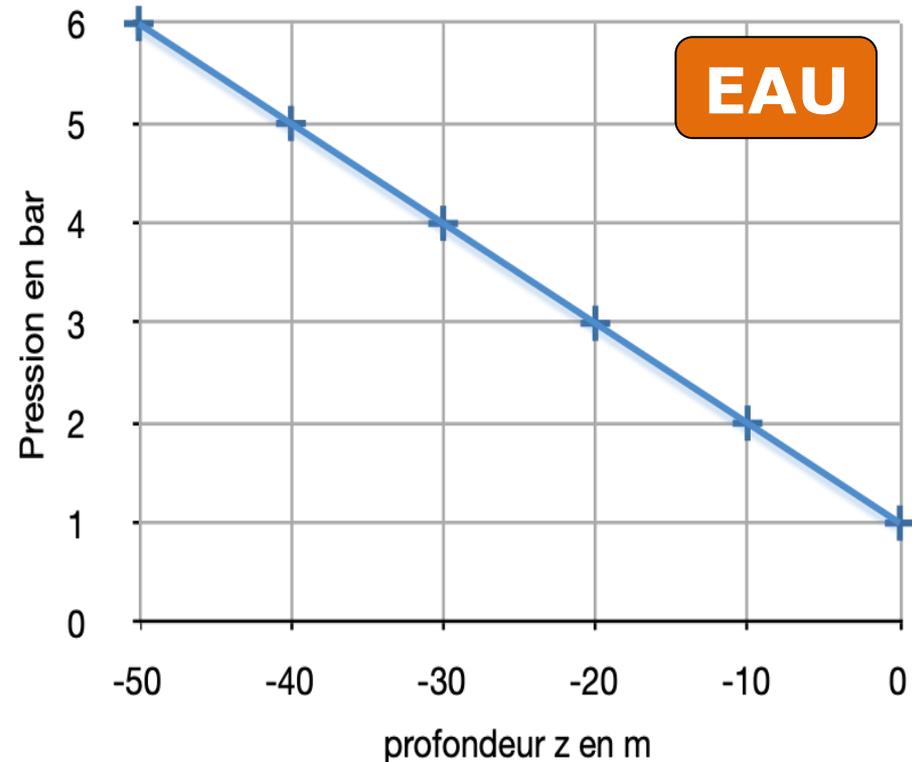
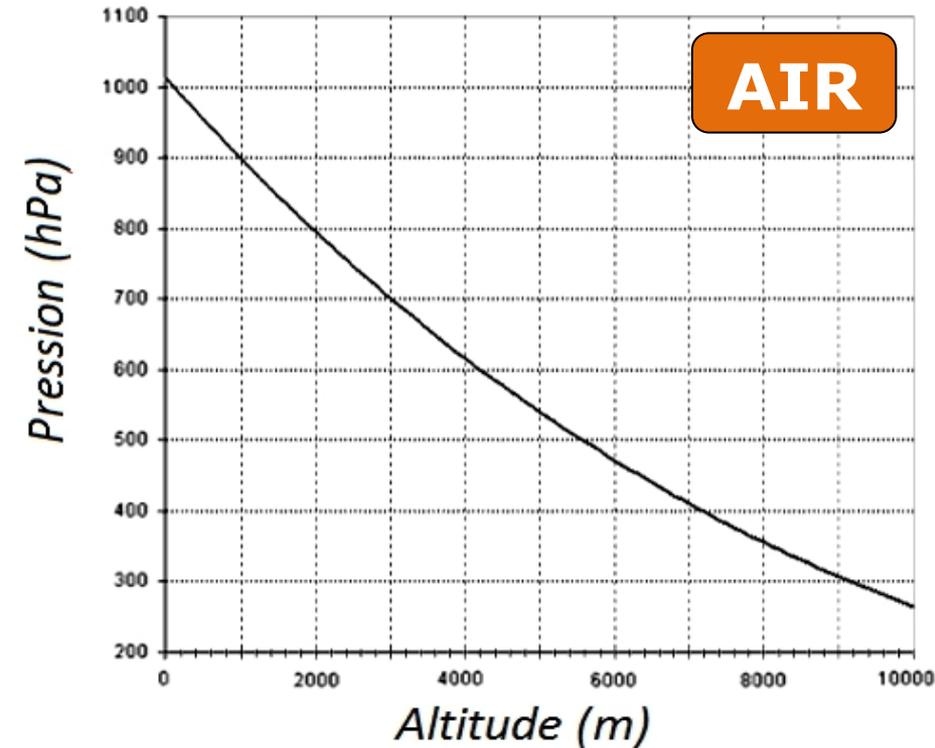


- Statique des fluides -

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Pression dans un fluide au repos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Forces volumiques, forces surfaciques. 	<ul style="list-style-type: none"> - Citer des exemples de forces surfaciques ou volumiques.
<ul style="list-style-type: none"> - Résultante de forces de pression sur une surface. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. - Déterminer l'expression ou la valeur de la résultante des forces de pression sur une surface plane.
<ul style="list-style-type: none"> - Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme. - Poussée d'Archimède. 	<ul style="list-style-type: none"> - Établir la relation $dP/dz = \pm \rho g$. - Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède et démontrer son expression
<p>Équilibre hydrostatique dans le champ de pesanteur terrestre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modèle de l'atmosphère isotherme. Échelle de hauteur caractéristique de variation de la pression. 	<ul style="list-style-type: none"> - Établir l'expression de la pression en fonction de l'altitude dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. - Citer la valeur de la pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer.
<ul style="list-style-type: none"> - Stratification verticale des océans. 	<ul style="list-style-type: none"> - Établir l'expression de la pression avec la profondeur dans le cas d'un fluide incompressible.
<ul style="list-style-type: none"> - Flottabilité. 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpréter la flottabilité d'une particule de fluide à l'aide des projections verticales du poids et de la poussée d'Archimède. - Identifier quelques phénomènes physiques favorables ou défavorables aux mouvements verticaux de convection dans l'atmosphère ou les océans terrestres. - Construire, par analyse dimensionnelle, les temps caractéristiques associés à ces phénomènes et les comparer

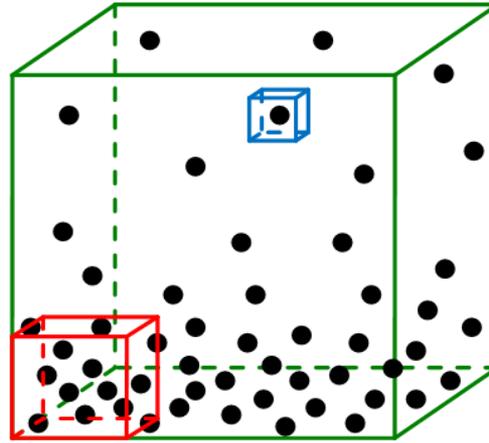
- Statique des fluides -



Comment expliquer ces variations de pression dans l'air ou dans l'eau ?

I- Les forces au sein d'un fluide au repos

➔ Conditions de l'étude :



Echelle ...	Macroscopique	Mésoscopique	Microscopique
La matière apparaît-elle comme <u>continue</u> ?	OUI	OUI	NON
Peut-on définir température, pression, masse volumique ?	OUI	OUI	NON
Ces grandeurs rendent-elles compte de l'aspect LOCAL ?	NON	OUI	-

Dans la suite, on étudiera les fluides en les décomposant en **portions de fluide de taille mésoscopique** appelées **PARTICULES FLUIDES**.

Dans la suite, on étudiera les fluides en les décomposant en **portions de fluide de taille mésoscopique** appelées **PARTICULES FLUIDES**.

1) Les forces de VOLUME

Forces à distance qui s'exercent en tout point du volume de fluide

➔ La force élémentaire de volume \vec{dF} que subit une particule fluide est proportionnelle à son volume dV selon la relation suivante :

Force élémentaire de volume (en **N**)

$$\vec{dF} = \vec{f}_{vol} \cdot dV$$

Volume élémentaire (en **m³**)

Force volumique (en **N.m⁻³**)

➔ La plus commune des forces de volume est le poids.

Particule fluide de volume dV , de masse dm et de masse volumique ρ :

elle subit un poids élémentaire \vec{dP} tel que :

$$\vec{dP} = dm \cdot \vec{g} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{dP} = \rho \cdot dV \cdot \vec{g} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{dP} = \rho \cdot \vec{g} \cdot dV$$

à identifier avec $\vec{dF} = \vec{f}_{vol} \cdot dV$

➔ La plus commune des forces de volume est le poids.

Particule fluide de volume dV , de masse dm et de masse volumique ρ : elle subit un poids élémentaire \vec{dP} tel que :

$$\vec{dP} = dm \cdot \vec{g} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{dP} = \rho \cdot dV \cdot \vec{g} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{dP} = \rho \cdot \vec{g} \cdot dV$$

à identifier avec $\vec{dF} = \vec{f}_{vol} \cdot dV$

$\vec{f}_{vol}(\text{pesanteur}) = \rho \cdot \vec{g}$

(N.m⁻³)
(kg.m⁻³)
(m.s⁻²)

2) Les forces de SURFACE

a/ Description générale

Forces de contact qui s'exercent en tout point de la surface délimitant le fluide de l'extérieur

➔ La force élémentaire de surface \vec{dF} que subit une particule fluide est proportionnelle à la surface dS selon la relation suivante :

Force élémentaire de surface (en N) — $\vec{dF} = \vec{f}_{surf} \cdot dS$ — Surface élémentaire (en m²)

$\vec{dF} = \vec{f}_{surf} \cdot dS$

2) Les forces de SURFACE

a/ Description générale

Forces de contact qui s'exercent en tout point de la surface délimitant le fluide

➔ La force élémentaire de surface \vec{dF} que subit une particule fluide est proportionnelle à la surface dS selon la relation suivante :

Force élémentaire de surface (en **N**)

$$\vec{dF} = \vec{f}_{\text{surf}} \cdot dS$$

Force surfacique (en **N.m⁻²**)

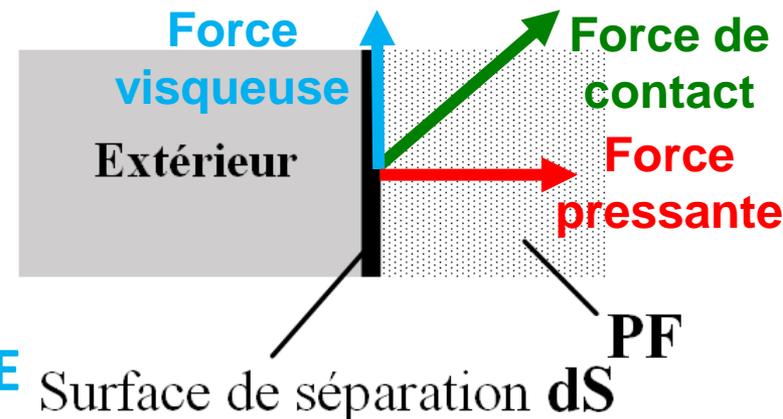
Surface élémentaire (en **m²**)

➔ Pour un fluide MACROSCOPIQUEMENT au repos, les molécules sont quand même MICROSCOPIQUEMENT en mouvement permanent ...

Chaque particule fluide PF subit donc des chocs incessants de la part des molécules de fluide situées autour d'elle

= **FORCE DE CONTACT**

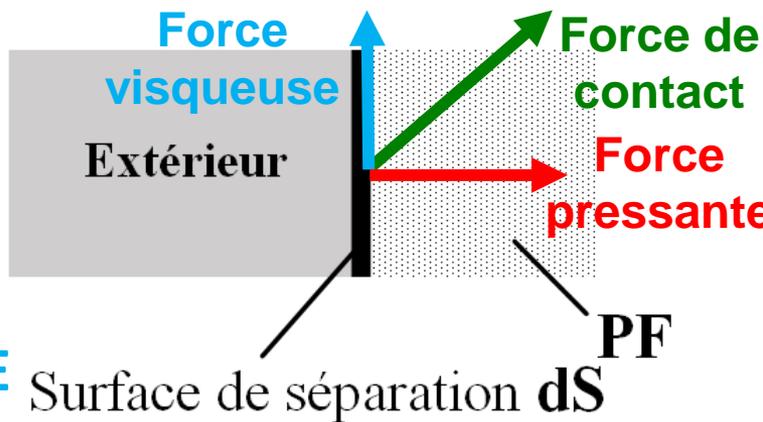
= **force PRESSANTE** + **force VISQUEUSE**



➔ Pour un fluide MACROSCOPIQUEMENT au repos, les molécules sont quand même MICROSCOPIQUEMENT en mouvement permanent ...

Chaque particule fluide PF subit donc des chocs incessants de la part des molécules de fluide situées autour d'elle

= **FORCE DE CONTACT**
 = **force PRESSANTE** + **force VISQUEUSE**

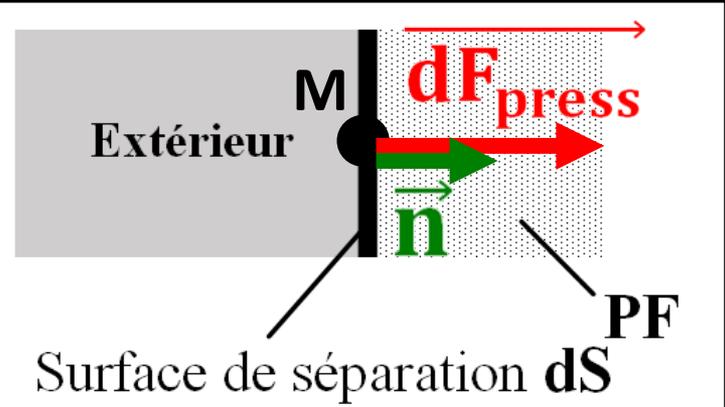


Pour un fluide en équilibre, la **force visqueuse est nulle** et la **force pressante élémentaire $dF_{press}(M)$ exercée par l'extérieur** sur la surface élémentaire dS au voisinage d'un point M est liée à la pression $P(M)$ du point M par la relation :

$$\vec{dF}_{press} = P(M) \cdot dS \cdot \vec{n}$$

(N) (N.m⁻² = Pa) (m²)

où \vec{n} est le **vecteur unitaire normal** à la surface et dirigé vers l'intérieur de la PF

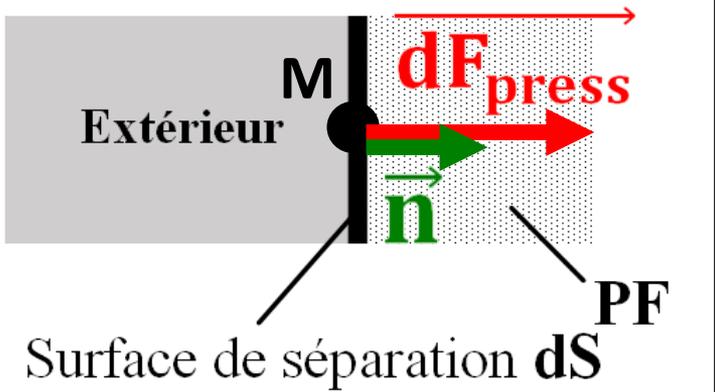


Pour un fluide en équilibre, la **force visqueuse est nulle** et la force pressante élémentaire $d\vec{F}_{\text{press}}(\mathbf{M})$ exercée par l'extérieur sur la surface élémentaire $d\mathbf{S}$ au voisinage d'un point \mathbf{M} est reliée à la pression $P(\mathbf{M})$ du point \mathbf{M} par la relation :

$$\vec{dF}_{\text{press}} = P(\mathbf{M}) \cdot d\mathbf{S} \cdot \vec{n}$$

(N) (N.m⁻² = Pa) (m²)

où \vec{n} est le **vecteur unitaire normal** à la surface et dirigé vers l'intérieur de la PF



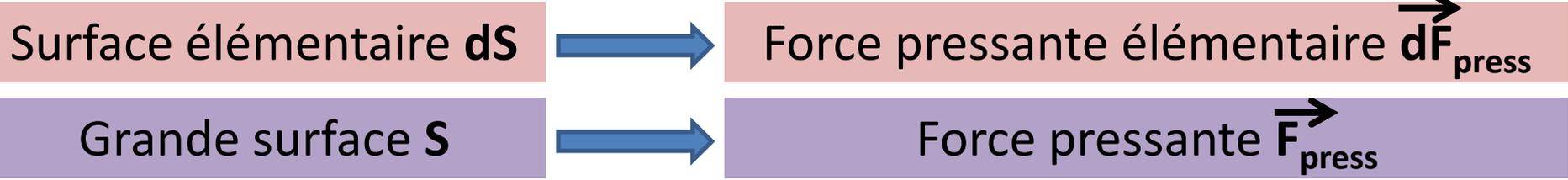
En identifiant avec $\vec{dF} = \vec{f}_{\text{surf}} \cdot d\mathbf{S}$, on constate que $\vec{f}_{\text{surf}} = P(\mathbf{M}) \cdot \vec{n}$

➔ la pression P(M) est une force surfacique.



La force pressante élémentaire qu'exerce une particule fluide sur l'extérieur est égale à $\vec{dF} = -P(\mathbf{M}) \cdot d\mathbf{S} \cdot \vec{n}$

b/ Résultante des forces pressantes



En identifiant avec $\vec{dF} = \vec{f}_{\text{surf}} \cdot dS$, on constate que $\vec{f}_{\text{surf}} = P(M) \cdot \vec{n}$
 ➔ la pression P(M) est une force surfacique.

b/ Résultante des forces pressantes

Surface élémentaire dS



Force pressante élémentaire \vec{dF}_{press}

Grande surface S



Force pressante \vec{F}_{press}

= **Résultante (somme) des forces pressantes élémentaires**

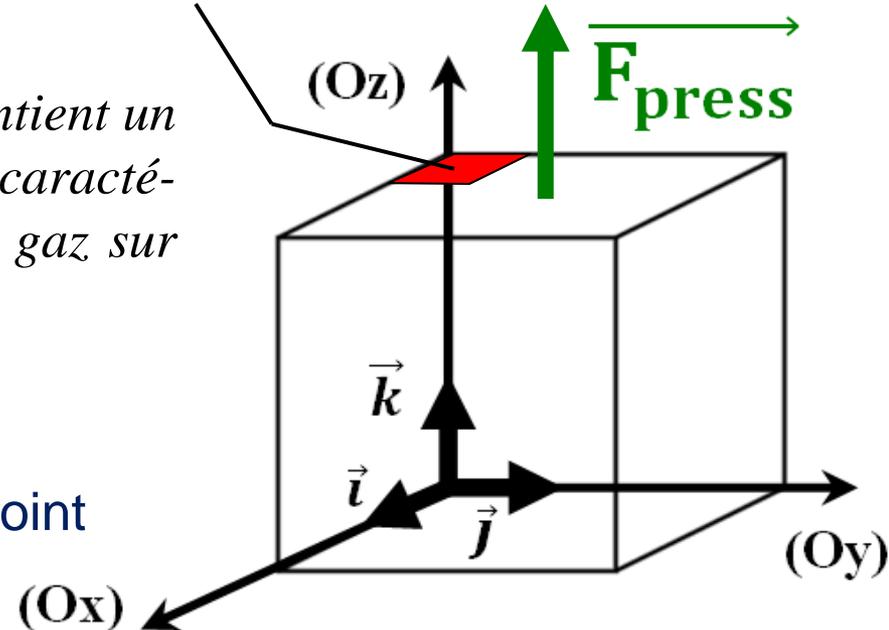
Surface élémentaire dS

Application 1 : Pression **UNIFORME**

Un cube métallique d'arête $a = 10,0 \text{ cm}$ contient un gaz à la pression $P = 5,00 \text{ bars}$. Indiquer les caractéristiques de la force pressante exercée par ce gaz sur la face horizontale supérieure de ce cube.

$$\vec{F}_{\text{press}} = \sum \vec{dF}_{\text{press}} = \sum P \cdot dS \cdot \vec{k}$$

Or, la pression P est la même en tout point de la face du cube.



Surface élémentaire dS

Application 1 : Pression **UNIFORME**

Un cube métallique d'arête $a = 10,0$ cm contient un gaz à la pression $P = 5,00$ bars. Indiquer les caractéristiques de la force pressante exercée par ce gaz sur la face horizontale supérieure de ce cube.

$$\vec{F}_{\text{press}} = \sum d\vec{F}_{\text{press}} = \sum P \cdot dS \cdot \vec{k}$$

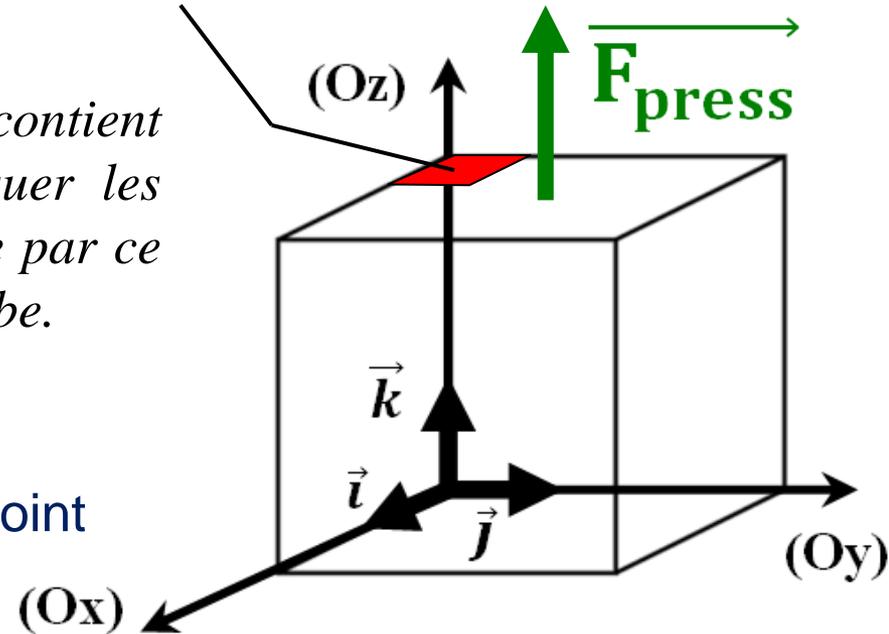
Or, la pression P est la même en tout point de la face du cube.

$$\vec{F}_{\text{press}} = P \cdot \sum dS \vec{k}$$

Somme des surfaces élémentaires = aire de la face

$$\vec{F}_{\text{press}} = P \cdot a^2 \vec{k}$$

- origine : centre de la surface horizontale supérieure.
- direction : verticale
- sens : vers l'extérieur (vers le haut)
- norme : $F(\text{pressante}) = P \cdot a^2 = 5,00 \cdot 10^5 \times 0,100^2 = \underline{5,00 \cdot 10^3 \text{ N}}$



$$\vec{F}_{\text{press}} = P \cdot a^2 \vec{k}$$

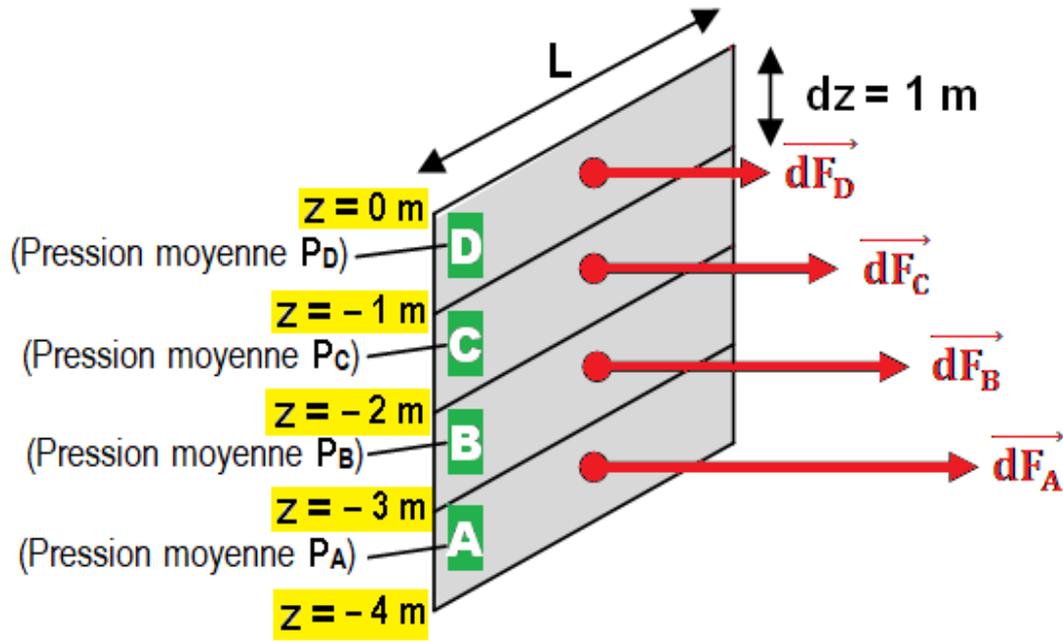
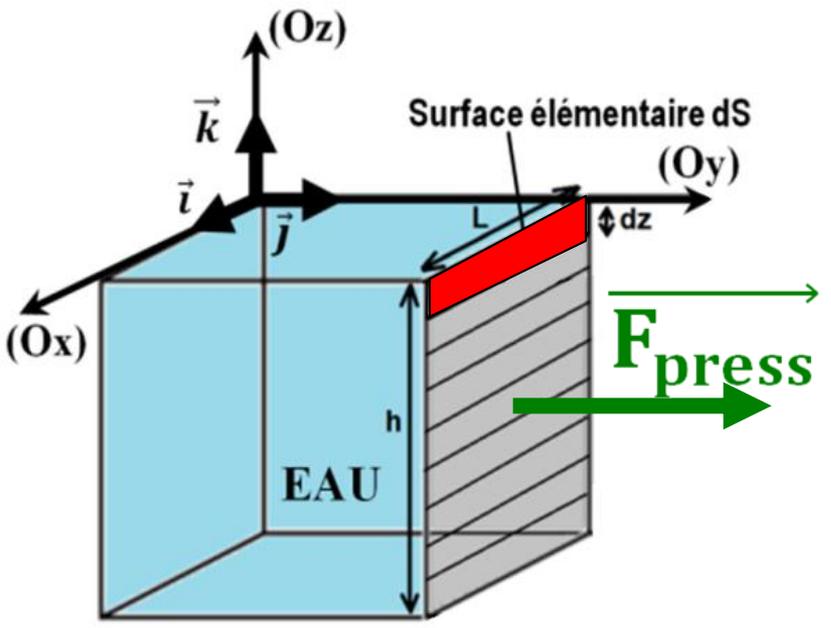
- origine : centre de la surface horizontale supérieure.
- direction : verticale
- sens : vers l'extérieur (vers le haut)
- norme : $F(\text{pressante}) = P \cdot a^2 = 5,00 \cdot 10^5 \times 0,100^2 = \underline{5,00 \cdot 10^3 \text{ N}}$

Application 2 : Pression **NON UNIFORME**

Dans l'eau, la pression P dépend de l'altitude « z » selon la relation :

$$P(z) = P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z \quad \text{avec } P_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} ; g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Indiquer les caractéristiques de la force pressante exercée par l'eau sur la paroi verticale d'une piscine de profondeur $h = 4,00 \text{ m}$ et de largeur $L = 10,00 \text{ m}$.

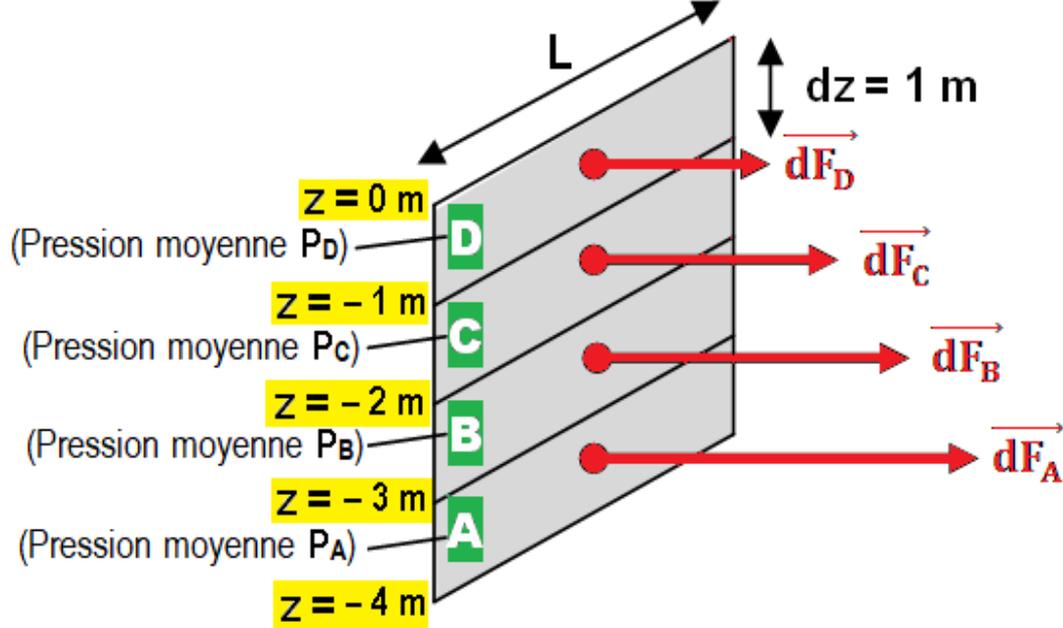
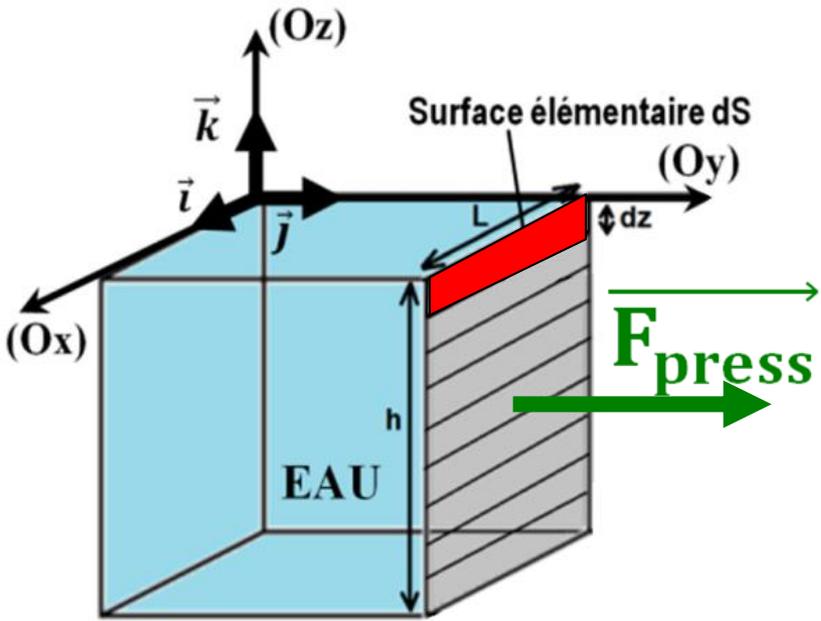


Application 2 : Pression NON UNIFORME

Dans l'eau, la pression P dépend de l'altitude « z » selon la relation :

$$P(z) = P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z \text{ avec } P_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} ; g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Indiquer les caractéristiques de la force pressante exercée par l'eau sur la paroi verticale d'une piscine de profondeur $h = 4,00 \text{ m}$ et de largeur $L = 10,00 \text{ m}$.



La surface **A** subit une force pressante

$$\vec{dF}_A = P_A \cdot dS \cdot \vec{j} = P_A \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

La surface **B** subit une force pressante

$$\vec{dF}_B = P_B \cdot dS \cdot \vec{j} = P_B \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

La surface **C** subit une force pressante

$$\vec{dF}_C = P_C \cdot dS \cdot \vec{j} = P_C \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

La surface **D** subit une force pressante

$$\vec{dF}_D = P_D \cdot dS \cdot \vec{j} = P_D \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

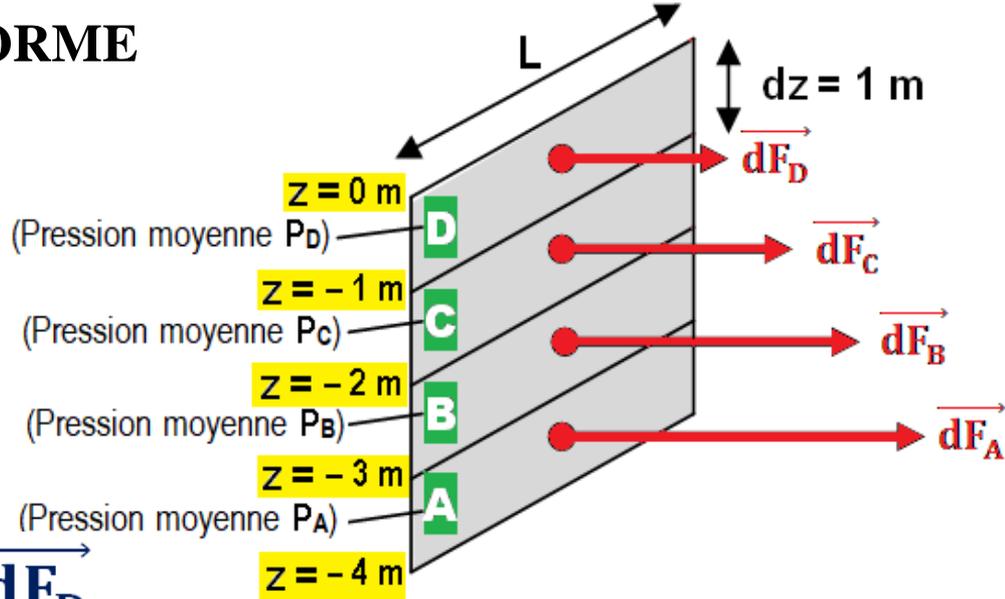
Application 2 : Pression NON UNIFORME

$$\vec{dF}_A = P_A \cdot dS \cdot \vec{j} = P_A \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

$$\vec{dF}_B = P_B \cdot dS \cdot \vec{j} = P_B \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

$$\vec{dF}_C = P_C \cdot dS \cdot \vec{j} = P_C \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$

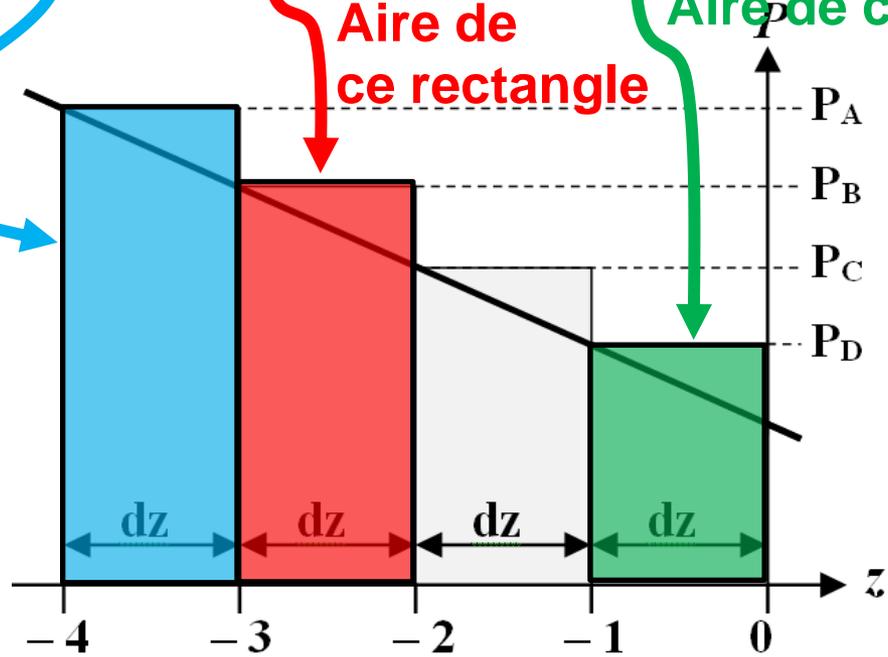
$$\vec{dF}_D = P_D \cdot dS \cdot \vec{j} = P_D \cdot L \cdot dz \cdot \vec{j}$$



$$\vec{F}_{\text{eau}/\text{paroi}} = \vec{dF}_A + \vec{dF}_B + \vec{dF}_C + \vec{dF}_D$$

$$\vec{F}_{\text{eau}/\text{paroi}} = (P_A \cdot dz + P_B \cdot dz + \dots + P_D \cdot dz) \cdot L \cdot \vec{j}$$

Aire de ce rectangle (blue arrow pointing to the blue rectangle in the graph)
 Aire de ce rectangle (red arrow pointing to the red rectangle in the graph)
 Aire de ce rectangle (green arrow pointing to the green rectangle in the graph)



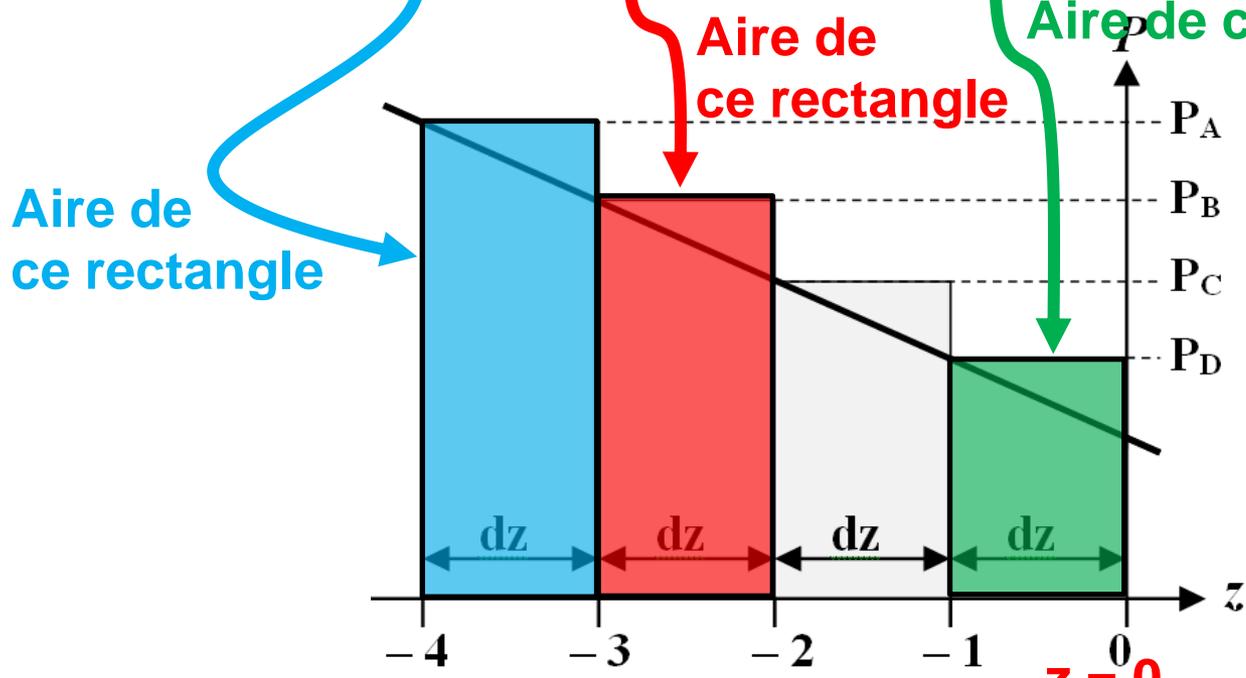
Graphique

$$P(z) = P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z$$

Application 2 : Pression NON UNIFORME

$$\vec{F}_{\text{eau/paroi}} = \vec{dF}_A + \vec{dF}_B + \vec{dF}_C + \vec{dF}_D$$

$$\vec{F}_{\text{eau/paroi}} = (P_A \cdot dz + P_B \cdot dz + \dots + P_D \cdot dz) \cdot L \cdot \vec{j}$$



Graphique
 $P(z) = P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z$

$$\vec{F}_{\text{press}} = \int \vec{dF}_{\text{press}} = \int P \cdot dS \cdot \vec{j} = \int_{z=-h}^{z=0} (P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z) \times L \times dz \times \vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{press}} = L \times \left[P_0 \cdot z - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{z^2}{2} \right]_{-h}^0 \times \vec{j}$$

Application 2 : Pression NON UNIFORME

$$\vec{F}_{\text{press}} = \int \vec{dF}_{\text{press}} = \int P \cdot dS \cdot \vec{j} = \int_{z=-h}^{z=0} (P_0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot z) \times L \times dz \times \vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{press}} = L \times \left[P_0 \cdot z - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{z^2}{2} \right]_{-h}^0 \times \vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{press}} = L \times \left[P_0 \times 0 - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{0^2}{2} - \left(P_0 \times (-h) - \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{(-h)^2}{2} \right) \right] \times \vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{press}} = L \times \left(P_0 \times h + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{h^2}{2} \right) \cdot \vec{j}$$

- origine : centre de la paroi verticale
- direction : horizontale
- sens : de l'eau vers le mur (vers la droite)
- norme : $F_{\text{press}} = 10,00 \times \left(1,013 \cdot 10^5 \times 4,00 + 1000 \times 9,80 \times \frac{4,00^2}{2} \right)$

$$\underline{F_{\text{press}} = 4,73 \cdot 10^6 \text{ N}}$$

$$\vec{F}_{\text{press}} = L \times \left(P_0 \times h + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \frac{h^2}{2} \right) \cdot \vec{j}$$

- origine : centre de la paroi verticale

- direction : horizontale

- sens : de l'eau vers le mur (vers la droite)

$$F_{\text{press}} = 10,00 \times \left(1,013 \cdot 10^5 \times 4,00 + 1000 \times 9,80 \times \frac{4,00^2}{2} \right)$$

$$\underline{F_{\text{press}} = 4,73 \cdot 10^6 \text{ N}}$$

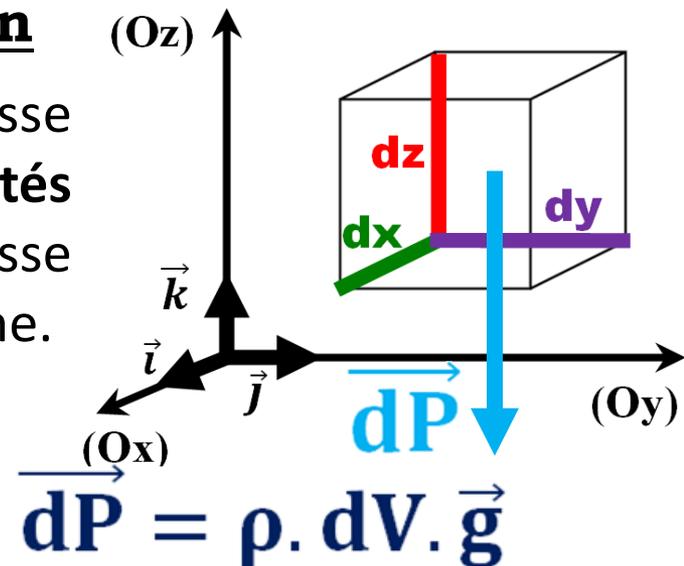
II- Relation fondamentale de la statique des fluides

1) Etablissement de la relation

☛ Systeme : particule fluide mésoscopique de masse volumique ρ , de forme parallélépipédique de côtés dx , dy et dz , de volume $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ et de masse dm au repos dans le champ de pesanteur uniforme.

☛ Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

☛ Bilan des forces : - Poids de la particule fluide : $\vec{dP} = \rho \cdot dV \cdot \vec{g}$
 - Force pressante sur chaque face

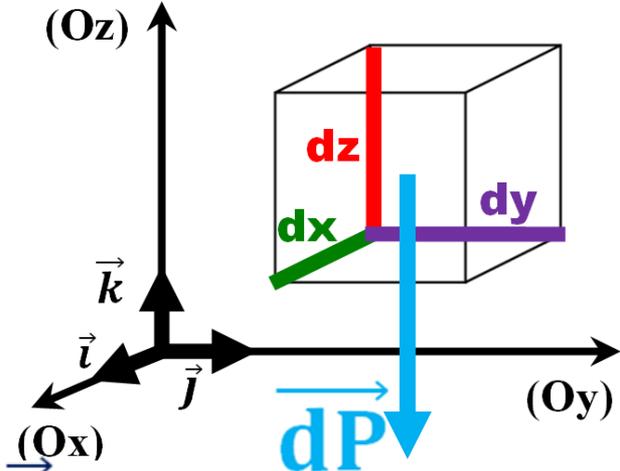


1) Etablissement de la relation

☛ Systeme : particule fluide mésoscopique de masse volumique ρ , de forme parallélépipédique de côtés dx , dy et dz , de volume $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ et de masse dm au repos dans le champ de pesanteur uniforme.

☛ Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

☛ Bilan des forces :- Poids de la PF : $\vec{dP} = \rho \cdot dV \cdot \vec{g}$
 - Force pressante sur chaque face :



<p>Face située à l'ordonnée « y »</p>	<p>Face située à l'ordonnée « y + dy »</p>	<p>Face située à la hauteur « z »</p>	<p>Face située à la hauteur « z + dz »</p>
<p>Force \vec{dF}_1</p>	<p>Force \vec{dF}_2</p>	<p>Force \vec{dF}_3</p>	<p>Force \vec{dF}_4</p>

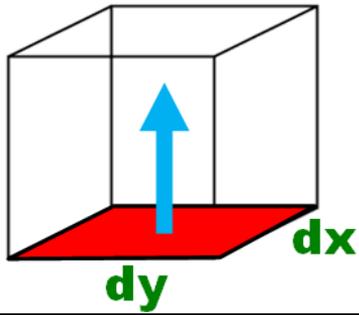
$$\vec{dF}_1 = P(y) \cdot dx \cdot dz \cdot \vec{j}$$

$$\vec{dF}_2 = -P(y + dy) \cdot dx \cdot dz \cdot \vec{j}$$

$$\vec{dF}_3 = P(z) \cdot dx \cdot dy \cdot \vec{k}$$

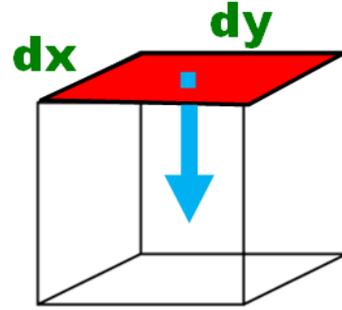
$$\vec{dF}_4 = -P(z + dz) \cdot dx \cdot dy \cdot \vec{k}$$

Face située à la hauteur « z »



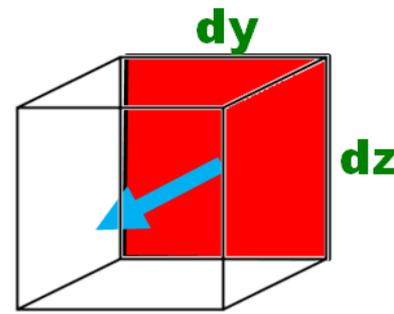
Force \vec{dF}_3

Face située à la hauteur « z + dz »



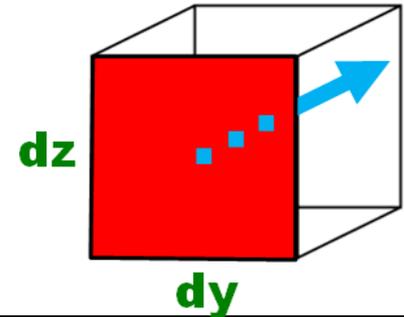
Force \vec{dF}_4

Face située à l'abscisse « x »



Force \vec{dF}_5

Face située à l'abscisse « x + dx »



Force \vec{dF}_6

$$\vec{dF}_3 = P(z). dx. dy. \vec{k}$$

$$\vec{dF}_4 = - P(z + dz). dx. dy. \vec{k}$$

$$\vec{dF}_5 = P(x). dy. dz. \vec{i}$$

$$\vec{dF}_6 = - P(x + dx). dy. dz. \vec{i}$$

• Application de la 1^{ère} loi de Newton : La particule fluide étant au repos :

$$\vec{dP} + \vec{dF}_1 + \vec{dF}_2 + \vec{dF}_3 + \vec{dF}_4 + \vec{dF}_5 + \vec{dF}_6 = \vec{0}$$

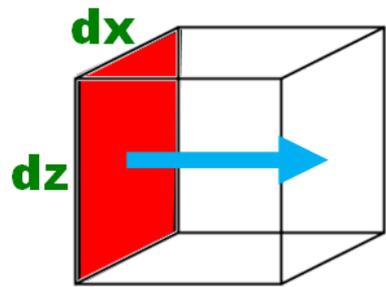
• Projection sur l'axe (Ox) : Seules \vec{dF}_5 et \vec{dF}_6 ont une coordonnée non nulle :

$$P(x). dy. dz - P(x + dx). dy. dz = 0 \quad \text{Donc } P(x) = P(x + dx)$$

➔ la valeur de la pression ne dépend pas de x.

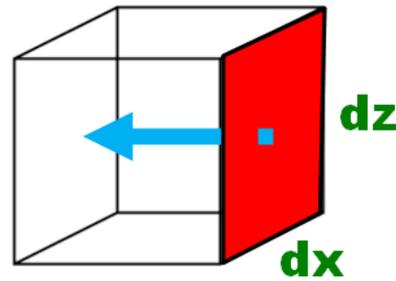
• Projection sur l'axe (Oy) : Seules \vec{dF}_1 et \vec{dF}_2 ont une coordonnée non nulle

Face située à l'ordonnée « y »



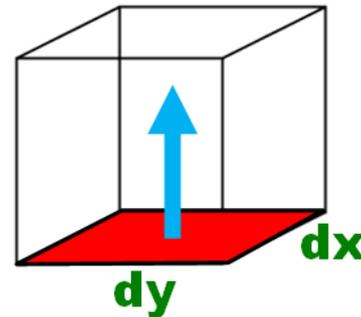
Force \vec{dF}_1

Face située à l'ordonnée « y + dy »



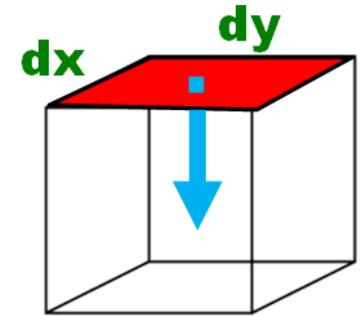
Force \vec{dF}_2

Face située à la hauteur « z »



Force \vec{dF}_3

Face située à la hauteur « z + dz »



Force \vec{dF}_4

$$\vec{dF}_1 = P(y). dx. dz. \vec{j}$$

$$\vec{dF}_2 = -P(y + dy). dx. dz. \vec{j}$$

$$\vec{dF}_3 = P(z). dx. dy. \vec{k}$$

$$\vec{dF}_4 = -P(z + dz). dx. dy. \vec{k}$$

• Projection sur l'axe (Ox) : Seules \vec{dF}_5 et \vec{dF}_6 ont une coordonnée non nulle :

$$P(x). dy. dz - P(x + dx). dy. dz = 0 \quad \text{Donc } P(x) = P(x + dx)$$

➔ la valeur de la pression ne dépend pas de x.

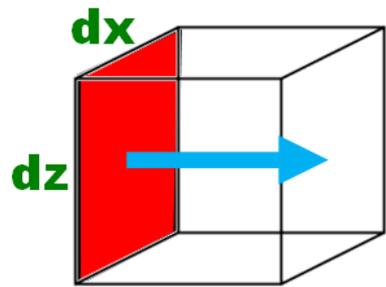
• Projection sur l'axe (Oy) : Seules \vec{dF}_1 et \vec{dF}_2 ont une coordonnée non nulle

$$P(y). dx. dz - P(y + dy). dx. dz = 0 \quad \text{Donc } P(y) = P(y + dy)$$

➔ la valeur de la pression ne dépend pas de y.

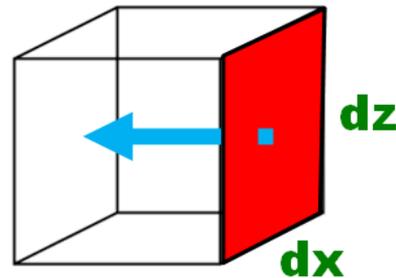
• Projection sur l'axe (Oz) \vec{dP} , \vec{dF}_3 et \vec{dF}_4 ont une coordonnée non nulle

Face située à l'ordonnée « y »



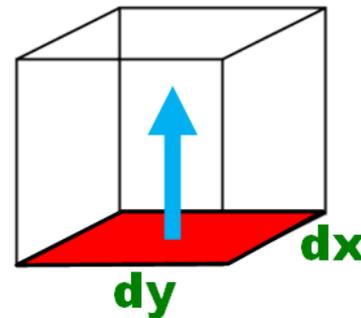
Force \vec{dF}_1

Face située à l'ordonnée « y + dy »



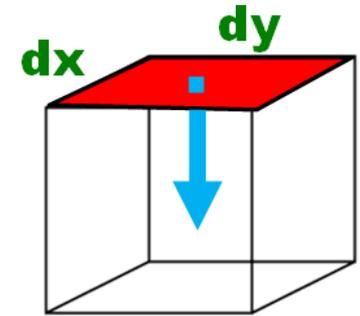
Force \vec{dF}_2

Face située à la hauteur « z »



Force \vec{dF}_3

Face située à la hauteur « z + dz »



Force \vec{dF}_4

$$\vec{dF}_1 = P(y). dx. dz. \vec{j}$$

$$\vec{dF}_2 = - P(y + dy). dx. dz. \vec{j}$$

$$\vec{dF}_3 = P(z). dx. dy. \vec{k}$$

$$\vec{dF}_4 = - P(z + dz). dx. dy. \vec{k}$$

• Projection sur l'axe (Oy) : Seules \vec{dF}_1 et \vec{dF}_2 ont une coordonnée non nulle
 $P(y). dx. dz - P(y + dy). dx. dz = 0$ Donc $P(y) = P(y + dy)$

➔ la valeur de la pression ne dépend pas de y.

• Projection sur l'axe (Oz) : dP , \vec{dF}_3 et \vec{dF}_4 ont une coordonnée non nulle
 $-\rho. dV. g + P(z). dx. dy - P(z + dz). dx. dy = 0$

avec $dV = dx. dy. dz$

$$\Leftrightarrow [P(z + dz) - P(z)]. dx. dy = - \rho. dx. dy. dz. g$$

• Projection sur l'axe (Oz) : \vec{dP} , \vec{dF}_3 et \vec{dF}_4 ont une coordonnée non nulle
 $-\rho \cdot dV \cdot g + P(z) \cdot dx \cdot dy - P(z + dz) \cdot dx \cdot dy = 0$
 avec $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

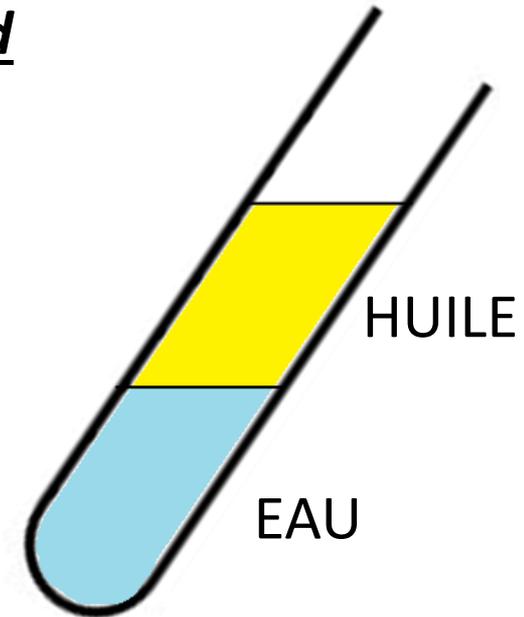
$$\Leftrightarrow [P(z + dz) - P(z)] \cdot dx \cdot dy = -\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot g$$

$$\Leftrightarrow \frac{P(z + dz) - P(z)}{dz} = -\rho \cdot g \quad \Leftrightarrow \boxed{\frac{dP}{dz} = -\rho \cdot g}$$

➔ Relation fondamentale de la statique des fluides
 qui devient $dP/dz = +\rho g$ si l'axe (Oz) est *descendant*.

Quelques remarques et conséquences :

- la pression au sein d'un fluide au repos ne dépend que de l'altitude du point considéré.
- les surfaces isobares sont des surfaces de même altitude.
- La pression ne présente pas de discontinuité au passage d'un milieu fluide à un autre.
- La surface de séparation entre deux fluides non miscibles à l'équilibre est horizontale



2) Application aux fluides INCOMPRESSIBLES

Liquides \approx fluides INCOMPRESSIBLES

Fluides dont le VOLUME **ne dépend pas** de la PRESSION

Systèmes FERMES \Rightarrow *masse constante*

Fluides dont la MASSE VOLUMIQUE **ne dépend pas** de la PRESSION

Fluides dont la MASSE VOLUMIQUE **ne dépend pas** de l'ALTITUDE

Soit un liquide de **masse volumique** ρ dans un champ de pesanteur uniforme. Que vaut la **pression** P_M en un point **M** situé à une **profondeur** h par rapport à la surface ?

Donnée : à la surface du liquide, $P_0 = P_{\text{atm}}$

☛ Pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer (**A CONNAÎTRE**) :

$$P_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Soit un liquide de **masse volumique** ρ dans un champ de pesanteur uniforme. Que vaut la **pression** P_M en un point **M** situé à une **profondeur** h par rapport à la surface ?

Donnée : à la surface du liquide, $P_0 = P_{atm}$

☛ Pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer (A CONNAÎTRE) :

$$P_{atm} = 1,013.10^5 \text{ Pa}$$

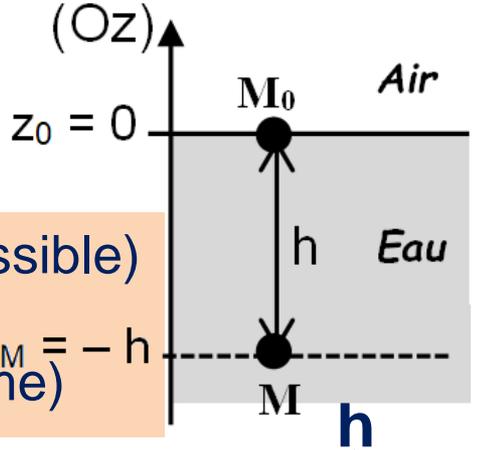
☛ Séparation des variables dans la relation fondamentale de la statique des fluides :

$$dP = -\rho \times g \times dz$$

☛ Intégration entre le point M (Pression P_M , altitude z_M) et le point M_0 (Pression P_0 , altitude z_0) :

$$\int_{P_M}^{P_0} dP = \int_{z_M}^{z_0} (-\rho \times g \times dz)$$

$\rho = C^{te}$ (fluide incompressible)
 $g = C^{te}$ (champ de pesanteur uniforme)



$$\Leftrightarrow \int_{P_M}^{P_0} dP = -\rho \times g \times \int_{z_M}^{z_0} dz \quad \Leftrightarrow \quad P_0 - P_M = -\rho \times g (z_0 - z_M)$$

$$P_M = P_0 + \rho \times g \times h$$

☛ Cohérence de la relation obtenue : La pression augmente avec la profondeur

☛ Intégration entre le point M (Pression P_M , altitude z_M)

et le point M_0 (Pression P_0 , altitude z_0) :

$$\int_{P_M}^{P_0} dP = \int_{z_M}^{z_0} (-\rho \times g \times dz)$$

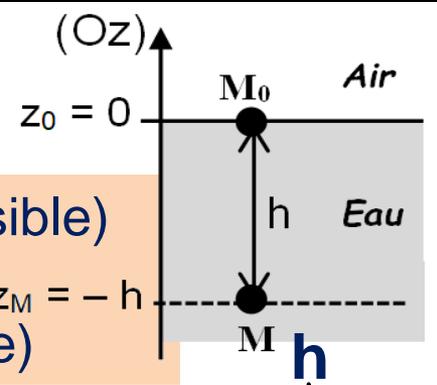
$\rho = C^{te}$ (fluide incompressible)

$g = C^{te}$ (champ de pesanteur uniforme)

$$\Leftrightarrow \int_{P_M}^{P_0} dP = -\rho \times g \times \int_{z_M}^{z_0} dz$$

$$\Leftrightarrow P_0 - P_M = -\rho \times g \times (z_0 - z_M)$$

$$\Leftrightarrow P_M = P_0 + \rho \times g \times h$$



☛ Cohérence de la relation obtenue : La pression augmente avec la profondeur

Autre formulation : Dans un *champ de pesanteur uniforme*, pour un *axe (Oz) ascendant*, la pression au sein d'un *fluide incompressible* est telle que : **$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{Constante}$**

$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho \cdot g \cdot z_B$$



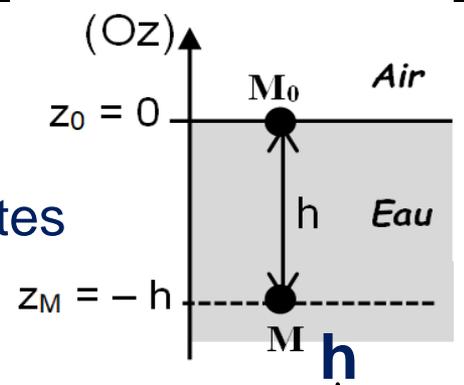
La pression dans un fluide incompressible **varie fortement avec la profondeur** : on ne parle donc pas de pression du fluide mais de **PRESSION EN UN POINT** du fluide

• Intégration entre le point M (Pression P_M , altitude z_M)

et le point M_0 (Pression P_0 , altitude z_0) :

$$\int_{P_M}^{P_0} dP = \int_{z_M}^{z_0} (-\rho \times g \times dz) \quad \text{avec } \rho \text{ et } g \text{ des constantes indépendantes de } z$$

$$\Leftrightarrow \int_{P_M}^{P_0} dP = -\rho \times g \times \int_{z_M}^{z_0} dz \quad \Leftrightarrow P_0 - P_M = -\rho \times g (z_0 - z_M)$$
$$\Leftrightarrow P_M = P_0 + \rho \times g \times h$$



• Cohérence de la relation obtenue : La pression augmente avec la profondeur

Conclusion : Dans un *champ de pesanteur uniforme*, pour un *axe (Oz) ascendant*, la pression au sein d'un *fluide incompressible* est telle que : **$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{Constante}$**

$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho \cdot g \cdot z_B$$

✂ Application 3 : Que vaut la pression au fond de la fosse des Mariannes, lieu le plus profond de l'océan, situé environ **11 km** sous la surface libre au large des Philippines ?

$$P = P_0 + \rho_{\text{eau}} \times g \times h \quad \underline{AN} \rightarrow P = 1,013 \cdot 10^5 + 1000 \times 9,8 \times 11 \cdot 10^3$$

Soit **$P = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Pa}$**

☛ Cohérence de la relation obtenue : La pression augmente avec la profondeur

Conclusion : Dans un *champ de pesanteur uniforme*, pour un *axe (Oz) ascendant*, la pression au sein d'un *fluide incompressible* est telle que : **$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{Constante}$**

$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho \cdot g \cdot z_B$$

☛ Application 3 : Que vaut la pression au fond de la fosse des Mariannes, lieu le plus profond de l'océan, situé environ **11 km** sous la surface libre au large des Philippines ?

$$P = P_0 + \rho_{\text{eau}} \times g \times h \quad \underline{AN} \rightarrow P = 1,013 \cdot 10^5 + 1000 \times 9,8 \times 11 \cdot 10^3$$

$$\text{Soit } \underline{P = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Pa}}$$

☛ Application 4 : A quelle profondeur doit-on descendre pour que la pression soit égale à **2 bars** ?

$$h = \frac{P_M - P_0}{\rho \times g} \quad \underline{AN} \rightarrow h = \frac{2 \cdot 10^5 - 1,013 \cdot 10^5}{1000 \times 9,80}$$

$$\text{Soit } \underline{h = 1 \cdot 10^1 \text{ m}}$$

➔ Dans l'eau, **la pression augmente de 1 bar tous les 10 m**



Océans = succession de différentes couches (ou strates) où la pression augmente régulièrement avec la profondeur. On parle de **STRATIFICATION** des océans.

🔗 Application 4 : A quelle profondeur doit-on descendre pour que la pression soit égale à 2 bars ?

$$h = \frac{P_M - P_0}{\rho \times g} \quad \underline{AN} \rightarrow \quad h = \frac{2.10^5 - 1,013.10^5}{1000 \times 9,80} \quad \text{Soit } \underline{h = 1.10^1 \text{ m}}$$

➔ Dans l'eau, la pression augmente de 1 bar tous les 10 m

3) Application aux fluides COMPRESSIBLES

Gaz \approx fluides COMPRESSIBLES

↳ Fluides dont le VOLUME dépend de la PRESSION

Systemes FERMES ➔ *masse constante*

↳ Fluides dont la MASSE VOLUMIQUE dépend de la PRESSION

↳ Fluides dont la MASSE VOLUMIQUE dépend de l'ALTITUDE

Modèle simplifié de l'ATMOSPHERE ISOTHERME

- ① gaz parfait unique de masse molaire $M_{\text{air}} = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- ② $g = \text{constante}$
- ③ $T_0 = \text{constante}$
- ④ fluide au repos

3) Application aux fluides COMPRESSIBLES

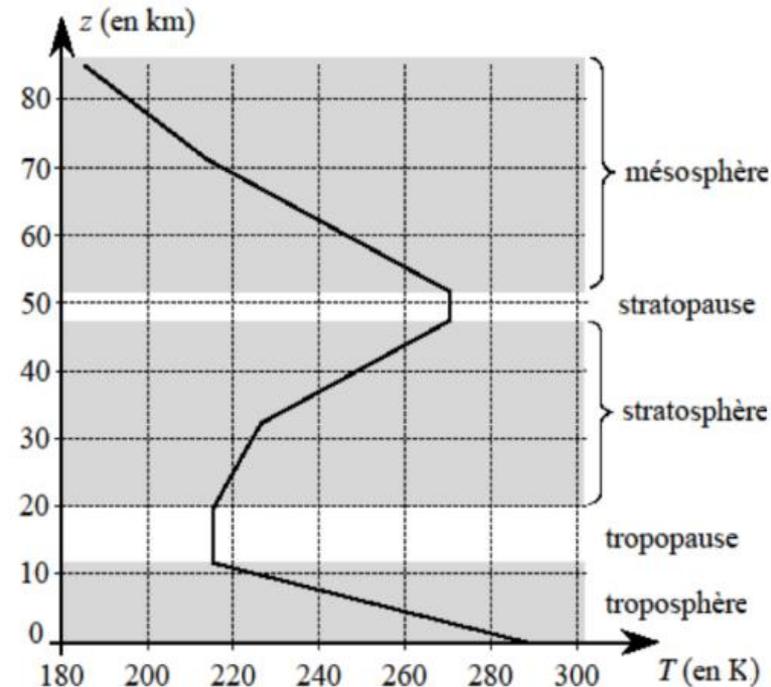
Modèle simplifié de l'ATMOSPHERE ISOTHERME

- ① gaz parfait unique de masse molaire $M_{\text{air}} = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- ② $g = \text{constante}$
- ③ $T_0 = \text{constante}$
- ④ fluide au repos

☛ Commentaires sur les hypothèses de travail :

- ① **fausse** : La composition de l'air varie
- ② **fausse** : g diminue avec l'altitude
- ③ **fausse** : T dépend de l'altitude
- ④ **fausse** : les masses d'air sont en mouvement permanent.

Mais appliquons quand même la relation fondamentale de la statique des fluides ...



☛ Relation fondamentale de la statique des fluides pour un axe (Oz) ascendant dans un champ de pesanteur uniforme :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}} \times g$$

☛ Exprimer ρ_{air} en fonction de M_{air} , R , T_0 et P :

- ☛ Commentaires sur les hypothèses de travail : ① **fausse** : La composition de l'air varie
- ② **fausse** : g diminue avec l'altitude
- ③ **fausse** : T dépend de l'altitude
- ④ **fausse** : les masses d'air sont en mouvement permanent.

Mais appliquons quand même la relation fondamentale de la statique des fluides ...

☛ Relation fondamentale de la statique des fluides pour un axe (Oz) ascendant dans un champ de pesanteur uniforme : $\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}} \times g$

☛ Exprimer ρ_{air} en fonction de M_{air} , R , T_0 et P :

$$\rho_{\text{air}} = \frac{m_{\text{air}}}{V_{\text{air}}} = \frac{n_{\text{air}} M_{\text{air}}}{V_{\text{air}}} \quad \text{Soit } \rho_{\text{air}} = \frac{P M_{\text{air}}}{R T_0} \quad (\text{d'après l'EEGP})$$

☛ Equation différentielle vérifiée par P :

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P M_{\text{air}}}{R T_0} \times g \quad \text{Soit } \frac{dP}{dz} + \frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times P = 0$$

Equation différentielle du 1^{er} ordre

☛ Résolution de l'équation différentielle : $-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z$

Solution du type : $P = K \times e$

☛ Exprimer ρ_{air} en fonction de M_{air} , R , T_0 et P :

$$\rho_{\text{air}} = \frac{m_{\text{air}}}{V_{\text{air}}} = \frac{n_{\text{air}} M_{\text{air}}}{V_{\text{air}}} \quad \text{Soit } \rho_{\text{air}} = \frac{P M_{\text{air}}}{R T_0} \quad (\text{d'après l'EEGP})$$

☛ Equation différentielle vérifiée par P :

$$\frac{dP}{dz} = - \frac{P M_{\text{air}}}{R T_0} \times g \quad \text{Soit } \boxed{\frac{dP}{dz} + \frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times P = 0}$$

Equation différentielle du 1^{er} ordre

☛ Résolution de l'équation différentielle : $-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z$

Solution du type : $P = K \times e$

avec K une constante d'intégration

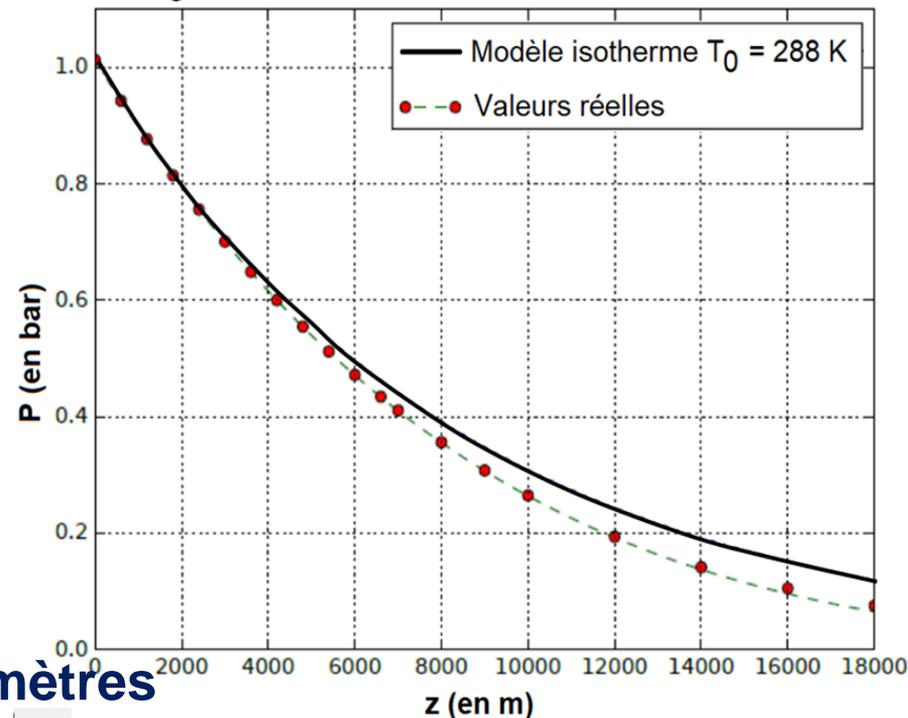
Or, au niveau de la mer, $P(z=0) = \underline{P_0}$

Et $P_0 = K \times e^0 = \underline{K} \Rightarrow$ soit $P_0 = K$

$$\boxed{P = P_0 \times e^{-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z}}$$

☛ Cohérence avec la réalité :

Modèle valable pour les **2000 premiers mètres**



☛ Résolution de l'équation différentielle :

$$-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z \quad \boxed{\frac{dP}{dz} + \frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times P = 0}$$

Solution du type : $P = K \times e$

avec K une constante d'intégration

Or, au niveau de la mer, $P(z=0) = \underline{P_0}$

Et $P_0 = K \times e^0 = \underline{K}$ ➔ soit $P_0 = K$

$$\boxed{P = P_0 \times e^{-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z}}$$

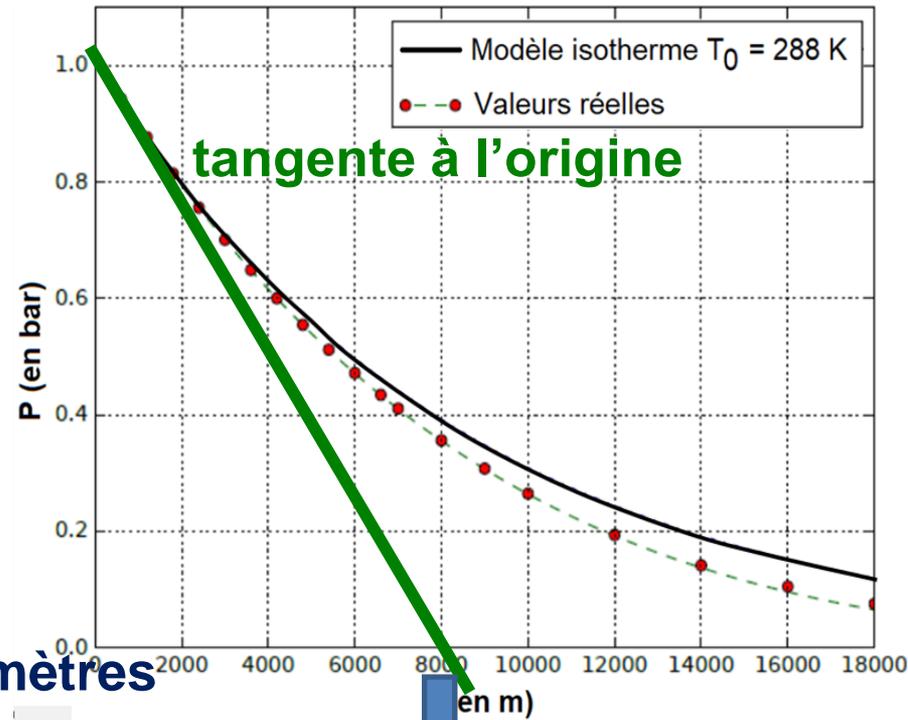
☛ Cohérence avec la réalité :

Modèle valable pour les **2000 premiers mètres**

☛ Echelle de hauteur caractéristique de variation de la pression :

$$\left[\frac{dP}{dz} \right] = \left[\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times P \right] \Leftrightarrow \frac{1}{[z]} = \left[\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \right]$$

La grandeur $H = \frac{R T_0}{M_{\text{air}} g}$ est homogène à une distance appelée « hauteur caractéristique »



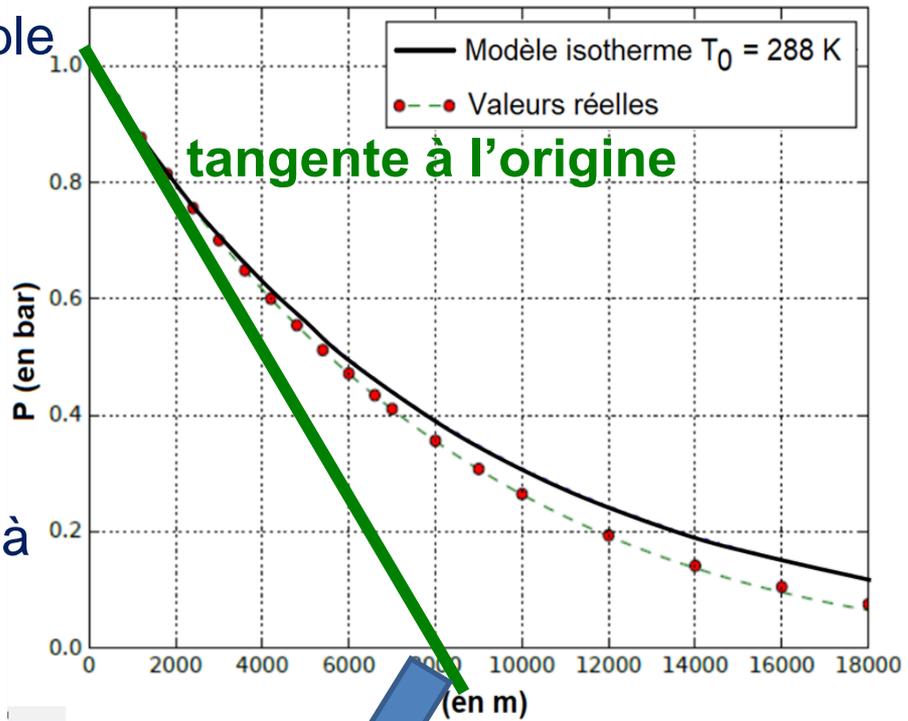
H = abscisse du point de croisement de la **tangente à l'origine** avec l'axe des abscisses (ici, $H \approx 8 \text{ km}$)

☛ Cohérence avec la réalité : Modèle valable pour les **2000 premiers mètres**

☛ Echelle de hauteur caractéristique de variation de la pression :

$$\left[\frac{dP}{dz} \right] = \left[\frac{M_{air} g}{R T_0} \times P \right] \Leftrightarrow \frac{1}{[z]} = \left[\frac{M_{air} g}{R T_0} \right]$$

La grandeur $H = \frac{R T_0}{M_{air} g}$ est homogène à une distance appelée « hauteur caractéristique »



H = abscisse du point de croisement de la tangente à l'origine avec l'axe des abscisses (ici, $H \approx 8 \text{ km}$)



On peut aussi obtenir cette expression **en séparant les variables** dans la relation fondamentale de la statique des fluides, qui s'écrit alors :

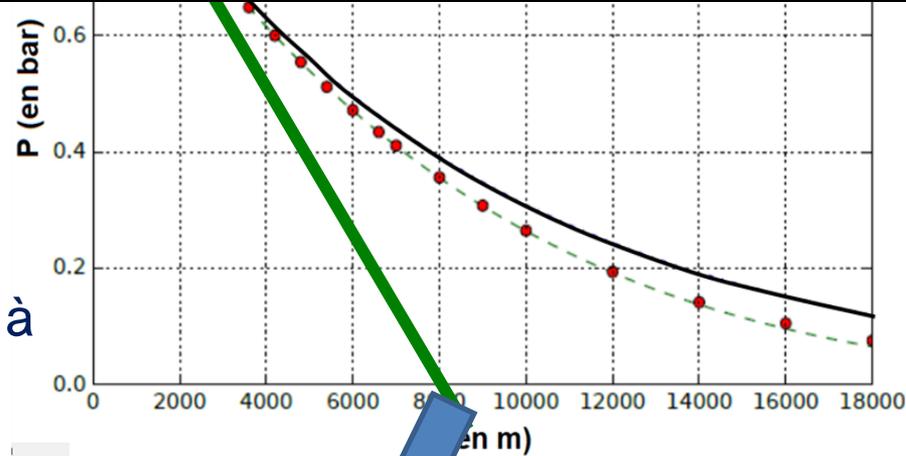
$$\frac{dP}{P} = - \frac{M_{air} g}{R T_0} dz \Leftrightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \int_0^z - \frac{M_{air} g}{R T_0} dz$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{P}{P_0} = - \frac{M_{air} g}{R T_0} z \Leftrightarrow P = P_0 e^{-\frac{M_{air} g}{R T_0} z}$$

☛ Echelle de hauteur caractéristique :

$$\left[\frac{dP}{dz} \right] = \left[\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times P \right] \Leftrightarrow \frac{1}{[z]} = \left[\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \right]$$

La grandeur $H = \frac{R T_0}{M_{\text{air}} g}$ est homogène à une distance appelée « hauteur caractéristique »



H = abscisse du point de croisement de la **tangente** à l'origine avec l'axe des abscisses (ici, $H \approx 8 \text{ km}$)

☞ Application 5 : A quelle altitude z' la pression a-t-elle diminué de 1 % par rapport à la pression P_0 du niveau de la mer ? Conclure.

On cherche z' telle que : $P(z') = 0,99 \times P_0 \Leftrightarrow P_0 \times e^{-\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z'} = 0,99 \times P_0$

$$\Leftrightarrow -\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z' = \ln(0,99) \Leftrightarrow z' = -\frac{R T_0}{M_{\text{air}} g} \times \ln(0,99)$$

AN $\rightarrow z' = -\frac{8,314 \times 288}{29.10^{-3} \times 9,8} \times \ln(0,99) \Leftrightarrow z' = 85 \text{ m} \ll H$

➔ On peut supposer la **pression atmosphérique UNIFORME** sur quelques centaines de mètres, c'est-à-dire **sur des distances très inférieures à H** .

🗑️ **Application 5** : A quelle altitude z' la pression a-t-elle diminué de 1 % par rapport à la pression P_0 du niveau de la mer ? Conclure.

$$\leftrightarrow -\frac{M_{\text{air}} g}{R T_0} \times z' = \ln(0,99) \quad \leftrightarrow \quad z' = -\frac{R T_0}{M_{\text{air}} g} \times \ln(0,99)$$

AN $\rightarrow z' = -\frac{8,314 \times 288}{29.10^{-3} \times 9,8} \times \ln(0,99) \Leftrightarrow \underline{z' = 85 \text{ m} \ll H}$

➔ On peut supposer la **pression atmosphérique UNIFORME** sur quelques centaines de mètres, c'est-à-dire **sur des distances très inférieures à H** .

III- Poussée d'Archimède et applications

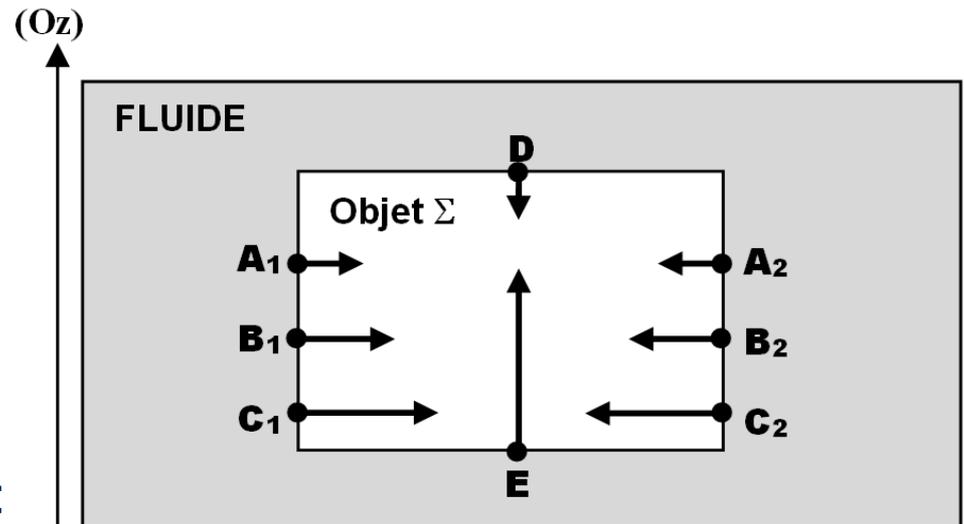
1) Définition et expression

🗑️ **Application 6** :

🗑️ **a)** Justifier les tailles relatives des différents vecteurs représentant les forces pressantes.

La pression en un point M augmente avec la profondeur.

Or, la profondeur augmente dans le sens $D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$:



il en est donc **de même pour la pression** et pour les **forces pressantes**.

III- Poussée d'Archimède et applications

1) Définition et expression

Application 6 :

a) Justifier les tailles relatives des différents vecteurs représentant les forces pressantes.

La pression en un point M augmente avec la profondeur h :

$$P_M = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Or, la profondeur augmente dans

le sens $D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$: il en est donc **de même pour la pression** et pour les **forces pressantes**.

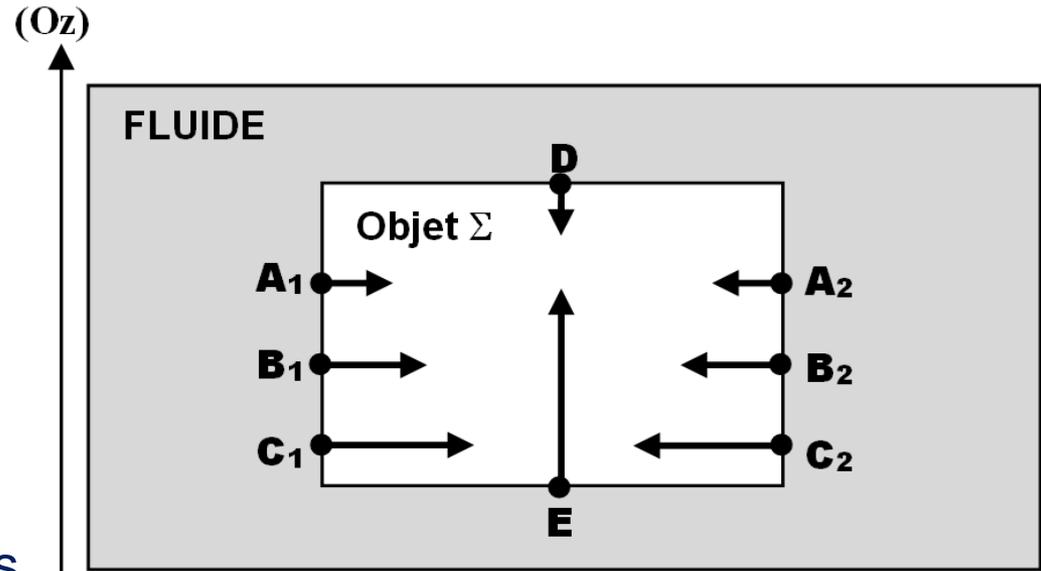
b) Comment est orientée la résultante des forces pressantes s'exerçant sur le solide Σ ?

Les forces pressantes sur les faces verticales du cylindre **se compensent 2 à 2** :

$$\vec{F}_{A1} \text{ compense } \vec{F}_{A2}, \vec{F}_{B1} \text{ compense } \vec{F}_{B2}, \vec{F}_{C1} \text{ compense } \vec{F}_{C2}$$

Mais la force pressante \vec{F}_E l'emporte sur \vec{F}_D .

➔ La **résultante des forces pressantes** est donc **verticale vers le haut**.



b) Comment est orientée la résultante des forces pressantes s'exerçant sur le solide Σ ?

Les forces pressantes sur les faces verticales du cylindre se compensent 2 à 2 :

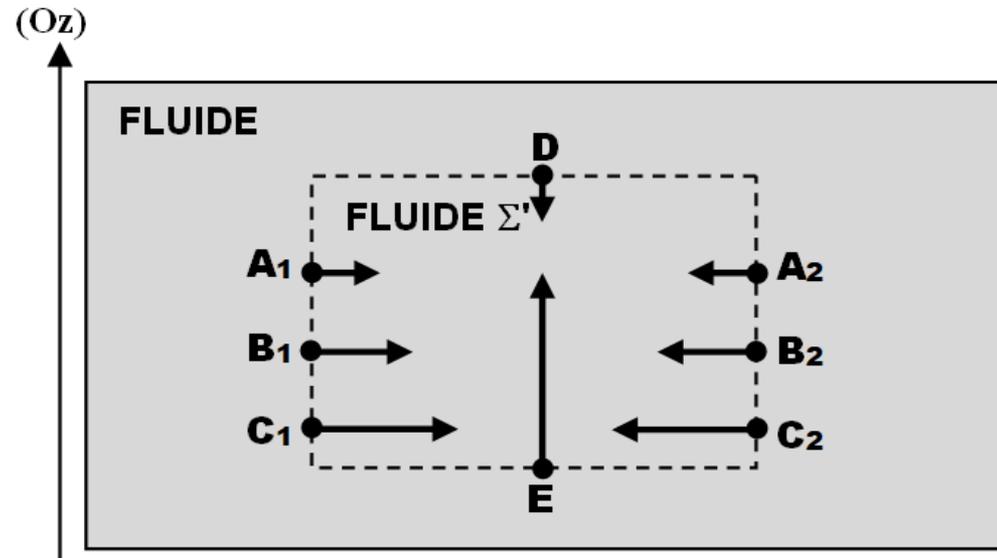
\vec{F}_{A1} compense \vec{F}_{A2} , \vec{F}_{B1} compense \vec{F}_{B2} , \vec{F}_{C1} compense \vec{F}_{C2}

Mais la force pressante \vec{F}_E l'emporte sur \vec{F}_D .

➔ La résultante des forces pressantes est donc verticale vers le haut.

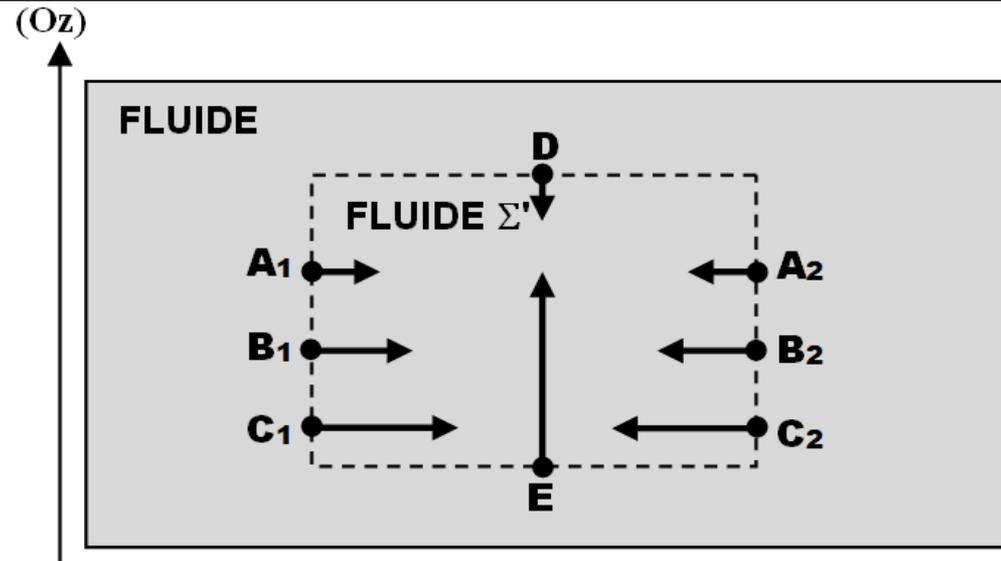
☛ Définition : La résultante des forces pressantes s'exerçant sur un solide immergé dans un fluide est appelée POUSSEE d'ARCHIMEDE et elle est notée $\vec{\pi}$: c'est une force toujours orientée verticalement vers le haut.

La résultante $\vec{\pi}$ des forces pressantes qui s'exercent sur le fluide Σ' est identique à la résultante des forces pressantes qui s'exerçaient sur le solide Σ



☛ Définition : La résultante des forces pressantes s'exerçant sur un solide immergé dans un fluide est appelée POUSSEE d'ARCHIMEDE et elle est notée $\vec{\pi}$: c'est une force toujours orientée *verticalement vers le haut*.

La résultante $\vec{\pi}$ des forces pressantes qui s'exercent sur le fluide Σ' est identique à la résultante des forces pressantes qui s'exerçaient sur le solide Σ



☛ Etude du système Σ' au repos : Soumis à son poids $\vec{P}_{\Sigma'}$, et à la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, le système étant immobile, la 1^{ère} LDN s'écrit :

$$\vec{P}_{\Sigma'} + \vec{\Pi} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\vec{P}_{\Sigma'} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \times V \times \vec{g}$$

☛ Conclusion : THEOREME d'ARCHIMEDE

Tout corps au repos, immergé dans un fluide au repos, subit de la part de celui-ci une poussée d'Archimède égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.

☛ Etude du système Σ' au repos : Soumis à son poids $\vec{P}_{\Sigma'}$, et à la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, le système étant immobile, la 1^{ère} LDN s'écrit :

$$\vec{P}_{\Sigma'} + \vec{\Pi} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\vec{P}_{\Sigma'} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \times V \times \vec{g}$$

☛ Conclusion : **THEOREME d'ARCHIMEDE**

Tout corps au repos, immergé dans un fluide au repos, subit de la part de celui-ci une poussée d'Archimède égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.



- **Point d'application** de la poussée d'Archimède = centre de gravité de la partie immergée du système.
- **Poussée d'Archimède** souvent négligeable par rapport au poids du système quand celui-ci est « lourd » et immergé dans un gaz.
- Le théorème d'Archimède est **valable pour un SYSTÈME AU REPOS** immergé dans un **FLUIDE AU REPOS**.

2) Flottabilité d'un corps

Flottabilité d'un corps = **capacité à revenir à la surface d'un fluide** dans lequel il aurait été préalablement totalement immergé

☛ Etude du système Σ' au repos : Soumis à son poids $\vec{P}_{\Sigma'}$, et à la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, la 1^{ère} LDN permet s'écrit :

$$\vec{P}_{\Sigma'} + \vec{\Pi} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\vec{P}_{\Sigma'} \Leftrightarrow \vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \times V \times \vec{g}$$

☛ Conclusion : THEOREME d'ARCHIMEDE

Tout corps au repos, immergé dans un fluide au repos, subit de la part de celui-ci une poussée d'Archimède égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.

2) Flottabilité d'un corps

Flottabilité d'un corps = *capacité à revenir à la surface d'un fluide* dans lequel il aurait été préalablement totalement immergé

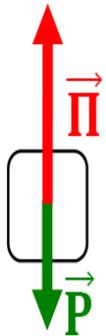
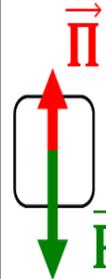
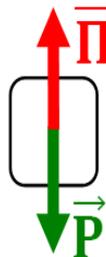
- ▶ Système matériel Σ , de volume V et de masse volumique ρ_s totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} .
- ▶ Système soumis à deux forces verticales de sens opposé :
 - Son poids, de norme $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g$;
 - La poussée d'Archimède (exercée par le fluide) de norme $\rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$

2) Flottabilité d'un corps

► Système matériel Σ , de volume V et de masse volumique ρ_s totalelement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} .

► Système soumis à deux forces verticales de sens opposé :

- Son poids, de norme $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g$;
- La poussée d'Archimède (exercée par le fluide) de norme $\rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$

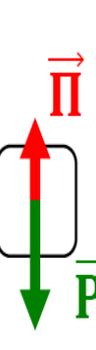
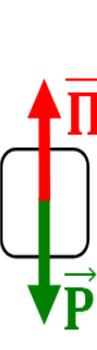
 <p>Poids < Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g < \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} < \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système entraîné vers le haut</u></p>	 <p>Poids > Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g > \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} > \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système entraîné vers le bas</u></p>	 <p>Poids = Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} = \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système immobile</u></p>
Flottabilité <u>POSITIVE</u>	Flottabilité <u>NEGATIVE</u>	Flottabilité <u>NULLE</u>



Certains ouvrages appellent « **flottabilité** » la RESULTANTE du poids et de la poussée d'Archimède. Cette résultante des forces est orientée :

- **VERS LE HAUT** dans le 1^{er} cas,
- **VERS LE BAS** dans le 2^{ème} cas,
- **NULLE** dans le dernier cas

2) Flottabilité d'un corps

<p>Poids < Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g < \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} < \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système entraîné vers le haut</u></p> 	<p>Poids > Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g > \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} > \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système entraîné vers le bas</u></p> 	<p>Poids = Poussée d'Archimède</p> $\rho_{\Sigma} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot g$ $\rho_{\Sigma} = \rho_{\text{fluide}}$ <p><u>Système immobile</u></p> 
<p>Flottabilité <u>POSITIVE</u></p>	<p>Flottabilité <u>NEGATIVE</u></p>	<p>Flottabilité <u>NULLE</u></p>

➔ **Quelques applications courantes :**



3) Mouvements de convection verticale dans un fluide

a/ **Paramètres FAVORABLES à la convection**

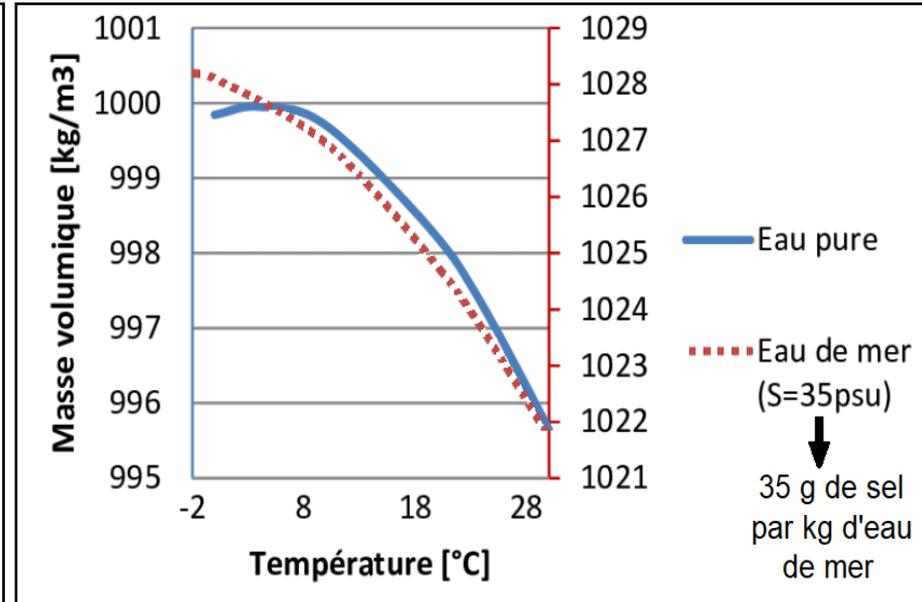
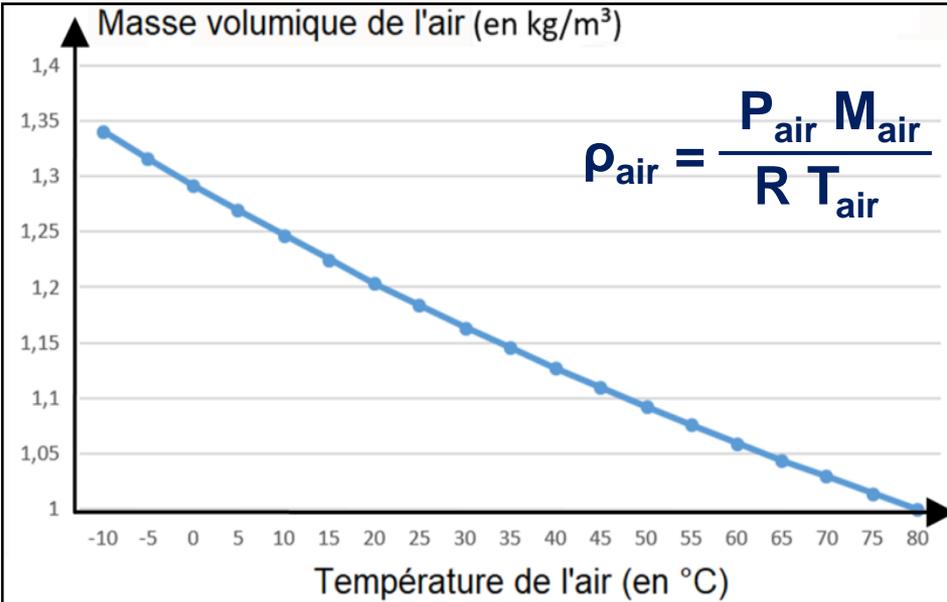
Le fluide n'est plus *macroscopiquement au repos*

➔ **Flottabilité NON NULLE** des particules fluides

3) Mouvements de convection verticale dans un fluide

a/ Paramètres FAVORABLES à la convection

Tout paramètre modifiant **la masse volumique** d'une particule fluide sera **FAVORABLE** aux mouvements de convection verticaux.



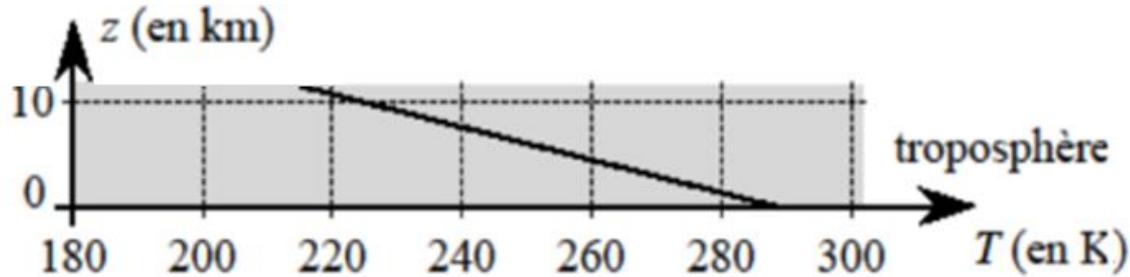
Deux principaux paramètres peuvent modifier la masse volumique d'une particule fluide :

- **La TEMPERATURE** : plus elle augmente, plus la masse volumique d'un fluide (liquide ou gazeux) est faible ;
- **La SALINITE** : plus elle augmente, plus la masse volumique du liquide est grande.

Deux principaux paramètres peuvent modifier la masse volumique d'une particule fluide :

- **La TEMPERATURE** : plus elle augmente, plus la masse volumique d'un fluide (liquide ou gazeux) est faible ;
- **La SALINITE** : plus elle augmente, plus la masse volumique du liquide est grande.

✎ **Application 7** : Expliquer les mouvements de convection dans la troposphère.



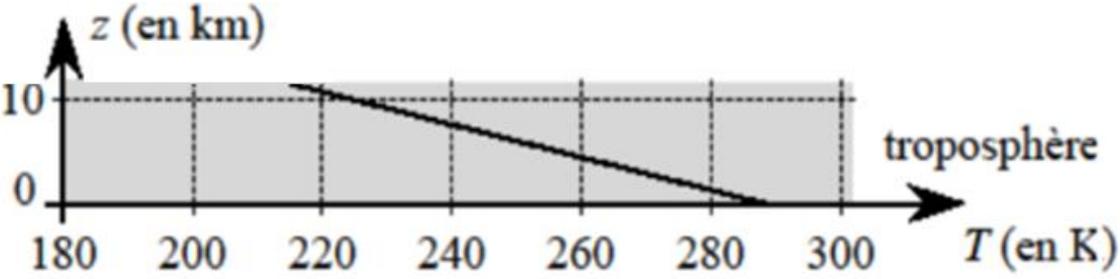
Les particules fluides **LES PLUS CHAUDES**, donc **les moins denses**, sont situées **à faible altitude** : elles ont donc **tendance à s'élever**.

Et inversement pour les particules fluides les plus froides.

✎ **Application 8** : Montrer que le seul critère de température ne permet pas de justifier un phénomène de convection océanique.

🔗 Application 7 : Expliquer les mouvements de convection dans la troposphère.

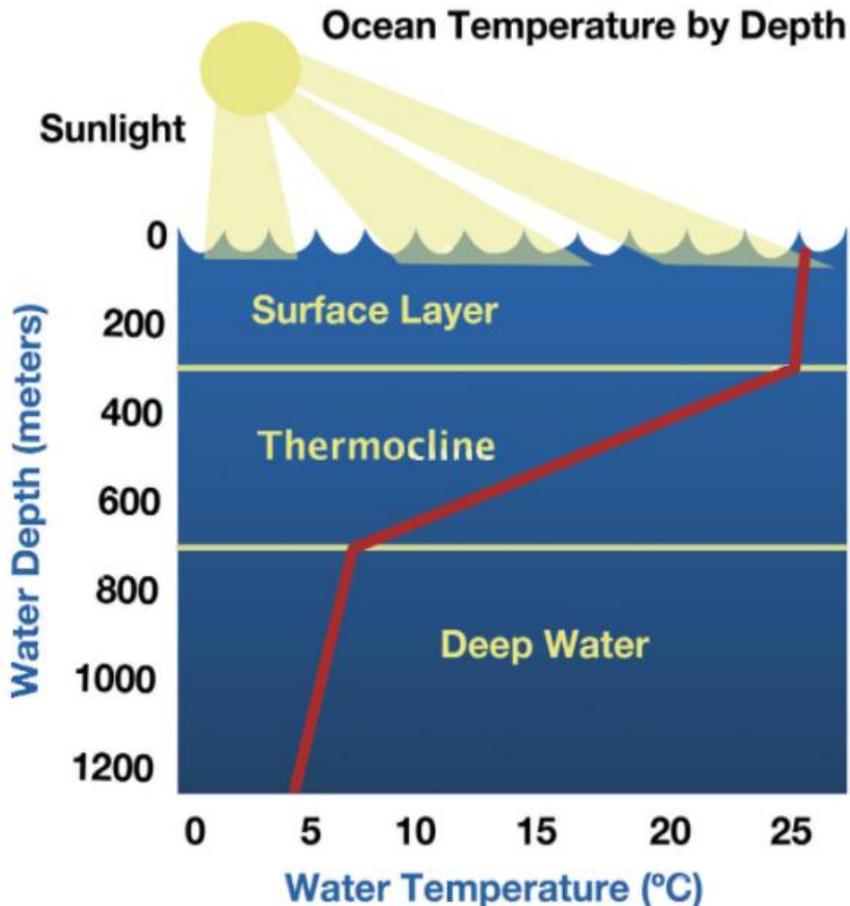
Les particules fluides **LES PLUS CHAUDES**, donc les moins denses, sont situées à faible altitude : elles ont donc tendance à s'élever.



Et inversement pour les particules fluides les plus froides.

🔗 Application 8 : Montrer que le seul critère de température ne permet pas de justifier un phénomène de convection océanique.

Les particules fluides **LES PLUS CHAUDES**, donc les moins denses, sont situées près de la surface. Elles n'ont donc pas tendance à descendre.



Mais elles peuvent devenir plus denses (et donc descendre) :

- par refroidissement à cause des vents de surface ;
- par augmentation de leur salinité à cause de l'évaporation de surface qui concentre l'eau en sel.

🦋 **Application 8** : Montrer que le seul critère de température ne permet pas de justifier un phénomène de convection océanique.

Les particules fluides **LES PLUS CHAUDES**, donc les moins denses, sont situées près de la surface. Elles n'ont donc pas tendance à descendre.

Mais elles peuvent devenir plus denses (et donc descendre) :

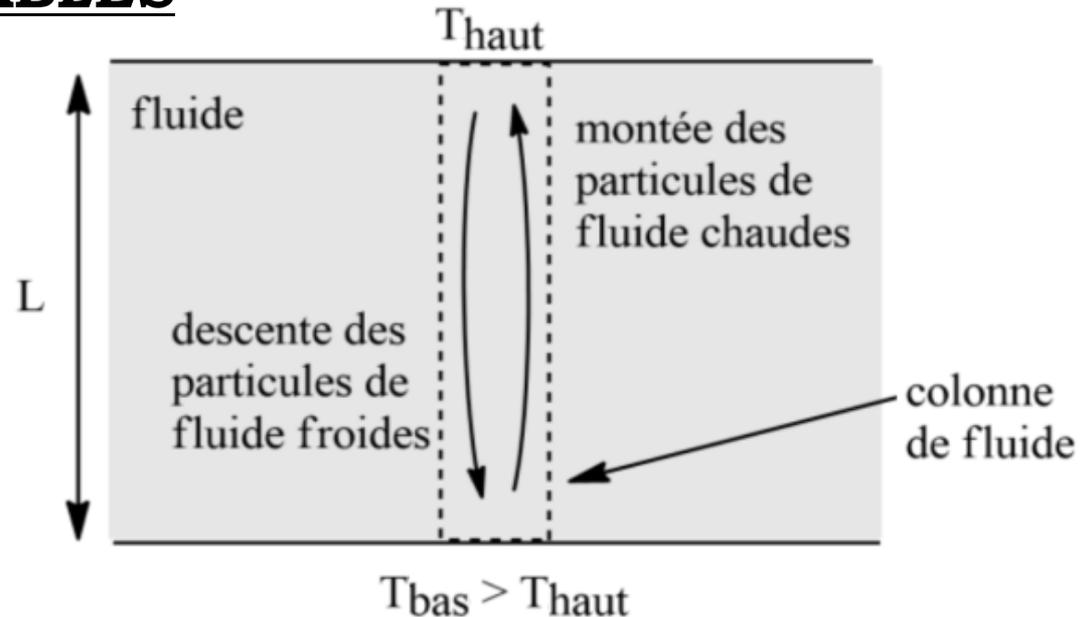
- par refroidissement à cause des vents de surface ;
- par augmentation de leur salinité à cause de l'évaporation de surface qui concentre l'eau en sel.

b/ Paramètres **DEFAVORABLES**

Convection THERMIQUE

Origine = différence de température entre 2 couches de fluide

L = Longueur caractéristique



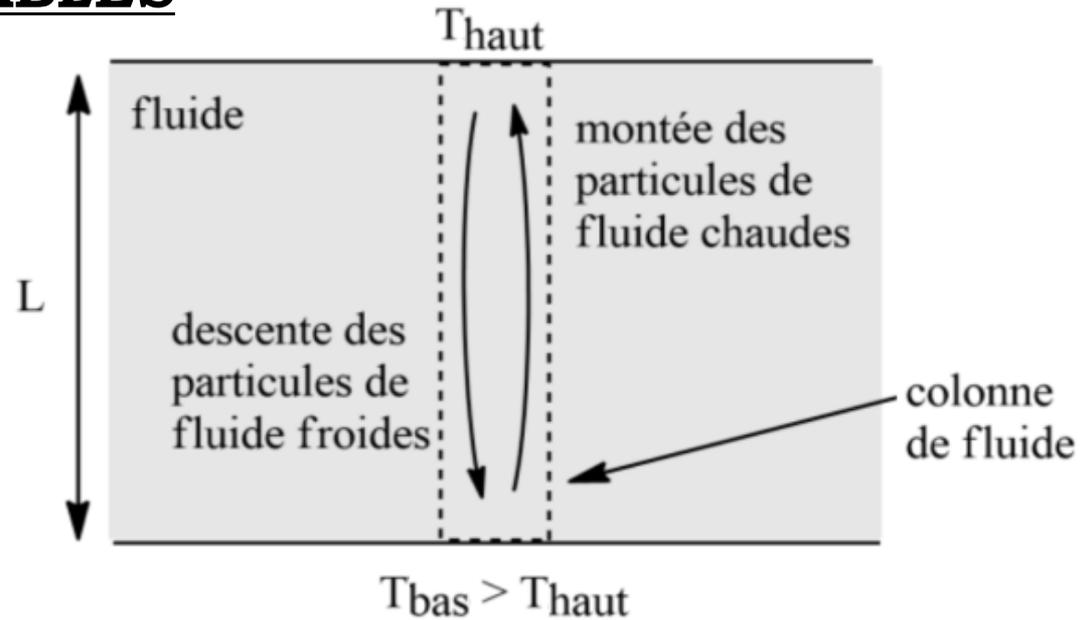
Mais *quelques facteurs peuvent être défavorables à cette convection* :

b/ Paramètres DEFAVORABLES

Convection THERMIQUE

Origine = différence de température entre 2 couches de fluide

L = Longueur caractéristique



Mais *quelques facteurs peuvent être défavorables à cette convection* :

- La conduction thermique : de proche en proche, la température peut s'uniformiser sur toute la colonne de fluide séparant les deux couches.
- Les frottements : ils peuvent immobiliser les particules fluides qui tentaient de se déplacer.

➔ On associe à chacun de ces 3 phénomènes un TEMPS CARACTERISTIQUE τ

τ_{CONV}

τ_{FROT}

τ_{COND}

Mais *quelques facteurs peuvent être défavorables à cette convection* :

- La **conduction thermique** : de proche en proche, la température peut s'uniformiser sur toute la colonne de fluide séparant les deux couches.
- Les **frottements** : ils peuvent immobiliser les particules fluides qui tentaient de se déplacer.

➔ On associe à chacun de ces 3 phénomènes un **TEMPS CARACTERISTIQUE** τ

τ_{CONV}

τ_{COND}

τ_{FROT}

Le phénomène associé au **temps caractéristique le plus court** **PREDOMINE**

Méthode pour déterminer le temps caractéristique d'un phénomène



- ❶ Faire la liste des paramètres physiques, noté p_i , dont dépend le temps caractéristique τ du phénomène (on détermine les paramètres d'influence à l'aide d'expériences) ;
- ❷ Exprimer ce temps caractéristique en fonction de ces paramètres, sous la forme suivante : $\tau = p_1^a \times p_2^b \dots$;
- ❸ Écrire l'équation dimensionnelle correspondante : $[\tau] = [p_1]^a \times [p_2]^b \times \dots$ en définissant les dimensions de chaque grandeur à l'aide des dimensions fondamentales (les principales étant : masse M, longueur L, temps T, température θ , quantité de matière N) ;
- ❹ Les deux membres devant avoir la même dimension, l'exposant de chaque dimension fondamentale doit être identique de part et d'autre de l'égalité. On en déduit ainsi autant d'équations qu'il y a de dimensions et on peut alors trouver les valeurs des coefficients **a**, **b** ... puis une formule pour τ .

Le phénomène associé au **temps caractéristique le plus court** PREDOMINE

Méthode pour déterminer le temps caractéristique d'un phénomène



- ❶ Faire la liste des paramètres physiques, noté p_i , dont dépend le temps caractéristique τ du phénomène (on détermine les paramètres d'influence à l'aide d'expériences) ;
- ❷ Exprimer ce temps caractéristique en fonction de ces paramètres, sous la forme suivante : $\tau = p_1^a \times p_2^b \dots$;
- ❸ Écrire l'équation dimensionnelle correspondante : $[\tau] = [p_1]^a \times [p_2]^b \times \dots$ en définissant les dimensions de chaque grandeur à l'aide des dimensions fondamentales (les principales étant : masse M, longueur L, temps T, température θ , quantité de matière N) ;
- ❹ Les deux membres devant avoir la même dimension, l'exposant de chaque dimension fondamentale doit être identique de part et d'autre de l'égalité. On en déduit ainsi autant d'équations qu'il y a de dimensions et on peut alors trouver les valeurs des coefficients a, b ... puis une formule pour τ .

✂ Application 9 : En appliquant le point méthode ci-dessus, déterminer l'expression des temps caractéristiques τ_{CONV} , τ_{COND} et τ_{FROT} sachant que :

a) τ_{CONV} dépend de la longueur **L** de la colonne de fluide, de la masse **m** de la particule et de sa flottabilité ;

$$\tau_{\text{CONV}} = L^a \times m^b \times F^c$$

$$\text{DONC } [\tau_{\text{CONV}}] = [L]^a \times [m]^b \times [F]^c$$

$$T = L^a \times M^b \times (M \cdot L \cdot T^{-2})^c$$

a) τ_{CONV} dépend de la longueur \mathbf{L} de la colonne de fluide, de la masse \mathbf{m} de la particule et de sa flottabilité ;

$$\tau_{\text{CONV}} = L^a \times m^b \times F^c$$

$$\text{DONC } [\tau_{\text{CONV}}] = [L]^a \times [m]^b \times [F]^c$$

$$T = L^a \times M^b \times (M \cdot L \cdot T^{-2})^c$$

$$T = L^a \times M^b \times M^c \times L^c \times T^{-2c}$$

$$T = L^{a+c} \times M^{b+c} \times T^{-2c}$$

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{T} \quad 1 = -2c \Leftrightarrow c = -\frac{1}{2} \\ \textcircled{L} \quad 0 = a+c \Leftrightarrow a = -c \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \\ \textcircled{M} \quad 0 = b+c \Leftrightarrow b = -c \Leftrightarrow b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(T)} \quad 1 = -2c \Leftrightarrow c = -\frac{1}{2} \\ \text{(L)} \quad 0 = a + c \Leftrightarrow a = -c \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \\ \text{(M)} \quad 0 = b + c \Leftrightarrow b = -c \Leftrightarrow b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Finalement, $\tau_{\text{CONV}} = L^{1/2} \times m^{1/2} \times F^{-1/2}$

$$\Leftrightarrow \tau_{\text{CONV}} = \frac{L^{1/2} \times m^{1/2}}{F^{1/2}}$$

$$\Leftrightarrow \tau_{\text{CONV}} = \sqrt{\frac{L \times m}{F}}$$

b) τ_{COND} dépend de la longueur L de la colonne de fluide, de la conductivité thermique λ du fluide (en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), de la masse volumique ρ du fluide et de la capacité thermique massique c du fluide ;

(kg.m^{-3})
($\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)

$$\tau_{\text{COND}} = L^a \times \lambda^b \times \rho^c \times c^d$$

$$\text{DONC } [\tau_{\text{COND}}] = [L]^a \times [\lambda]^b \times [\rho]^c \times [c]^d$$

b) τ_{COND} dépend de la longueur L de la colonne de fluide, de la conductivité thermique λ du fluide (en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), de la masse volumique ρ du fluide et de la capacité thermique massique c du fluide ;

$$\tau_{\text{COND}} = L^a \times \lambda^b \times \rho^c \times c^d$$

$(\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$
 (kg.m^{-3})

Donc $[\tau_{\text{COND}}] = [L]^a \times [\lambda]^b \times [\rho]^c \times [c]^d$

$$T = L^a \times ([\text{puissance}] \times L^{-1} \times \theta^{-1})^b \times (M \times L^{-3})^c \times ([\text{Energie}] \times \theta^{-1} \times M^{-1})^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{[\text{Energie}]}{[\text{Duree}]} \times L^{-1} \times \theta^{-1} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(\left[\frac{1}{2}mv^2 \right] \times \theta^{-1} \times M^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{\left[\frac{1}{2}mv^2 \right]}{T} \times L^{-1} \times \theta^{-1} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 \times \theta^{-1} \times M^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 \times L^{-1} \times \theta^{-1}}{T} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(L^2 \times T^{-2} \times \theta^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{[\text{Energie}]}{[\text{DeGREE}]} \times L^{-1} \times \theta^{-1} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(\left[\frac{1}{2} mv^2 \right] \times \theta^{-1} \times M^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{\left[\frac{1}{2} mv^2 \right]}{T} \times L^{-1} \times \theta^{-1} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 \times \theta^{-1} \times M^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(\frac{M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 \times L^{-1} \times \theta^{-1}}{T} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times \left(L^2 \times T^{-2} \times \theta^{-1} \right)^d$$

$$T = L^a \times \left(M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1} \right)^b \times M^c \times L^{-3c} \times L^{2d} \times T^{-2d} \times \theta^{-d}$$

$$T = L^a \times M^b \times L^b \times T^{-3b} \times \theta^{-b} \times M^c \times L^{-3c} \times L^{2d} \times T^{-2d} \times \theta^{-d}$$

$$T = L^{a+b-3c+2d} \times M^{b+c} \times T^{-3b-2d} \times \theta^{-b-d}$$

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{T} \quad 1 = -3b - 2d \quad (1) \\ \textcircled{L} \quad 0 = a + b - 3c + 2d \quad (2) \\ \textcircled{M} \quad 0 = b + c \quad (3) \end{array} \right.$$

$$T = L^a \times (M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1})^b \times M^c \times L^{-3c} \times L^{2d} \times T^{-2d} \times \theta^{-d}$$

$$T = L^a \times M^b \times L^b \times T^{-3b} \times \theta^{-b} \times M^c \times L^{-3c} \times L^{2d} \times T^{-2d} \times \theta^{-d}$$

$$T = L^{a+b-3c+2d} \times M^{b+c} \times T^{-3b-2d} \times \theta^{-b-d}$$

Par identification :

$$\begin{cases} \textcircled{T} & 1 = -3b - 2d & (1) \\ \textcircled{L} & 0 = a + b - 3c + 2d & (2) \\ \textcircled{M} & 0 = b + c & (3) \\ \textcircled{\theta} & 0 = -b - d \Leftrightarrow d = -b \end{cases}$$

donc (1) devient $1 = -3b + 2b$ soit $1 = -b$ donc $b = -1$

$$\Leftrightarrow d = 1$$

(3) permet d'écrire que $c = -b \Leftrightarrow c = 1$

(2) permet d'écrire que $a = 3c - b - 2d \Leftrightarrow a = 2$

Par identification :

$$\begin{cases} \textcircled{T} & 1 = -3b - 2d & (1) \\ \textcircled{L} & 0 = a + b - 3c + 2d & (2) \\ \textcircled{M} & 0 = b + c & (3) \\ \textcircled{P} & 0 = -b - d \Leftrightarrow d = -b \end{cases}$$

donc (1) devient $1 = -3b + 2b$ soit $1 = -b$ donc $b = -1$

$\Leftrightarrow d = 1$

(3) permet d'écrire que $c = -b \Leftrightarrow c = 1$

(2) permet d'écrire que $a = 3c - b - 2d \Leftrightarrow a = 2$

Donc $\tau_{\text{COND}} = L^2 \times \lambda^{-1} \times \rho^1 \times c^1$ soit $\tau_{\text{COND}} = \frac{L^2 \times \rho \times c}{\lambda}$

c) τ_{FROT} dépend de la longueur L de la colonne de fluide, de la masse volumique ρ du fluide et de la viscosité dynamique η du fluide (grandeur caractérisant la résistance à l'écoulement du fluide, exprimée en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$).

(3) permet d'écrire que $c = -b \Leftrightarrow c = 1$

(2) permet d'écrire que $a = 3c - b - 2d \Leftrightarrow a = 2$

Donc $\tau_{\text{COND}} = L^2 \times \lambda^{-1} \times \rho^1 \times c^1$ soit $\tau_{\text{COND}} = \frac{L^2 \times \rho \times c}{\lambda}$

c) τ_{FROT} dépend de la longueur L de la colonne de fluide, de la masse volumique ρ du fluide et de la viscosité dynamique η du fluide (grandeur caractérisant la résistance à l'écoulement du fluide, exprimée en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$).

$$\tau_{\text{FROT}} = L^a \times \rho^b \times \eta^c$$

$$\Leftrightarrow [\tau_{\text{FROT}}] = [L]^a \times [\rho]^b \times [\eta]^c$$

$$T = L^a \times (M.L^{-3})^b \times (M.L^{-1}.T^{-1})^c$$

$$T = L^a \times M^b \times L^{-3b} \times M^c \times L^{-c} \times T^{-c}$$

$$T = L^{a-3b-c} \times M^{b+c} \times T^{-c}$$

c) τ_{FROT} dépend de la longueur L de la colonne de fluide, de la masse volumique ρ du fluide et de la viscosité dynamique η du fluide (grandeur caractérisant la résistance à l'écoulement du fluide, exprimée en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$).

$$\tau_{\text{FROT}} = L^a \times \rho^b \times \eta^c$$

$$\Leftrightarrow [\tau_{\text{FROT}}] = [L]^a \times [\rho]^b \times [\eta]^c$$

$$T = L^a \times (M.L^{-3})^b \times (M.L^{-1}.T^{-1})^c$$

$$T = L^a \times M^b \times L^{-3b} \times M^c \times L^{-c} \times T^{-c}$$

$$T = L^{a-3b-c} \times M^{b+c} \times T^{-c}$$

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} (T) : 1 = -c \Leftrightarrow c = -1 \\ (L) : 0 = a - 3b - c \\ (M) : 0 = b + c \Leftrightarrow b = -c \Leftrightarrow b = 1 \end{array} \right.$$

Donc $a = 3b + c \Leftrightarrow a = 2$

$$\Leftrightarrow [\mathcal{G}_{FRST}] = [L]^a \times [p]^b \times [\eta]^c$$

$$T = L^a \times (M \cdot L^{-3})^b \times (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1})^c$$

$$T = L^a \times M^b \times L^{-3b} \times M^c \times L^{-c} \times T^{-c}$$

$$T = L^{a-3b-c} \times M^{b+c} \times T^{-c}$$

Par identification : $(T) : 1 = -c \Leftrightarrow c = -1$

$$(L) : 0 = a - 3b - c$$

$$(M) : 0 = b + c \Leftrightarrow b = -c \Leftrightarrow b = 1$$

Donc $a = 3b + c \Leftrightarrow a = 2$

Finalement, $\mathcal{G}_{FRST} = L^2 \times p^1 \times \eta^{-1} \Leftrightarrow \mathcal{G}_{FRST} = \frac{L^2 \times p}{\eta}$