BCPST 1 : DS n°3 - PHYSIQUE – 20/11/24 – 1h30 - CORRECTION

EXERCICE 1 : ETUDE D'UN CIRCUIT ELECTRIQUE

1- L'association de la source de tension idéale de force électromotrice E et du conducteur ohmique de résistance r modélise un générateur réel.

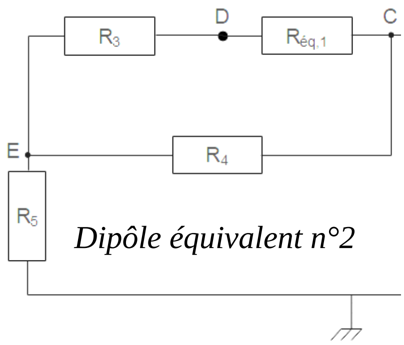
On appelle modèle de générateur de Thévenin cette association.

2- • Dans le dispositif électronique étudié, les conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 ont la même différence de potentiels à leurs bornes, ils sont donc associés en dérivation et équivalents à un unique conducteur ohmique de résistance $R_{éq,1}$ telle que :

$$\frac{1}{R_{éq,1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_1} \Rightarrow R_{éq,1} = \frac{R_1 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

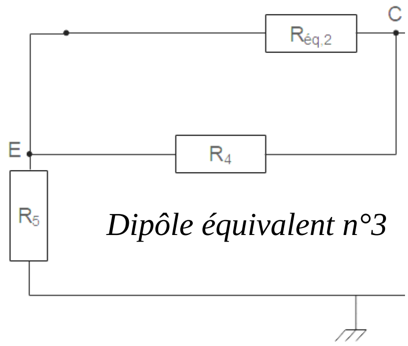
Soit, avec $R_1 = R_2 = R_0$: $\boxed{R_{éq,1} = \frac{R_0}{2}}$

Le dipôle se simplifie sous la forme du dipôle n°2 ci-après :



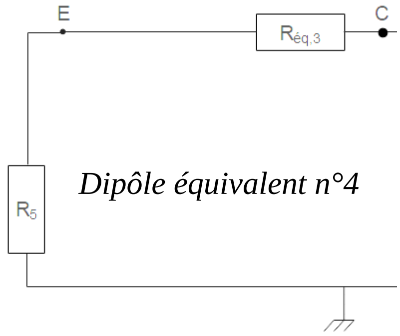
• Dans le dipôle équivalent n° 2, R_3et $R_{éq,1}$ sont traversés par une même intensité, ils sont donc associés en série et équivalents à un unique conducteur ohmique de résistance $R_{éq,2}$ telle que :

$$R_{éq,2} = R_{éq,1} + R_1 = \frac{R_0}{2} + R_0 \Rightarrow \boxed{R_{éq,2} = \frac{3}{2}R_0}$$



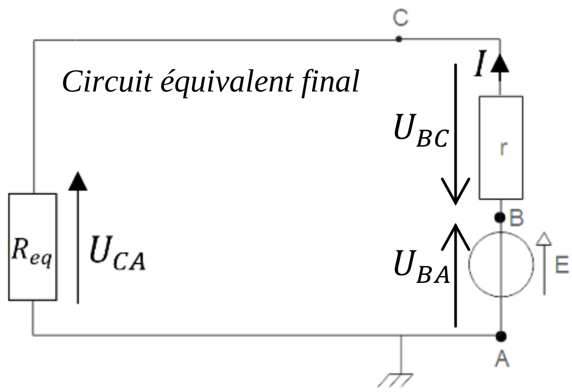
• Dans le dipôle équivalent n° 3, R_4 et $R_{éq,2}$ sont associés en dérivation donc équivalents à $R_{éq,3}$ telle que :

$$R_{éq,3} = \frac{R_{éq,2} \cdot R_4}{R_{éq,2} + R_4} = \frac{\frac{3}{2}R_0 \cdot R_0}{\frac{3}{2}R_0 + R_0} \Rightarrow \boxed{R_{éq,3} = \frac{3}{5}R_0}$$



• Dans le dipôle équivalent n°4, $R_{éq,3}$ et R_5 sont associés en série donc équivalents à $R_{éq}$ telle que :

$$R_{éq} = R_{éq,3} + R_5 = \frac{3}{5}R_0 + R_0 \Rightarrow \boxed{R_{éq} = \frac{8}{5}R_0}$$



3- Dans le circuit équivalent final, les deux conducteurs ohmiques de résistances $R_{éq}$ et r sont associés en série, on reconnaît un pont diviseur de tension, et on peut appliquer la formule pour trouver la tension aux bornes de la résistance équivalente, notée U_{CA}.

$$U_{CA} = \frac{R_{éq}}{r + R_{éq}} \times U_{BA}$$

Or par définition de la tension aux bornes d'un générateur idéal de tension : $U_{BA} = E$

En utilisant l'expression de $R_{éq}$ dans la relation précédente, on obtient :

$$U_{CA} = \frac{\frac{8}{5}R_0}{\frac{8}{5}R_0 + r} \times E \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{CA} = \frac{8\,R_0}{8\,R_0 + 5\,r} \times E}$$

4- • Par définition, la puissance fournie par la source de tension idéale s'écrit : $P_1 = U_{BA} \times I$, en convention générateur *(avec les notations représentées sur le dernier schéma de la question 2).*
Or $U_{BA} = E$ (par définition de la tension aux bornes d'un générateur idéal),
On cherche I : d'après la loi d'Ohm appliquée à la résistance équivalente $R_{éq}$, en convention récepteur,

$$U_{CA} = R_{éq} \times I \;\Rightarrow\; I = \frac{U_{CA}}{R_{éq}} = \frac{1}{R_{éq}} \times \frac{R_{éq}}{r + R_{éq}} \times U_{BA} = \frac{1}{r + R_{éq}} \times E$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{P_1 = \frac{E^2}{r + R_{éq}}}$$

• Par définition, la puissance P_2 reçue par la résistance $R_{éq}$ s'écrit : $P_2 = U_{CA} \times I$, en convention récepteur,
D'après la loi d'Ohm, appliquée à la résistance $R_{éq}$ en convention récepteur, $U_{CA} = R_{éq} \times I$

Or on a vu que I = $\frac{E}{r+R_{éq}}$ donc $P_2 = R_{éq} \times I^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_2 = R_{éq} \times \left(\frac{E}{r+R_{éq}}\right)^2}$

• Par définition, la puissance P_3 reçue par dans la résistance r s'écrit : $P_3 = U_{BC} \times I$, en convention récepteur,

D'après la loi d'Ohm, appliquée à la résistance r en convention récepteur, $U_{BC} = r \times I$

Or on a vu que I = $\frac{E}{r+R_{éq}}$ donc $P_3 = r \times I^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_2 = r \times \left(\frac{E}{r+R_{éq}}\right)^2}$

5- On s'intéresse à la somme des puissances reçues par les conducteurs ohmiques :

$$P_2 + P_3 = R_{éq} \times \left(\frac{E}{r + R_{éq}}\right)^2 + r \times \left(\frac{E}{r + R_{éq}}\right)^2 = \left(R_{éq} + r\right) \times \left(\frac{E}{r + R_{éq}}\right)^2 = \frac{E^2}{r + R_{éq}} = P_1$$

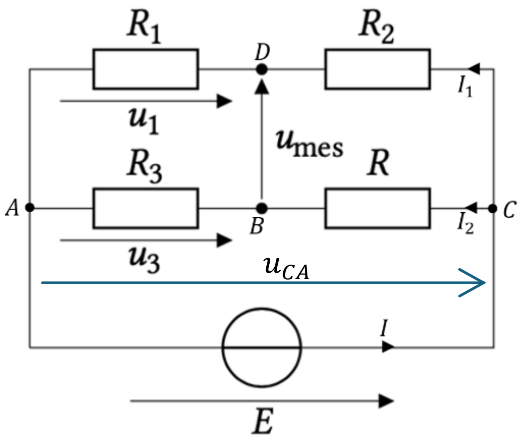
On a donc : $\boxed{P_1 = P_2 + P_3}$

6- Cette relation était prévisible car un bilan de puissance sur tous les dipôles d'un circuit montre que la <u>somme des puissances reçues par tous les dipôles du circuit est nulle</u>.
Or le générateur reçoit une puissance égale à l'opposé de la puissance fournie, ainsi

$$-P_1 + P_2 + P_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1 = P_2 + P_3$$

7- La puissance reçue par les conducteurs ohmiques est qualifiée de « <u>puissance dissipée par effet Joule</u> ».
<u>Elle est convertie en puissance thermique</u>.

EXERCICE 2 : MESURE DE PRESSION ARTERIELLE (D'après Agro-Véto 2024)



1. D'après le circuit électrique, les deux résistances R_1 et R_2 sont situées dans la branche AC supérieure. Elles sont parcourues par le <u>même courant électrique</u> I_1, et sont donc <u>associées en série</u>. On reconnaît alors un <u>pont diviseur de tension</u> dans la branche AC supérieure, d'après la formule :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \times u_{CA}$$

Or, par définition de la tension aux bornes d'un générateur idéal de tension : $u_{CA} = E$

$$\Rightarrow \boxed{u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times E}$$

On raisonne de manière analogue avec les deux résistances R_3 et R. On obtient :

$$\boxed{u_3 = \frac{R_3}{R_3 + R} \times E}$$

---

2. D'après <u>la loi d'additivité des tensions</u>, $u_{DA} = u_{DB} + u_{BA}$, soit $u_1 = u_{mes} + u_3$, et donc : $u_{mes} = u_1 - u_3$. Finalement, on a bien :

$$\boxed{u_{mes} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R}\right) \times E}$$

---

3. D'après l'énoncé, pour $P = P_{atm}$, on a $R = R_0$. Or, on veut $u_{mes} = 0$ lorsque $P = P_{atm}$. Ainsi, d'après la question précédente :

$$0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_0} \iff \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_0} \iff R_1(R_3 + R_0) = R_3(R_1 + R_2)$$

$$\iff R_1R_3 + R_1R_0 = R_3R_1 + R_3R_2 \implies \boxed{R_1 = \frac{R_3R_2}{R_0}}$$

---

4. D'après l'énoncé, on a : $R = R_0[1 + k(P - P_{atm})]$ *avec* $P - P_{atm} = \Delta P$

Soit : $R = R_0(1 + k\Delta P) = R_0 + R_0k\Delta P = R_0 + \Delta R$

Par identification, on a $\boxed{\Delta R = R_0k\Delta P}$

---

5. D'après l'énoncé, $\Delta R \ll R_0$, or $\Delta R = R_0k\Delta P$. On obtient alors :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\Delta P \ll 1$$

Pour avoir $\Delta R \ll R_0$, on a $\boxed{k\Delta P \ll 1}$

---

6. D'après la question n°2, on a :

$$u_{mes} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R}\right) \times E \quad avec\ R_1 = \frac{R_3R_2}{R_0}\ et\ R = R_0(1 + k\Delta P) = R_0 + \Delta R$$

$$\Rightarrow u_{mes} = \left(\frac{\frac{R_3R_2}{R_0}}{\frac{R_3R_2}{R_0} + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_0 + \Delta R}\right) \times E = \left(\frac{R_3R_2}{R_3R_2 + R_2R_0} - \frac{R_3}{R_3 + R_0 + \Delta R}\right) \times E$$

$$\Rightarrow u_{mes} = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_0} - \frac{R_3}{R_3 + R_0 + \Delta R}\right) \times E = \left(\frac{R_3 \cdot (R_3 + R_0 + \Delta R) - R_3 \cdot (R_3 + R_0)}{(R_3 + R_0) \cdot (R_3 + R_0 + \Delta R)}\right) \times E$$

$$\Rightarrow \quad u_{mes} = \left(\frac{R_3 \cdot \Delta R}{(R_3 + R_0) \cdot (R_3 + R_0 + \Delta R)}\right) \times E$$

Or $\Delta R \ll R_0$ donc $R_3 + R_0 + \Delta R \approx R_3 + R_0$

$$\Rightarrow \quad u_{mes} \approx \frac{R_3 \cdot \Delta R}{(R_3 + R_0)^2} \times E$$

On obtient finalement la relation suivante :

$$\boxed{u_{mes} \approx \frac{R_3}{(R_3 + R_0)^2} \cdot R_0 \cdot k \cdot \Delta P \cdot E}$$

qui est bien la relation proposée dans l'énoncé.

---

7. D'après l'énoncé, $S = \frac{u_{mes}}{\Delta P}$ avec $u_{mes} \approx \frac{R_3}{(R_3+R_0)^2} \cdot R_0 \cdot k \cdot \Delta P \cdot E$. Ainsi :

$$\boxed{S = \frac{R_3}{(R_3 + R_0)^2} \cdot R_0 \cdot k \cdot E}$$

En admettant que la relation $S = \frac{u_{mes}}{\Delta P}$ est homogène, alors S est homogène à une tension par unité de pression. En système international, S s'exprime en $\underline{V \cdot Pa^{-1}}$.

La sensibilité représente la variation de la tension mesurée par unité de variation de pression. Plus la valeur de la sensibilité de S est grande, plus le transducteur est sensible aux faibles variations de pression.

---

8. D'après l'expression de la sensibilité, la variation de pression est proportionnelle à la tension mesurée u_{mes} : $\Delta P = \frac{1}{S} \cdot u_{mes}$.

Pour mesurer les variations de pression artérielle en fonction du temps, on peut brancher un oscilloscope qui mesurera l'évolution de la tension u_{mes} en fonction du temps. A l'aide d'un logiciel de traitement graphique et la relation de proportionnalité, on peut obtenir l'évolution de ΔP en fonction du temps.

---

9. La pression systolique est la pression maximale dans les artères, on lit cette pression en considérant une valeur moyenne des trois maximas lus : $\Delta P_{a,sys} = 128\ mmHg$.

La pression diastolique est la pression minimale dans les artères, on lit cette pression en considérant une valeur moyenne des trois minimas lus : $\Delta P_{a,dia} = 81\ mmHg$.

On peut alors calculer la pression artérielle moyenne :

$$\underline{\Delta P_{a,moy}} = \frac{\Delta P_{a,sys} + 2\Delta P_{a,dia}}{3} = \frac{128 + 2 * 81}{3} \underline{= \mathbf{97\ mmHg}}$$

---

10. Par définition, la fréquence cardiaque est $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ où T est la période du signal, soit la plus petite durée au bout de laquelle le signal se reproduit identique à lui-même.

Entre le premier et le troisième maximum de la courbe, on mesure une durée correspondant à deux périodes telles que $2T = 2{,}55 - 0{,}55 = 2{,}00\ s$

AN : $\underline{f} = \frac{1}{1{,}00} = 1{,}00\ Hz \underline{= \mathbf{1\ battement \cdot s^{-1} = 60\ battements \cdot min^{-1}}}$

---

11. Le débit de volume du sang est le volume de sang V traversant une section d'écoulement pendant une durée Δt : $D_V = \frac{V}{\Delta t}$

Alors, pendant un battement de durée $\Delta t_1 = T$, le volume envoyé par le cœur est :

$$V_1 = D_V \cdot \Delta t_1 = D_V \cdot T \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_1 = \frac{D_V}{f}}$$

AN : $V_1 = \frac{5{,}0}{60}$ soit **$\underline{V_1 = 8{,}3.10^{-2}\ L = 83\ mL}$**