

EXERCICE 1 : GONFLAGE D'UN PNEU

1. La masse molaire de l'air est : $M_{air} = x_{O_2} \times M_{O_2} + x_{N_2} \times M_{N_2}$

$$M_{air} = x_{O_2} \times 2 \times M_O + x_{N_2} \times 2 \times M_N$$

(en notant x_i la fraction molaire du gaz i dans le mélange (air))

En considérant que l'air contient 20% de dioxygène et 80% de diazote, on peut calculer :

AN $\rightarrow M_{air} = 0,20 \times 2 \times 16 + 0,80 \times 2 \times 14$ soit **$M_{air} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$**

2. Soit ρ_{air} la masse volumique de l'air dans ces conditions ($P = 2,0 \text{ bar}$ et $T = 20^\circ\text{C}$) :

Par définition, $\rho_{air} = \frac{m_{air}}{V_{air}} = \frac{n_{air} \times M_{air}}{V_{air}}$ en notant m_{air} la masse d'un volume V_{air} d'air, n_{air} sa quantité de matière.

L'air est considéré comme un gaz parfait, d'après l'équation d'état du gaz parfait : $\rho_{air} = \frac{M_{air} \cdot P}{R \cdot T}$

AN $\rightarrow \rho_{air} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \times 2,0 \cdot 10^5}{8,31 \times (20 + 273)}$ soit **$\rho_{air} = 2,4 \text{ kg.m}^{-3}$**

3. • On calcule la masse m_{air} d'air contenue dans le pneu sous $P = 2,0 \text{ bars}$ à $T = 20^\circ\text{C}$. Par définition :

$$m_{air} = \rho_2 \times V_P \quad \text{soit} \quad m_{air} = \frac{M_{air} \times P \times V_P}{RT}$$

AN $\rightarrow m_{air} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \times 2,0 \cdot 10^5 \times 40 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times (20 + 273)}$ soit **$m_{air} = 95 \text{ g}$**

• On calcule la quantité de matière n_{air} d'air. Par définition : $n_{air} = \frac{m_{air}}{M_{air}}$ soit $n_{air} = \frac{P \times V_P}{RT}$

AN $\rightarrow n_{air} = \frac{2 \cdot 10^5 \times 40 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times (20 + 273)}$ soit **$n_{air} = 3,3 \text{ mol}$**

4. Déterminons les pressions partielles P_{O_2} et P_{N_2} , respectivement de dioxygène et de diazote sous la pression $P = 2,0 \text{ bars}$ à la température $T = 20^\circ\text{C}$.

Par définition, $P_{O_2} = x_{O_2} \times P$ **AN** $\rightarrow P_{O_2} = 0,20 \times 2,0$ soit **$P_{O_2} = 0,40 \text{ bar}$**

$P_{N_2} = x_{N_2} \times P$ **AN** $\rightarrow P_{N_2} = 0,80 \times 2,0$ soit **$P_{N_2} = 1,60 \text{ bar}$**

5. Soit P_i et T_i respectivement la pression et la température initiales, avant que le pneu n'ait roulé, alors d'après l'équation d'état du gaz parfait : $P_i = \frac{n \cdot R \cdot T_i}{V_P}$

De même soit P_f et T_f respectivement la pression et la température finales, après que le pneu a roulé, alors d'après l'équation d'état du gaz parfait : $P_i = \frac{n \cdot R \cdot T_f}{V_P}$

La variation de pression s'écrit : $\Delta P = P_f - P_i = \frac{n \cdot R \cdot (T_f - T_i)}{V_P}$ soit $\Delta P = \frac{P_i}{T_i} \times (T_f - T_i)$

AN $\rightarrow \Delta P = \frac{2,0}{293} \times 10$ soit **$\Delta P = 0,068 \text{ bar} = 68 \text{ mbar}$**

6. D'après l'équation d'état du gaz parfait, **la bouteille d'air comprimé** contient une quantité de

$$\text{matière d'air : } \# \text{ Après gonflage : } n_{B,f} = \frac{P_{B,f} \cdot V_B}{R \cdot T}$$

$$\# \text{ Avant gonflage : } n_{B,i} = \frac{P_{B,0} \cdot V_B}{R \cdot T}.$$

De même, **dans le pneu**, la quantité de matière d'air vaut : $\# \text{ Avant gonflage : } n_{P,i} = \frac{P_{P,0} \cdot V_P}{R \cdot T}.$

$$\# \text{ Après gonflage : } n_{P,f} = \frac{P_{P,f} \cdot V_P}{R \cdot T}$$

Ainsi la quantité de matière d'air ajoutée depuis la bouteille pour gonfler le pneu est :

$$n_{B,i} - n_{B,f} = n_{P,f} - n_{P,i}$$

$$\text{Soit } \frac{P_{B,0} \cdot V_B}{R \cdot T} - \frac{P_{B,f} \cdot V_B}{R \cdot T} = \frac{P_{P,f} \cdot V_P}{R \cdot T} - \frac{P_{P,0} \cdot V_P}{R \cdot T}$$

$$\text{On en déduit : } P_{B,0} \cdot V_B - P_{B,f} \cdot V_B = P_{P,f} \cdot V_P - P_{P,0} \cdot V_P$$

et finalement

$$P_{B,f} = P_{B,0} - (P_{P,f} - P_{P,0}) \cdot \frac{V_P}{V_B}$$

$$\underline{\text{AN}} \rightarrow \underline{P_{B,f}} = 8,0 - (2,0 - 1,0) \cdot \frac{40}{20} \quad \text{soit } \underline{P_{B,f} = 6,0 \text{ bar}}$$

7. D'après la question précédente, le gonflage d'un pneu nécessite la quantité de matière d'air :

$$n_{\text{gonflage}} = n_{P,f} - n_{P,i} = \frac{(P_{P,f} - P_{P,0}) \cdot V_P}{R \cdot T}$$

Le nombre total de pneus gonflables dans ces conditions à l'aide de cette bouteille est donc k :

$$k = \frac{n_{B,i}}{n_{\text{gonflage}}} = \frac{\frac{P_{B,0} \cdot V_B}{R \cdot T}}{\frac{(P_{P,f} - P_{P,0}) \cdot V_P}{R \cdot T}} \Rightarrow \boxed{k = \frac{P_{B,0} \cdot V_B}{(P_{P,f} - P_{P,0}) \cdot V_P}}$$

$$\underline{\text{AN}} \rightarrow k = \frac{8,0 \times 20}{(2,0 - 1,0) \times 40} \quad \text{soit } \underline{k = 4 \text{ pneus gonflables avec la bouteille}}$$

EXERCICE 2 : EAU ET POPCORN

D'après Concours Agro-Veto voie C 2021

Partie A - Changements d'états de l'eau.

1. Au point (1) du diagramme (P,T) de l'eau, le système est dans une portion du plan, il est donc monophasé. A basse température et haute pression, il se trouve à l'état solide.

Au point (2), le système est également monophasé, à haute température et haute pression, il se trouve à l'état liquide.

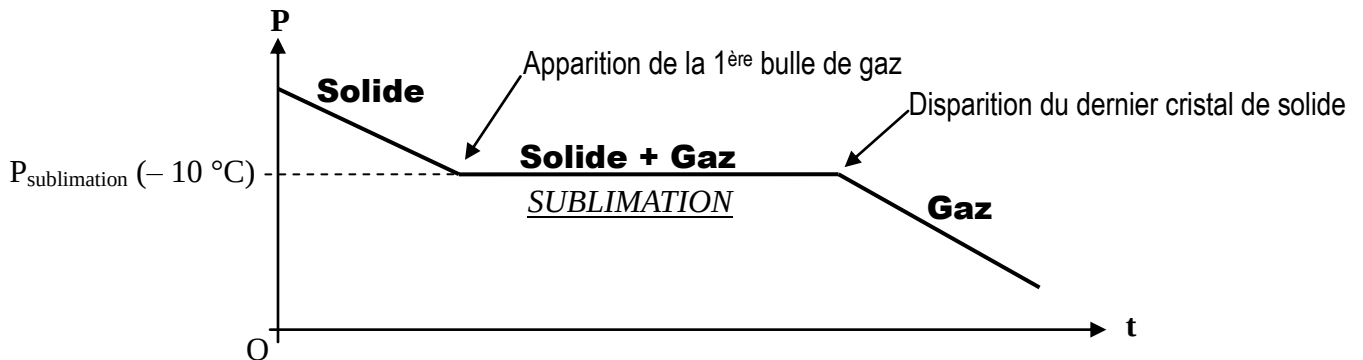
Au point (3), le système est sur la courbe de vaporisation, il est donc diphasé, à l'équilibre liquide/vapeur.

2. Le point T est appelé point triple et le point C, point critique.

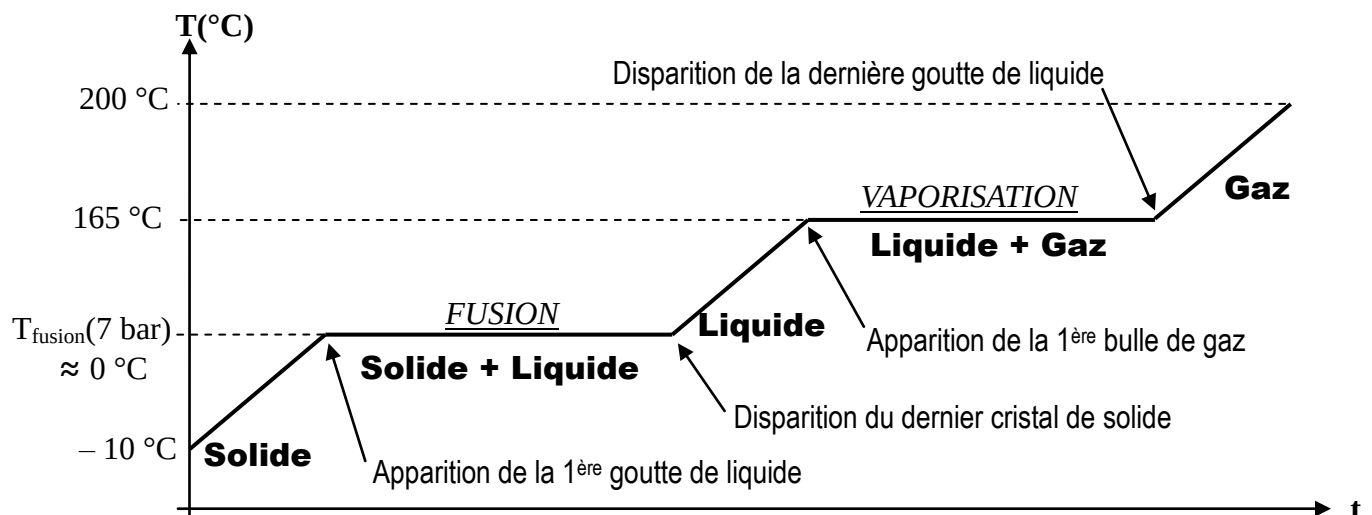
Au point T, l'eau est à l'équilibre sous ses trois phases solide, liquide et gaz. Au-delà de C, on trouve l'eau à l'état de fluide supercritique.

3. Une détente isotherme est une transformation au cours de laquelle la pression diminue à température constante, le point représentatif du système, initialement dans la zone numérotée (1), se déplace donc sur une courbe verticale descendante. A l'intersection avec la courbe de sublimation, on observe la sublimation de la glace qui passe à l'état gazeux.

4. Allure de la courbe $P = f(t)$:



5. Allure de la courbe d'analyse thermique $T = f(t)$:



Justification (non demandée) : Un échauffement isobare est une transformation au cours de laquelle la température du système augmente à pression constante : le point représentatif du système, initialement dans la zone numérotée (1), se déplace donc sur une courbe horizontale vers la droite. A l'intersection avec la courbe de fusion, on observe la fusion de la glace qui passe à l'état liquide, puis à l'intersection avec la courbe de vaporisation, à $T = 165^\circ\text{C}$ d'après le « zoom » de la courbe d'équilibre liquide/vapeur fournit dans l'énoncé, on observe la vaporisation du liquide, qui passe à l'état gazeux.

6. Supposons qu'à cette température $T_3 = 120^\circ\text{C}$, l'intégralité de la masse $m_{\text{eau}} = 5,00\text{ g}$ occupe le volume $V = 120^\circ\text{C}$ du réservoir sous forme de vapeur d'eau.

En assimilant celle-ci à un gaz parfait, et en notant n_{eau} la quantité de matière d'eau associée, on peut lui appliquer l'équation d'état du gaz parfait pour calculer la pression P_{eau} de la vapeur d'eau :

$$P_{\text{eau}} = \frac{n_{\text{eau}} \times R \times T_3}{V} \quad \leftrightarrow \quad P_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{eau}} \times R \times T_3}{M_{\text{eau}} \times V}$$

AN $\rightarrow P_{\text{eau}} = \frac{5,00 \times 8,31 \times (120+273)}{18,0 \times 60,0 \cdot 10^{-3}} \quad \text{soit } P_{\text{eau}} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 0,15 \text{ bar}$

On lit sur le diagramme (P, T) de l'eau, au point de la courbe de vaporisation d'abscisse $T = 120^\circ\text{C}$, une valeur de pression de vapeur saturante $P^*(120^\circ\text{C}) = 2 \text{ bar}$.

Dans l'hypothèse où l'intégralité des $5,00\text{ g}$ d'eau s'est vaporisée dans le réservoir, on obtient donc une pression de vapeur d'eau inférieure à la pression de vapeur saturante, ce qui est cohérent avec de la vapeur sèche. L'hypothèse formulée est donc bonne et l'intégralité de l'eau introduite est bien sous forme de vapeur.

Partie B - Formation du popcorn.

7. D'après la figure 1, au-delà d'une température de 180°C, la totalité des grains de maïs est transformée en popcorn. La pression de vapeur saturante de l'eau à cette température est donc celle qui provoque la rupture de l'enveloppe du grain de maïs.

On lit sur le diagramme (P, T) de l'eau, au point de la courbe de vaporisation d'abscisse $T = 180^\circ\text{C}$, une valeur de pression de vapeur saturante $P^*(180^\circ\text{C}) = 10 \text{ bar}$.

La pression maximale supportable par l'enveloppe du grain de maïs est donc bien $p_m = 10 \text{ bars}$.

8. D'après l'équation d'état du gaz parfait : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ soit $R = \frac{P \cdot V}{n \cdot T}$

où P est la pression du gaz telle que : $[P] = \left[\frac{F}{S} \right] = \left[\frac{m \cdot a}{S} \right]$ où F est la force qui s'exerce sur la surface S , et m une masse d'accélération a .

V désigne le volume du gaz, n , sa quantité de matière, T la température.

$$[R] = \left[\frac{m \cdot a \cdot V}{S \cdot n \cdot T} \right] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^3}{L^2 \cdot N \cdot \theta} \quad \text{alors} \quad [R] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \theta^{-1}$$

9. En associant à chaque dimension son unité de base dans le système internationale, on déduit l'unité de R exprimée avec les unités de base SI : $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

L'unité usuellement utilisée pour R est le $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

En effet, l'unité SI d'énergie, le joule, peut s'exprimer en fonction des unités de base $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ce que l'on retrouve grâce, par exemple, à l'expression de l'énergie cinétique d'un système de masse m et de vitesse v :

$$[E] = \left[\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right] = [m] \cdot [v]^2 = M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

10. D'après la Figure 2, le rayon moyen des grains avant éclatement est de l'ordre de $r_m = 3,3 \text{ mm}$.

En supposant que l'eau gaz dans le grain de maïs se comporte comme un gaz parfait :

$$P_m \cdot V_g = n_{vg} \cdot R \cdot T$$

Avec : # $P_m = 10 \text{ bar}$, la pression maximale de la vapeur dans le grain avant éclatement

$V_g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_m^3$, le volume accessible à l'eau gaz dans le grain de maïs, en supposant le grain sphérique et en négligeant le volume de phase condensée (amidon) devant celui de la phase gazeuse.

$n_{vg} = \frac{m_{vg}}{M}$, la quantité de matière d'eau à l'état vapeur

$T = 180^\circ\text{C}$, la température de la vapeur d'eau

$$\text{Soit : } m_{vg} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot r_m^3 \cdot P_m \cdot M}{R \cdot T}$$

$$\underline{\text{AN}} \rightarrow m_{vg} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot (3,3 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 10 \cdot 10^5 \cdot 18}{8,31 \cdot (273 + 180)} \quad \text{soit } \underline{m_{vg} = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 0,72 \text{ mg}}$$

11. La valeur calculée à la question précédente est de l'ordre de grandeur du mg mesuré expérimentalement ce qui confirme les hypothèses de calculs proposées précédemment (forme sphérique du grain et négligence de la phase condensée).