

PARTIE A

1. ♦ La **transformation 3 → 1** est une compression isobare, c'est-à-dire se déroulant à pression du système constante : on en déduit donc que $P_3 = P_1$

De plus, d'après l'énoncé, $V_3 = 2V_1$

L'application de l'équation d'état des gaz parfaits dans l'état (3) permet d'écrire : $T_3 = \frac{P_3 \cdot V_3}{nR} = \frac{P_1 \cdot 2V_1}{nR}$

L'application de l'équation d'état des gaz parfaits dans l'état (1) permet d'écrire : $T_1 = \frac{P_1 \cdot V_1}{nR}$

On constate donc que $T_3 = 2T_1$

- ♦ La **transformation 1 → 2** est une transformation isochore, c'est-à-dire se déroulant à volume du système constant. On en déduit donc que : $V_2 = V_1$

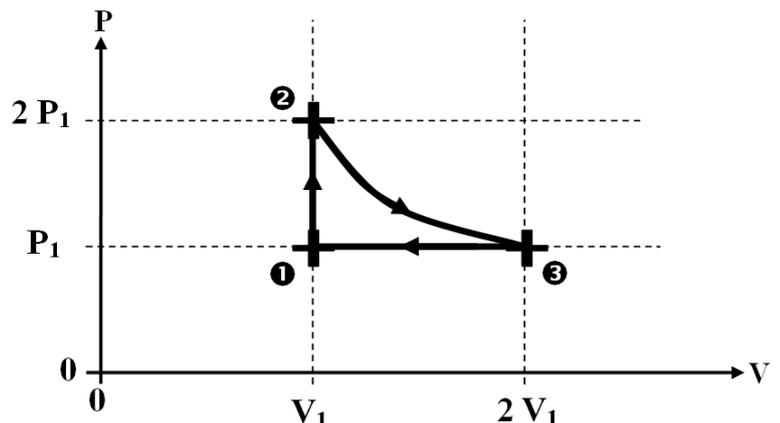
De plus, la **transformation 2 → 3** est une transformation isotherme, c'est-à-dire se déroulant à température du système constante. On en déduit donc que $T_2 = T_3$, c'est à dire $T_2 = 2T_1$

Enfin, d'après l'équation d'état des gaz parfaits dans l'état (2) : $P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nR \cdot 2T_1}{V_1}$ soit : $P_2 = 2P_1$

2. L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit $PV = nRT$. Or, au cours de la transformation isotherme, la température du système T est constante.

On en déduit donc que l'équation de l'isotherme est $P = \frac{nRT}{V} = \frac{cste}{V}$: il s'agit de l'équation d'une portion d'hyperbole.

On propose le tracé du cycle en **diagramme de Watt** représenté ci-contre :



3. Le travail reçu par le système au cours de chaque transformation $\alpha \rightarrow \beta$ est le travail des forces pressantes :

$$W_{\alpha \rightarrow \beta} = - \int_{\alpha}^{\beta} P_{ext} \cdot dV$$

Les transformations étant supposées réversibles, $P_{ext} = P$ à chaque instant et : $W_{\alpha \rightarrow \beta} = - \int_{\alpha}^{\beta} P \cdot dV$

- ♦ **Transformation 1 → 2** : il s'agit d'une transformation isochore, donc $W_{1 \rightarrow 2} = 0$

- ♦ **Transformation 2 → 3** :

$$W_{2 \rightarrow 3} = - \int_{V_2}^{V_3} P \cdot dV = - \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT_3}{V} \cdot dV \quad \text{d'après l'équation d'état du GP}$$

$$W_{2 \rightarrow 3} = -2nRT_1 \int_{V_1}^{2V_1} \frac{1}{V} \cdot dV \quad \text{pour cette transformation isotherme à } T_3 = 2T_1$$

$$W_{2 \rightarrow 3} = -2 \cdot n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{2V_1}{V_1}\right)$$

⇒ d'après l'équation d'état des gaz parfaits dans l'état (1), $W_{2 \rightarrow 3} = -2 \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \ln(2)$

Commentaire : On obtient $W_{2 \rightarrow 3} < 0$, ce qui signifie que le système cède de l'énergie à l'extérieur par travail, ce qui est cohérent pour cette transformation qui est une détente,

♦ **Transformation 3 → 1** : il s'agit d'une compression isobare à $P_3 = P_1$, d'où :

$$W_{3 \rightarrow 1} = - \int_{V_3}^{V_1} P_1 \cdot dV = -P_1 \cdot \int_{2V_1}^{V_1} dV = -P_1 \cdot (V_1 - 2V_1) \quad \text{soit} \quad \boxed{W_{3 \rightarrow 1} = P_1 \cdot V_1}$$

Commentaire : On obtient $W_{3 \rightarrow 1} > 0$, ce qui signifie que **le système reçoit de l'énergie de la part de l'extérieur** par travail, ce qui est cohérent pour cette transformation qui est une compression,

4. Parcourir un cycle complet revient à successivement passer par les états (1), (2), (3) puis revenir à l'état (1). Le travail W algébriquement reçu par le système au cours du cycle complet s'écrit donc :

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} = 0 - 2 \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \ln(2) + P_1 \cdot V_1$$

Or, le travail W_m algébriquement fourni par le système est égal à l'opposé du travail W algébriquement reçu par le système. On en déduit donc que : $\boxed{W_m = -W = P_1 \cdot V_1 \cdot (2 \cdot \ln(2) - 1)}$

Commentaire : On obtient $W_m > 0$ ce qui correspond bien à un travail cédé à l'extérieur, caractéristiques des cycles moteurs.

5. Enoncé du 1^{er} principe de la thermodynamique : pour un système fermé subissant une transformation finie,

$$\Delta U + \Delta E_m = W + Q$$

- avec :
- ♦ ΔU : variation d'énergie interne entre l'état initial et l'état final
 - ♦ ΔE_m : variation d'énergie mécanique entre l'état initial et l'état final
 - ♦ W_r : travail des forces extérieures algébriquement reçu par le système
 - ♦ Q : transfert thermique algébriquement reçu par le système

Pour un système macroscopiquement au repos et d'énergie potentielle négligeable ou constante, $\Delta E_m = 0$, Le premier principe devient : $\Delta U = W + Q$

6. Pour un GP subissant une transformation au cours de laquelle la température varie de $\Delta T = T_f - T_i$:

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T) \times dT$$

Or, $C_V = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1}$ est une constante, donc la relation précédente s'écrit :

$$\Delta U = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1} \times \int_{T_i}^{T_f} dT \quad \text{c'est à dire} \quad \boxed{\Delta U = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1} \cdot \Delta T}$$

7. On cherche Q_{exp} qui s'identifie au transfert thermique $Q_{1 \rightarrow 2}$ algébriquement reçu par le système lors de la transformation **1 → 2** (explosion)

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué au système fermé macroscopiquement au repos, au cours de la transformation 1 → 2 : $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2}$

$$\text{Or, } W_{1 \rightarrow 2} = 0, \text{ donc : } Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\text{Or } T_2 = 2 T_1 \quad \text{donc : } Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1} \cdot T_1 \quad \text{puis d'après l'équation d'état du GP : } \boxed{Q_{exp} = \frac{P_1 \cdot V_1}{\gamma - 1}}$$

8. Le rendement du cycle est :

$$\eta = \frac{W_m}{Q_{exp}} = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot (2 \cdot \ln(2) - 1)}{\frac{P_1 \cdot V_1}{\gamma - 1}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\eta = (\gamma - 1) \cdot (2 \cdot \ln(2) - 1)}$$

$$\underline{AN} \rightarrow \eta = (1,4 - 1) \cdot (2 \cdot \ln(2) - 1) \quad \text{soit} \quad \underline{\eta = 0,15 = 15\%}$$

PARTIE B

9. Une transformation adiabatique est une **transformation au cours de laquelle le système ne réalise aucun transfert thermique avec l'extérieur.**

10. ♦ La **transformation A → B** est une **compression adiabatique réversible.** On peut donc lui appliquer la relation de Laplace, $TV^{\gamma-1} = cte$. Il en résulte que :

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_B = T_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$$

$$\text{Or, } \tau = \frac{V_A}{V_B} \text{ donc } \boxed{T_B = T_A \cdot \tau^{\gamma-1}}$$

♦ Par un raisonnement analogue pour la **transformation C → D**, Il en résulte que :

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_C = T_D \cdot \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1}$$

Or d'après le diagramme de Watt, on a : $V_C = V_B$ et $V_D = V_A$.

$$\text{On obtient donc : } T_C = T_D \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \text{ et donc } \boxed{T_C = T_D \cdot \tau^{\gamma-1}}$$

♦ Or, selon l'énoncé, le rendement du cycle s'écrit : $\eta_1 = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$. On remplace donc T_C et T_B par leur expression et on obtient :

$$\eta_1 = 1 + \frac{T_A - T_D}{(T_D - T_A) \cdot \tau^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\tau^{\gamma-1}} \Rightarrow \boxed{\eta_1 = 1 - \tau^{1-\gamma}}$$

$$\underline{AN} \Rightarrow \eta_1 = 1 - (10)^{1-1,4} \text{ soit } \underline{\eta_1 = 0,60 = 60 \%}$$

11. En réalité, le rendement réel d'un moteur est inférieur au rendement théorique car les transformations mises en jeu sont **irréversibles.** Ces irréversibilités sont dues à plusieurs sources, parmi lesquelles on peut citer les **frottements mécaniques.**

PARTIE C

12. Le transfert thermique se fait tout d'abord par contact entre le pare-brise et les filaments chauffants **sans mouvement macroscopique de la matière.** Il s'agit donc du mode de transfert par **conduction thermique.**

Il y a également un transfert thermique par **rayonnement thermique** depuis les filaments chauffants vers le pare-brise qui est plus froid.

13. L'enthalpie massique de fusion de l'eau, ici notée ℓ_{fusion} , est l'**énergie requise** pour faire passer un kilogramme d'eau de l'état solide à l'état liquide en gardant la **pression constante** (ici $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) et en se plaçant à la **température de fusion de l'eau** (ici $T_0 = 0 \text{ °C}$).

14. Le premier principe de la thermodynamique s'écrit sous forme de bilan d'enthalpie pour un système subissant une **transformation monobare,** avec **équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.**

Selon l'énoncé, la transformation s'effectue à **pression atmosphérique constante,** il s'agit donc bien d'une **transformation monobare.**

Les phases condensées (solide et liquide) étant **incompressibles et indilatables,** la transformation est donc **isobare,** assurant ainsi un équilibre mécanique entre l'état initial et l'état final. Ainsi, la condition est **satisfaite** lors de cette transformation.

15. Pour le verre de capacité thermique à pression constante $C_{P,VERRE}$ indépendante de la température :

$$\Delta H_{PB} = C_{P,VERRE} \times (T_2 - T_1) \quad \text{soit} \quad \boxed{\Delta H_{PB} = m_{PB} \times c_{VERRE} \times (T_2 - T_1)}$$

16. L'enthalpie étant une fonction d'état, sa variation ne dépend pas du chemin suivi. Ainsi, on peut imaginer le chemin fictif suivant pour calculer la variation demandée :

Etape 1 : il passe de la température $T_1 = -5^\circ\text{C}$ à la température $T_2 = 0^\circ\text{C}$ tout en restant solide ; notons ΔH_1 la variation d'enthalpie associée à cette transformation.

Pour la glace de capacité thermique à pression constante $C_{P,GLACE}$ indépendante de la température :

$$\Delta H_1 = C_{P,GLACE} \times (T_2 - T_1) \quad \text{soit} \quad \Delta H_1 = m_G \times c_G \times (T_2 - T_1)$$

Etape 2 : il fond ensuite intégralement tout en restant à la température $T_2 = 0^\circ\text{C}$; notons ΔH_2 la variation d'enthalpie associée à cette transformation.

$$\Delta H_2 = m_G \times \ell_{\text{fusion}}$$

La variation d'enthalpie ΔH_G du givre entre l'état initial et l'état final vaut donc : $\Delta H_G = \Delta H_1 + \Delta H_2$

$$\text{soit} \quad \boxed{\Delta H_G = m_G \times c_G \times (T_2 - T_1) + m_G \times \ell_{\text{fusion}}}$$

17. Le 1^{er} principe appliqué au système {givre + pare-brise} s'écrit ici : $\Delta H + \Delta E_m = W' + Q$

avec : ♦ ΔH : variation d'enthalpie du système entre l'état initial et l'état final

♦ ΔE_m : variation d'énergie mécanique du système entre l'état initial et l'état final

♦ W' : travail des forces extérieures autres que celles de pression algébriquement reçu par le système

♦ Q : transfert thermique, algébriquement reçu par le système

Le système est macroscopiquement au repos, donc $\Delta E_m = 0$.

Le système ne subit pas de forces autres que celles de pression,

donc $W' = 0$.

Le 1^{er} principe s'écrit donc :

$$\Delta H = Q$$

Ainsi, le transfert thermique algébriquement reçu par le système (qui s'identifie à l'énergie à lui apporter) est égale à la variation d'enthalpie du système.

Or, l'enthalpie étant une grandeur extensive, elle est additive. Le système {givre + pare-brise} étant constitué de deux parties, on a donc : $\Delta H = \Delta H_{PB} + \Delta H_G = Q$

$$\text{soit} \quad \boxed{Q = m_{PB} \times c_{VERRE} \times (T_2 - T_1) + m_G \times c_G \times (T_2 - T_1) + m_G \times \ell_{\text{fusion}}}$$

$$\underline{AN} \rightarrow Q = 10,00 \times 720 \times (0 + 5) + 1,50 \times 2,06.10^3 \times (0 + 5) + 1,50 \times 333.10^3 \quad \text{soit} \quad \underline{Q = 5,51.10^5 \text{ J}}$$

18. L'énergie Q reçue par le système {givre + pare-brise} est apportée par les N filaments chauffants de puissance P pendant la durée Δt .

$$\text{On a donc : } Q = N.P.\Delta t \quad \text{soit} \quad \boxed{N = \frac{Q}{P \cdot \Delta t}}$$

$$\underline{AN} \rightarrow N = \frac{5,51 \cdot 10^5}{1 \times 60 \times 500} \quad \text{soit} \quad \underline{N = 19 \text{ filaments}}$$