

**EXERCICE 1 : CALORIMETRIE**

1. Le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé subissant une transformation finie monobare entre deux états d'équilibre mécanique s'écrit :  $\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$

où  $\Delta E_m$  : variation d'énergie mécanique macroscopique du système

$\Delta H$  : variation d'enthalpie du système

$W'$  : travail algébriquement reçu par le système de la part des forces extérieures autres que celles de pression

$Q_P$  : transfert thermique algébriquement reçu par le système

2. Considérons le système {eau liquide de masse  $m_0$ } subissant un refroidissement de  $\theta_0 = 15,0\text{ °C}$  à  $\theta_2 = 0,00\text{ °C}$  dans le calorimètre, c'est-à-dire à pression extérieure constante.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = m_0 \cdot c_e \cdot (\theta_2 - \theta_0)$  car le système est une phase condensée
  - $W' = 0$  car aucune force autre que les forces pressantes n'exerce de travail
  - $Q_P = -Q_0$  où  $Q_0$  désigne l'énergie libérée par l'eau liquide au cours du refroidissement (c'est donc l'opposé de l'énergie que l'eau **reçoit** !)

Le bilan devient :  $m_0 \cdot c_e \cdot (\theta_2 - \theta_0) = -Q_0$  soit :  $Q_0 = m_0 \cdot c_e \cdot (\theta_0 - \theta_2)$

→ AN :  $Q_0 = 200 \times 4,18 \times (0,00 - 15,0) \Rightarrow Q_0 = 12,5\text{ kJ}$

*Rmq :  $Q_0 > 0$ , ce qui correspond à une énergie effectivement libérée par l'eau au cours du refroidissement.*

3. ■ Considérons le système {glace pilée de masse  $m_1$ } subissant un réchauffement de  $\theta_1 = -10,0\text{ °C}$  à  $\theta_2 = 0,00\text{ °C}$  dans le calorimètre, c'est-à-dire à pression extérieure constante.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = m_1 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1)$  car le système est une phase condensée
  - $W' = 0$  car aucune force autre que les forces pressantes n'exerce de travail
  - $Q_P = Q_1$  où  $Q_1$  désigne l'énergie à fournir à la glace pilée donc reçue par elle

Le bilan devient :  $Q_1 = m_1 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1)$

→ AN :  $Q_1 = 100 \times 2,06 \times (0,00 - (-10,0)) \Rightarrow Q_1 = 2,06\text{ kJ}$

■ Considérons le système {glace pilée de masse  $m_1$ } subissant une fusion complète à  $\theta_2 = 0,00\text{ °C}$ .

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = m_1 \cdot \ell_{\text{fus}}$  car le système subit une fusion complète à  $\theta_2 = 0,00\text{ °C}$ .
  - $W' = 0$  car aucune force autre que les forces pressantes n'exerce de travail
  - $Q_P = Q_2$

Le bilan devient :  $Q_2 = m_1 \cdot \ell_{\text{fus}}$

$$\rightarrow \underline{AN} : Q_2 = 100 \times 334 \Rightarrow Q_2 = 33,4 \text{ kJ}$$

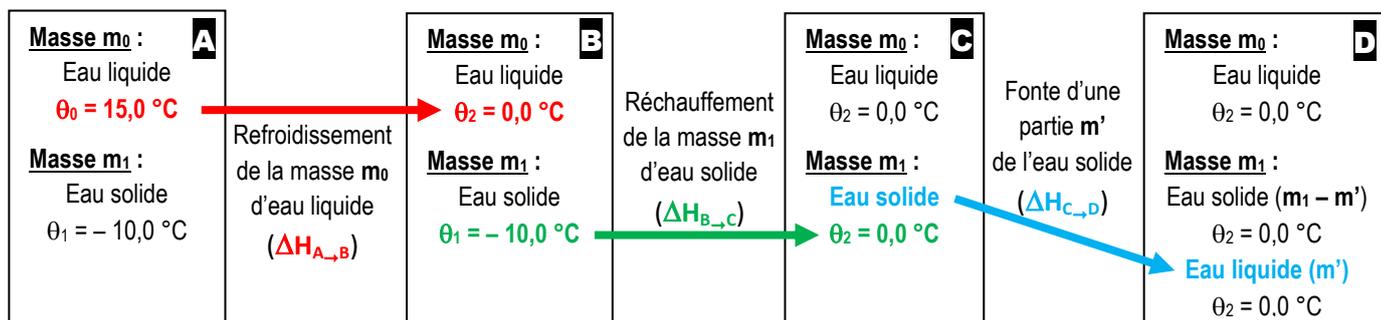
Rmq :  $Q_1 > 0$  et  $Q_2 > 0$ , car il faut effectivement fournir de l'énergie à la glace pour lui faire subir de telles transformations.

4. Comparons ces trois énergies :  $Q_0 < Q_1$  : l'énergie libérée par le refroidissement de l'eau froide permet de réchauffer la glace pilée jusqu'à  $0,00^\circ\text{C}$ , mais  $Q_0 < Q_1 + Q_2$  donc elle est insuffisante pour faire fondre ensuite la glace en totalité.

Dans l'état final, le système est donc un **mélange de glace pilée et d'eau liquide** à l'équilibre sous pression atmosphérique, donc à  $\theta_f = \theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$ .

Déterminons la masse de glace qui a fondu, notée  $m'$ .

Pour cela, on schématise l'évolution du système {eau liquide + glace pilée} au cours de la transformation :



La transformation  $A \rightarrow D$  a lieu dans le calorimètre, c'est-à-dire à pression extérieure constante.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = \Delta H_{A \rightarrow D}$
  - $W' = 0$  car aucune force autre que les forces pressantes n'exerce de travail
  - $Q_P = 0$  car dans un calorimètre idéal, la transformation est adiabatique

Le bilan devient donc  $\Delta H_{A \rightarrow D} = 0$

De plus, l'enthalpie est :

# une grandeur extensive, ainsi :  $\Delta H_{A \rightarrow D} = \Delta H_{A \rightarrow D, \text{eau liquide}} + \Delta H_{A \rightarrow D, \text{glace pilée}}$

# une fonction d'état, on peut calculer sa variation en introduisant des états intermédiaires fictifs (notés **B** et **C** et définis sur le schéma ci-dessus) :  $\Delta H_{A \rightarrow D} = \Delta H_{A \rightarrow B} + \Delta H_{B \rightarrow C} + \Delta H_{C \rightarrow D} = 0$

$$-Q_0 + Q_1 + m' \cdot \ell_{\text{fus}} = 0 \Rightarrow m' = \frac{Q_0 - Q_1}{\ell_{\text{fus}}}$$

$$\rightarrow \underline{AN} : m' = \frac{12,5 - 2,06}{334} \Rightarrow m' = 31,3 \text{ g}$$

Dans le calorimètre à l'état final à  $\theta_f = 0,00^\circ\text{C}$  :

masse d'eau liquide :  $m_{\text{liq}} = m_0 + m' = 231 \text{ g}$

masse de glace :  $m_{\text{gl}} = m_1 - m' = 69 \text{ g}$

5. La première goutte de liquide apparaît quand la glace atteint une température de  $\theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$ .

Considérons le système {glace pilée de masse  $m_2$  + résistance} subissant un réchauffement de  $\theta_1 = -10,0^\circ\text{C}$  à  $\theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$  dans le calorimètre, c'est-à-dire à pression extérieure constante.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1)$  car la glace pilée est une phase condensée et les capacités thermiques du calorimètre et de la résistance sont négligées.
  - $W' = P_{elec} \cdot \Delta t_1$  car la résistance reçoit de l'énergie électrique
  - $Q_P = 0$  car dans un calorimètre idéal, la transformation est adiabatique

Le bilan devient :  $m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1) = P_{elec} \cdot \Delta t_1$  soit  $\Delta t_1 = \frac{m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1)}{P_{elec}}$

→ AN :  $\Delta t_1 = \frac{500 \times 2,06 \times (0,0 - (-10))}{200} \Rightarrow \underline{\Delta t_1 = 51,5 \text{ s}}$

*Rmq : On peut se contenter d'étudier le système {glace pilée de masse  $m_2$ }. Dans ce cas, ce système ne reçoit pas d'énergie électrique (c'est en effet la résistance électrique qui la reçoit) et  $W' = 0$ . Mais cette fois-ci,  $Q_P$  n'est pas nul : en effet,  $Q_P$  représente l'énergie thermique algébriquement reçue par la glace pilée de la part de l'extérieur. Or, la glace pilée n'échange toujours pas d'énergie avec l'extérieur du calorimètre, mais elle reçoit l'énergie libérée par effet Joule de la résistance. Et comme une résistance convertit intégralement l'énergie électrique qu'elle a reçue en effet Joule, on aura donc :*

$$\begin{aligned} Q_P &= \text{Energie fournie par effet Joule par la résistance} \\ &= \text{Energie électrique reçue par la résistance} = P_{elec} \cdot \Delta t_1 \end{aligned}$$

*On constate alors que le bilan final est donc le même !*

6. Le calorimètre participant en réalité aux échanges thermiques, le système à considérer ici est désormais {la glace pilée de masse  $m_2$  + la résistance + le calorimètre}.

Il faut donc tenir compte de la capacité thermique totale du calorimètre dans le calcul de la variation d'enthalpie, le calorimètre évoluant de la température  $\theta_1$  à  $\theta_2$ .

Par extensivité de l'enthalpie :  $\Delta H = m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_1) + C_{calo} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$

Le bilan devient donc :  $(m_2 \cdot c_g + C_{calo}) \cdot (\theta_2 - \theta_1) = P_{elec} \cdot \Delta t'_1$

$$\Rightarrow C_{calo} = \frac{P_{elec} \cdot \Delta t'_1}{\theta_2 - \theta_1} - m_2 \cdot c_g$$

→ AN :  $C_{calo} = \frac{200 \times 60,0}{(0 - (-10))} - 500 \times 2,06 \Rightarrow \underline{C_{calo} = 170 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$

*Rmq : La remarque faite à la question 6. reste valable.*

7. Le dernier cristal de glace disparaît quand toute la glace a fondu à  $\theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$ .

Considérons le système {glace pilée de masse  $m_2$  + calorimètre + résistance} subissant une transformation isotherme au cours de laquelle toute la masse  $m_2$  de glace fond à  $\theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$  dans le calorimètre, c'est-à-dire à pression extérieure constante.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce système dans ces conditions :

$$\Delta E_m + \Delta H = W' + Q_P$$

- avec :
- $\Delta E_m = 0$  car ce système est supposé macroscopiquement au repos
  - $\Delta H = m_2 \cdot \ell_{fus}$  car le système subit une fusion complète à  $\theta_2 = 0,00^\circ\text{C}$ .
  - $W' = P_{elec} \cdot \Delta t_2$  car la résistance reçoit de l'énergie électrique
  - $Q_P = 0$  car dans un calorimètre idéal, la transformation est adiabatique

Le bilan devient :  $m_2 \cdot \ell_{fus} = P_{elec} \cdot \Delta t_2$  soit  $\Delta t_2 = \frac{m_2 \cdot \ell_{fus}}{P_{elec}}$

$$\rightarrow \underline{AN} : \Delta t_2 = \frac{500 \times 334}{200} \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta t_2 = 835 \text{ s}}$$


---

8. La durée relevée expérimentalement est donc plus courte que la durée calculée théoriquement. Cela peut s'expliquer par le fait que **les parois du calorimètre ne sont pas parfaitement calorifugées** : celui-ci ne serait donc pas idéal ; la température extérieure au calorimètre étant plus élevée que celle à l'intérieur du calorimètre, un flux thermique entrant peut donc accélérer la fusion de la glace.

---

9. Dans ce cas, on peut ajouter dans le bilan de la question 7. l'énergie thermique algébriquement reçue par le système à cause du transfert thermique décrit précédemment :  $Q_P = P_{fuite} \cdot \Delta t'_2$

Le bilan devient :  $m_2 \cdot \ell_{fus} = P_{elec} \cdot \Delta t'_2 + P_{fuite} \cdot \Delta t'_2$  soit  $P_{fuite} = \frac{m_2 \cdot \ell_{fus}}{\Delta t'_2} - P_{elec}$

$$\rightarrow \underline{AN} : P_{fuite} = \frac{500 \times 334}{800} - 200 \quad \Rightarrow \quad \underline{P_{fuite} = 9 \text{ W}} \quad (\text{le calorimètre reçoit } 9 \text{ W de l'atmosphère}).$$


---

10. On étudie la conduction thermique des parois du calorimètre. Par définition, la résistance thermique

s'écrit :  $R_{th} = \frac{\theta_{ext} - \theta_1}{P_{fuite}}$ .

$$\rightarrow \underline{AN} : R_{th} = \frac{25,0 - (-10,0)}{9} \quad \Rightarrow \quad \underline{R_{th} = 4 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}}$$

**EXERCICE 2 : BILAN THERMIQUE D'UN SPORTIF** (d'après Concours Agro TB 2022)

1. La loi phénoménologique modélisant les transferts conducto-convectifs est la **loi de Newton** :

$$P_c = h \cdot S \cdot (T_0 - T)$$

- Où :
- $P_c$  est le flux thermique conducto-convectif algébriquement reçu par le cycliste
  - $h$  le coefficient de transfert thermique conducto-convectif
  - $S$  la surface de contact du cycliste avec l'air (notation de l'énoncé)
  - $T$  la température du cycliste et  $T_0$  la température de l'air ambiant (notations de l'énoncé).

D'après l'énoncé,  $T_0 - T \leq 0$ , or  $h > 0$  et  $S > 0$  d'où  $P_c \leq 0$  ce qui signifie que **le flux thermique est en réalité cédé par le cycliste à l'extérieur** (ce qui correspond bien à un sens d'écoulement du flux thermique des hautes températures vers les basses températures).

2. L'énergie thermique élémentaire algébriquement reçue par le cycliste du fait des transferts conducto-convectifs s'écrit par définition :

$$\delta Q_c = P_c \cdot dt \quad \text{c'est-à-dire} \quad \delta Q_c = h \cdot S \cdot (T_0 - T) \cdot dt$$

3. Le transfert thermique élémentaire algébriquement reçu par le cycliste de la part des muscles, s'écrit par définition :

$$\delta Q_m = P \cdot dt$$

4. On considère le système {cycliste}

Pour ce système fermé, au cours d'une transformation élémentaire, le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$dU + dE_m = \delta W + \delta Q$$

- $dU$  : variation élémentaire d'énergie interne du système  
 $dU = C \cdot dT$  car le cycliste est modélisé par un solide de capacité thermique  $C$
- $dE_m$  : variation élémentaire d'énergie mécanique macroscopique du système  
 $dE_m = 0$  car le cycliste peut être considéré macroscopiquement au repos
- $\delta W$  : travail élémentaire algébriquement reçu par le système de la part des forces extérieures  
 $\delta W = 0$  car seules les forces pressantes s'exercent sur le cycliste, or son volume ne varie pas (avec le modèle incompressible du solide) donc ces forces ne travaillent pas.
- $\delta Q$  : énergie thermique élémentaire algébriquement reçue par le système  
 $\delta Q = \delta Q_c + \delta Q_m = P_c \cdot dt + P \cdot dt = (h \cdot S \cdot (T_0 - T) + P) \cdot dt$

Le bilan devient :

$$C \cdot dT = (h \cdot S \cdot (T_0 - T) + P) \cdot dt \quad \Rightarrow \quad C \cdot \frac{dT}{dt} = (h \cdot S \cdot (T_0 - T) + P)$$

$$\Rightarrow C \cdot \frac{dT}{dt} + h \cdot S \cdot T = h \cdot S \cdot T_0 + P \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} + \frac{h \cdot S}{C} \cdot T = \frac{h \cdot S \cdot T_0 + P}{C}$$

on obtient l'équation différentielle demandée

5. On peut alors construire un temps caractéristique de l'évolution de la température par analyse dimensionnelle :

Les deux termes d'une somme sont nécessairement homogènes donc :  $\left[ \frac{dT}{dt} \right] = \left[ \frac{h \cdot S}{C} \cdot T \right]$

Or :

$$\begin{cases} \left[ \frac{dT}{dt} \right] = \frac{\theta}{T} \\ \left[ \frac{h \cdot S}{C} \cdot T \right] = \left[ \frac{h \cdot S}{C} \right] \cdot \theta \end{cases} \quad \text{D'où par identification : } \left[ \frac{h \cdot S}{C} \right] = \frac{1}{T}$$

On construit alors un temps caractéristique  $\tau$ , homogène à un temps :  $\tau = \frac{C}{h \cdot S}$

$$\rightarrow \underline{AN}: \tau = \frac{300 \cdot 10^3}{11 \times 0,70} \quad \text{soit } \underline{\tau = 39 \cdot 10^3 \text{ s} \sim 11 \text{ h}}$$

Au bout de cinq fois cette durée  $\tau$ , on peut considérer que le régime stationnaire est atteint, donc au bout de 55 h, le cycliste atteint sa température finale.

6. On a obtenu une équation différentielle linéaire, du premier ordre, à coefficient constant, avec second membre. Les solutions sont de la forme :  $T(t) = T_h(t) + T_p(t)$

Avec : •  $T_h(t)$  est la solution de l'équation homogène :  $T_h(t) = A \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$ , avec  $A$  une constante à déterminer ultérieurement

•  $T_p(t)$  est une solution particulière de l'équation complète, de la même forme que le second membre, donc constante. De ce fait la dérivée est nulle et l'équation différentielle devient :

$$\frac{h \cdot S}{C} \cdot T_p = \frac{h \cdot S \cdot T_0 + P}{C} \quad \text{d'où on en déduit que } T_p(t) = T_0 + \frac{P}{h \cdot S}$$

$$\text{Alors : } T(t) = A \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + T_0 + \frac{P}{h \cdot S}$$

On détermine la valeur de la constante  $A$  à l'aide des conditions initiales : à l'instant  $t = 0$ , on suppose que le cycliste est au repos, donc, sa température vaut :  $T(t = 0) = T_c$

$$\text{Or d'après l'expression établie ci-dessus : } T(t = 0) = A \cdot \exp(0) + T_0 + \frac{P}{h \cdot S} = A + T_0 + \frac{P}{h \cdot S}$$

Alors, par identification de ces deux résultats :  $T_c = A + T_0 + \frac{P}{h \cdot S}$  c'est-à-dire  $A = T_c - T_0 - \frac{P}{h \cdot S}$

$$\text{Finalement, } \boxed{T(t) = \left(T_c - T_0 - \frac{P}{h \cdot S}\right) \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + T_0 + \frac{P}{h \cdot S} \quad \text{avec } \tau = \frac{C}{h \cdot S}}$$

7. La température finale du cycliste est atteinte en régime stationnaire, c'est donc la solution particulière de l'équation précédente ou la valeur limite de la solution complète, à savoir :  $T_f = T_0 + \frac{P}{h \cdot S}$

*Rque* : on peut aussi retrouver cette expression en faisant tendre  $t$  vers  $+\infty$  dans l'expression de  $T(t)$  établie à la question 6.

$$\rightarrow \underline{AN}: T_f = 20 + \frac{300}{11 \times 0,70} \quad \Rightarrow \quad \underline{T_f = 59^\circ \text{C}}$$

8. On trace l'évolution de la température du cycliste au cours du temps pendant l'exercice.

9. En admettant que le cycliste pédale effectivement 55h, la température finale atteinte serait létale ! Ce modèle n'est donc pas adapté.

Il faudrait prendre en compte les phénomènes de transpiration puis d'évaporation de la sueur pour arriver à une modélisation plus réaliste de la régulation thermique du cycliste.

