

BCPST 1 : Devoir Surveillé n°8 - PHYSIQUE

Mercredi 14 Mai 2025 – 1h30

Usage de la calculatrice : autorisé

EXERCICE 1 : BARRIERES DE PROTECTION POUR CRAPAUD

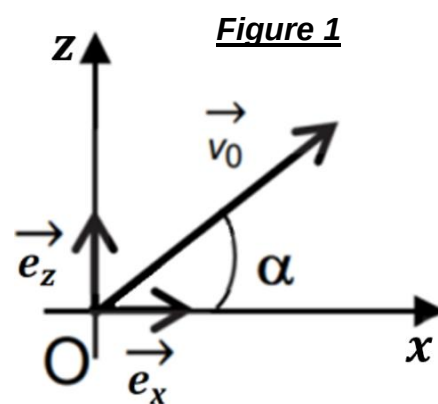
(~ 40 MIN)

Bufo bufo, le crapaud commun ou crapaud vulgaire, est une espèce d'amphibiens de la famille des Bufonidae. D'une taille moyenne de 10 cm et d'une masse moyenne de 45 g, c'est l'espèce de crapauds la plus répandue en Europe.

Au printemps, les amphibiens migrent vers les plans d'eau pour se reproduire. Pour éviter qu'ils ne se fassent écraser en passant sur la route qui traverse cette zone de migration, un dispositif a été installé : des barrières en bois, suffisamment hautes pour empêcher le saut sur la route, sont placées de chaque côté, obligeant les amphibiens à emprunter des passages souterrains appelés « crapauducs ».

Dans cette partie, on se propose d'étudier le mouvement d'un crapaud *Bufo bufo* lors d'un saut de façon à déterminer la hauteur minimale des barrières de protection à installer le long des routes.

Le système considéré est un crapaud *Bufo bufo* dont on étudie le mouvement du centre de masse, noté G . On suppose qu'il est soumis à une accélération verticale, orientée vers le bas et de valeur constante $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Le mouvement du centre de masse G du crapaud est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen et muni du système d'axes (Ox, Oy) , respectivement horizontal vers la droite muni du vecteur unitaire $\vec{e}_x$ et vertical vers le haut muni du vecteur unitaire $\vec{e}_z$ (voir **Figure 1**).



À la date $t = 0 \text{ s}$, le centre de masse G est placé à l'origine du repère O et son vecteur vitesse initiale, noté $\vec{v}_0$, a une direction faisant un angle α avec l'axe horizontal (Ox) en étant orienté vers le haut dans le sens des z croissants. On note v_0 la norme de $\vec{v}_0$.

1. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du crapaud.
2. Etablir les expressions littérales des équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ de la position du centre de masse G du crapaud au cours de son mouvement en fonction des données.
3. Exprimer la durée t_{saut} nécessaire au crapaud pour réaliser un saut sur un sol horizontal en fonction de v_0 , g et α .
4. Montrer que la vitesse v_0 permettant au crapaud de réaliser un saut de longueur d est :

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d}{2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}}$$

5. Sachant que les crapauds les plus puissants peuvent faire des sauts d'une longueur égale à 20 fois leur taille, calculer la valeur de v_0 qu'ils atteignent pour un angle $\alpha = 45^\circ$.
6. La hauteur maximale z_{MAX} d'un saut est obtenue lorsque ce saut est vertical. En déduire l'expression de z_{MAX} en fonction de v_0 et g .
7. En déduire la valeur de la hauteur H_{MIN} de barrière minimale qui permet d'arrêter les crapauds les plus puissants.
8. Les barrières mesurent en réalité 50 à 60 cm de hauteur. Commenter.

Lors des épreuves d'habileté de la Ligue Nationale de Hockey sur glace, un record du monde a été établi en janvier 2012 : un palet de hockey sur glace a été frappé avec une vitesse $v_{max} = 183,67 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse un palet en caoutchouc de masse $m = 160 \text{ g}$ à l'aide de sa crosse sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Le palet sera assimilé à son centre de masse G dont la position est repérée sur un axe (Ox) de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy) (voir **Figure 2**).

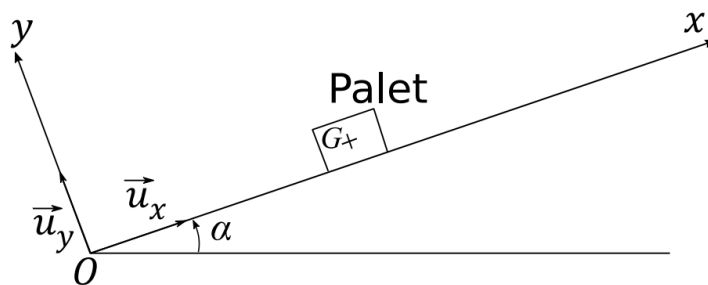


Figure 2 : Schéma du palet sur le plan incliné

A l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme avec $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Le document ci-dessous rappelle les lois de Coulomb :

- Lorsque deux solides en contact **ne glissent pas** l'un sur l'autre, on a : $\|\vec{R}_T\| \leq f_s \times \|\vec{R}_N\|$

où $\|\vec{R}_T\|$ est la norme de la composante tangentielle et $\|\vec{R}_N\|$ est la norme de la composante normale de la réaction exercée par un solide sur un autre et f_s est le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique) qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact.

- Lorsque deux solides en contact **glissent** l'un sur l'autre, on a : $\|\vec{R}_T\| = f_D \times \|\vec{R}_N\|$

où f_D est le coefficient de frottement dynamique qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact avec $f_D < f_s$.

Valeurs usuelles : f_s (caoutchouc sur glace) = 0,055 ; f_D (caoutchouc sur glace) = 0,050

Dans une première phase, le joueur propulse le palet sur le plan incliné à l'aide de sa crosse, celle-ci étant constamment au contact du palet. On note $\vec{F}$ la force de propulsion exercée par la crosse sur le palet : on suppose cette force constante et parallèle au plan incliné. **En négligeant les frottements**, le palet subit alors une accélération $\vec{a}_1$ constante telle que $\vec{a}_1 = a_1 \cdot \vec{u}_x$.

1. Etablir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.
2. Enoncer le principe fondamental de la dynamique (PFD) pour un système fermé.
3. En appliquant le PFD et en le projetant sur l'axe (Ox) , exprimer l'intensité F de la force de propulsion exercée par le joueur sur le palet en fonction de a_1 , α , m et g .

4. Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure $\Delta t = 0,50 \text{ s}$ et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité F de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Dans une seconde phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné ; **les frottements ne sont alors plus négligeables**. Le palet subit alors une accélération $\vec{a}_2$ constante telle que $\vec{a}_2 = a_2 \cdot \vec{u}_x$.

Pour la suite, on prend comme nouvelle origine des temps le moment où le contact entre la crosse et le palet cesse et on note respectivement x_0 et v_0 la position initiale et la vitesse initiale du palet selon l'axe (Ox) au début de la deuxième phase.

5. Etablir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant cette seconde phase et les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.
6. En appliquant le principe fondamental de la dynamique et en le projetant sur les axes (Ox) et (Oy) , montrer que $a_2 = -3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. On pourra admettre ce résultat pour la suite.
7. En déduire l'expression de la position $x(t)$ du palet selon l'axe (Ox) .
8. Déterminer l'expression de la distance d nécessaire pour que le palet s'arrête. Faire l'application numérique dans le cas où le palet est lancé avec $v_0 = v_{\max}$.
9. Le palet redescendra-t-il le long du plan incliné ou restera-t-il immobilisé ?