BCPST 1 : DS 09 - PHYSIQUE

Mercredi 04 Juin 2025 – 1h30

Usage de la calculatrice : autorisé

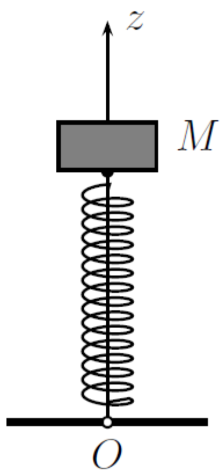
EXERCICE 1 : MESURE DE MASSE EN APESANTEUR (~30 min)

Il est important pour les astronautes de se peser régulièrement lors d'un périple spatial. Mais la surveillance de la masse dans l'espace n'est pas chose facile, puisque les outils de mesure traditionnels ne fonctionnent pas en orbite. Pour se peser, les astronautes utilisent un système oscillant (Space Linear Acceleration Mass Measurement Device ou SLAMMD) qui ressemble à une sorte de tabouret muni d'un ressort qui le soulève et l'abaisse à une fréquence liée à la masse de l'astronaute qui s'y agrippe.

Le SLAMMD

D'après http://www.nasa.gov/

A. Etude préliminaire : le ressort vertical sur Terre



On étudie une masse m, supposée ponctuelle, représentée par le point M, posée sur un ressort vertical contraint à se déplacer verticalement. La constante de raideur du ressort est notée k et sa longueur à vide ℓ_0. On choisit un axe Oz vertical ascendant d'origine O prise à la base du ressort.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de M satisfaite par $z(t)$. On précisera l'expression de la pulsation propre ω_0 du système.

2. Etablir l'expression de la position d'équilibre de la masse, notée z_{eq}. Commenter.

3. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de m et k.

On communique initialement au point matériel une vitesse v_0 ascendante, la longueur du ressort étant sa longueur à l'équilibre z_{eq}.

4. Etablir l'expression de $z(t)$.

B. Mesures en apesanteur

On place le dispositif dans la station spatiale internationale. On se place alors dans le référentiel de la station spatiale, que l'on suppose galiléen et avec un champ de gravité nulle.

La constante de raideur du ressort est $k = 606\ N \cdot m^{-1}$.

5. Justifier brièvement que l'expression de la période propre des oscillations établie à la question **3.** reste valable dans ces conditions.

6. En l'absence de l'astronaute, la chaise vide oscille avec une période $T_0 = 1{,}28\ s$. Déterminer la masse m_0 de la chaise en fonction des données du problème. Faire l'application numérique.

7. Quand l'astronaute s'assoit sur la chaise, on mesure une période $T = 2{,}33\ s$. En déduire la masse m_A de l'astronaute en fonction des données du problème. Faire l'application numérique.

EXERCICE 2 : BALLON STRATOSPHERIQUE (~60 MIN)

Données générales :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
- Masse molaire de l'air : $M_a = 29{,}0\ g \cdot mol^{-1}$
- Masse molaire de l'hélium : $M_h = 4{,}00\ g \cdot mol^{-1}$
- Masse volumique de l'air à $z = 0$: $\rho_a(z = 0) = \rho_0 = 1{,}23\ kg \cdot m^{-3}$
- Masse volumique de l'hélium à $z = 0$: $\rho_h(z = 0) = 0{,}179\ kg \cdot m^{-3}$
- Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme avec $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.

Données relatives aux caractéristiques du B.S.O. *Spirale*, lancé depuis la base Kiruna, le 9 août 2009 :

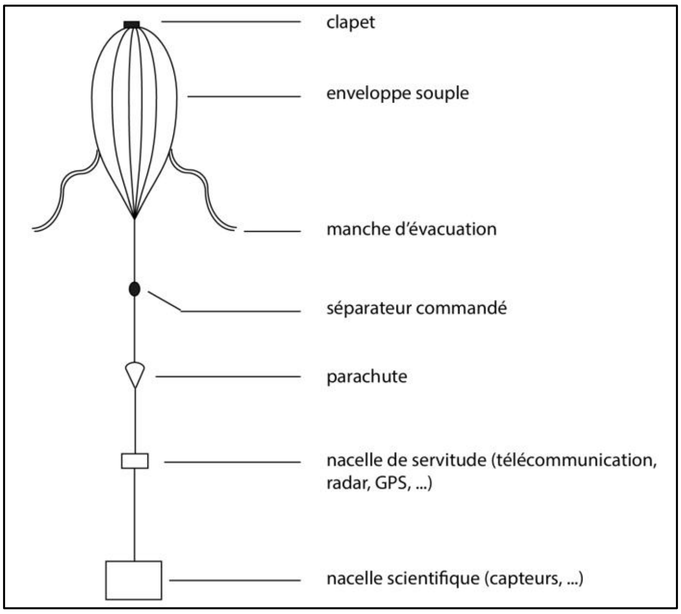
- Volume initial du ballon : $V_0 = 1{,}08 \times 10^4\ m^3$
- Volume maximal du ballon atteint au cours du vol : $V_{max} = 1{,}96 \times 10^5\ m^3$
- Masse d'hélium initialement présente dans l'enveloppe du ballon : $m_h = 1{,}80 \times 10^3$ kg
- Masse totale du ballon m_b **hors hélium** : $m_b = 1{,}20 \times 10^3$ kg.

Des ballons-sondes sont régulièrement envoyés dans l'atmosphère pour déterminer, in situ, les propriétés physico-chimiques de l'atmosphère. Dans cet exercice, on étudie les caractéristiques du vol du ballon-sonde stratosphérique ouvert *Spirale* envoyé le 7 août 2009 depuis la base de Kirunaen en Suède.

I. Préparation et décollage du ballon-sonde stratosphérique (B.S.O.) *Spirale*

Un ballon-sonde stratosphérique (B.S.O.) est, entre autres, composé :

- d'une enveloppe souple de très grande dimension par rapport au volume d'hélium qu'elle contient initialement, de volume maximal V_{max}, ouverte sur l'extérieur par des manches d'évacuation situées à la base du ballon ;
- d'un parachute permettant de ralentir la descente du ballon à la fin de la mission,
- d'une nacelle de servitude (contenant le système de télécommunication, de positionnement GPS, …) ;
- d'une nacelle scientifique contenant les capteurs embarqués (de température, de pression, d'humidité, de concentrations,…)



Document 1 : Principaux éléments constitutifs d'un ballon-sonde stratosphérique.

D'après https : \\www.asc-csa.gc.ca\

Dans toute la suite :

- pour repérer l'altitude, on place un axe (Oz) vertical ascendant dont l'origine est située à la surface du sol. On notera $P(z = 0)$ la pression de l'air atmosphérique au niveau du sol et on l'identifiera à la pression standard : $P_0 = 1{,}01325 \cdot 10^5\ Pa$
- le volume du ballon est assimilé au volume d'hélium contenu dans son enveloppe souple et l'atmosphère est supposée au repos (pas de vent).
- l'hélium contenu dans l'enveloppe du ballon et l'air atmosphérique sont tous deux assimilés à un gaz parfait, de masses molaires respectives M_h et M_a, et de masses volumiques respectives $\rho_h(z)$ et $\rho_a(z)$ à l'altitude z.

1. Donner l'expression littérale du poids total $\vec{P}$ du ballon rempli d'hélium au moment du décollage à $z = 0$ en fonction des données de l'énoncé.

2. Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède $\vec{\pi}_A$ subie par le ballon puis donner son expression littérale au moment du décollage à $z = 0$ en fonction des données de l'énoncé.

3. Établir l'expression littérale du volume minimal $V_{0,min}$ du ballon pour qu'il puisse décoller en fonction de m_h, m_b et ρ_0. Faire l'application numérique et en déduire si le ballon-sonde lancé le 7 août 2009 depuis la base de Kiruna a décollé.

Après décollage, le ballon évolue dans une atmosphère dont la pression et la température varient avec l'altitude. Pour comprendre la dynamique de la phase de montée du ballon, il est nécessaire de caractériser au préalable les propriétés physiques des couches atmosphériques rencontrées.

II. Modélisation des propriétés physiques de la troposphère et de la basse stratosphère

Document 2 : Mesure de l'évolution de la température en fonction de l'altitude z et modèle proposé.

- **Mesures expérimentales de la température T de l'atmosphère avec l'altitude z :**

Des profils verticaux de température ont été réalisés lors de l'envoi de différents ballons-sondes. Sur ces relevés, on distingue deux couches atmosphériques distinctes : la troposphère ($0 < z < 12\ km$) caractérisée par une décroissance de la température avec l'altitude, puis la basse stratosphère ($12 < z < 30\ km$) pour laquelle la température stagne.

- **Modèles proposés**
  - **Modèle retenu pour la troposphère** ($0 < z < 12\ km$) **:**

$$T(z) = T_0 - b \cdot z \qquad avec \;\; T_0 = 288\ K\ et\ b = 0{,}0059\ K \cdot m^{-1}$$

  - **Modèle retenu pour la basse stratosphère** ($12 < z < 30\ km$) **:**

$$T(z) = T_1 = 217\ K$$

A. Modélisation de la troposphère

On s'intéresse à la couche de l'atmosphère située aux altitudes z ∈ [0 ; 12] km.

4. Enoncer la relation fondamentale de la statique des fluides, en précisant les conditions de validité.

5. En utilisant le modèle de température proposé ci-avant, montrer que la pression dans la troposphère s'écrit :

$$P(z) = P_0 \cdot \left(1 - \frac{b}{T_0}\, z\right)^{\alpha}$$

avec α une constante à expliciter en fonction de M_a, g, R, b. On prendra pour la suite $\alpha = 5{,}8$.

B. Modélisation de la basse stratosphère

On s'intéresse à la couche de l'atmosphère située aux altitudes z ∈ [12 ; 30] km.

6. En utilisant la relation fondamentale de la statique des fluides, établir l'équation différentielle vérifiée par la pression $P(z)$ dans ce cas. On fera apparaître H une hauteur caratéristique du problème, à définir en fonction de M_a, g, R, T_1.

7. Résoudre cette équation différentielle pour obtenir l'expression de $P(z)$ en fonction de z, de $z_1 = 12\ km$, de $P_1 = P(z = z_1)$ et de H.

8. Préciser la signification physique de H.

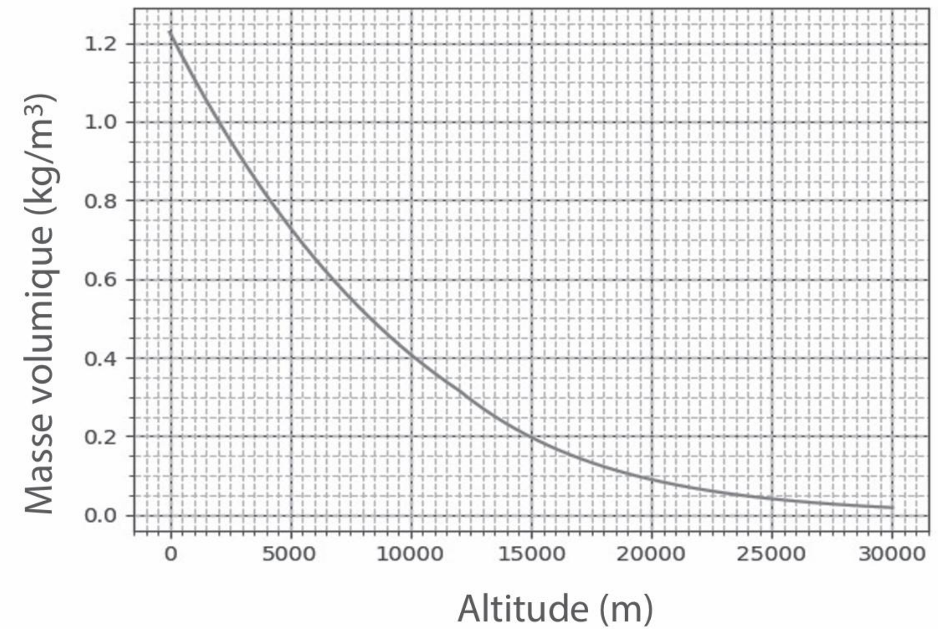
III. Plafond atteint par le ballon-sonde

On considère, dans un premier temps, le début de la phase de montée du ballon-sonde durant laquelle la masse d'hélium contenue dans le ballon reste constante.

Pour la suite, on admet que le volume $V(z)$ du ballon à l'altitude z s'écrit : $V(z) = \dfrac{m_h \times M_a}{M_h \times \rho_a(z)}$.

Document 3 : Modélisation de l'évolution de la masse volumique de l'air $\rho_a(z)$ en fonction de l'altitude z.

Représentation graphique de la modélisation de la masse volumique de l'air $\rho_a(z)$ en fonction de l'altitude z dans la troposphère et la basse stratosphère.



9. Déterminer l'altitude z_2 à laquelle le volume maximal V_{max} du ballon est atteint. Préciser dans quelle couche atmosphérique se situe cette altitude.

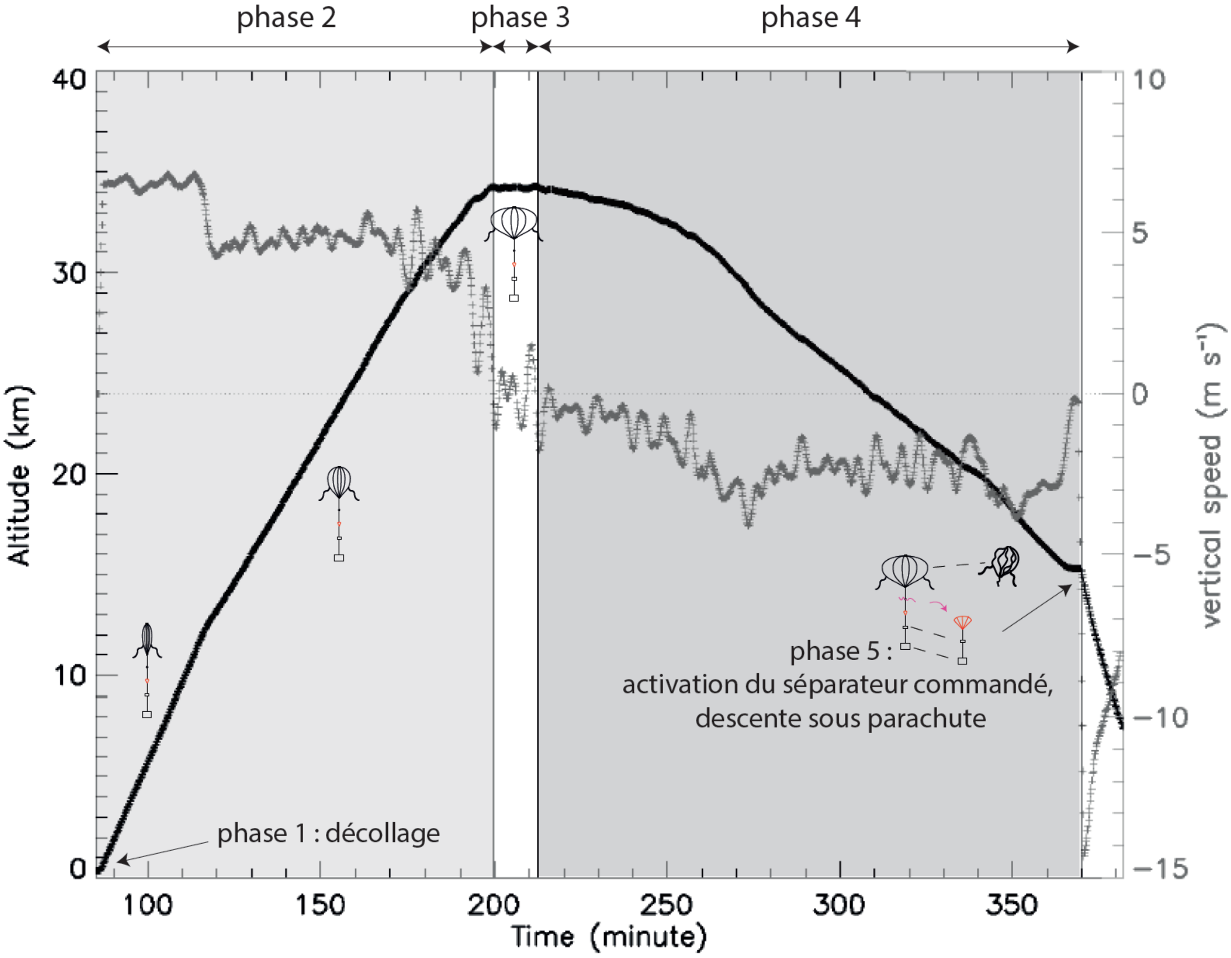
10. Comparer les normes des vecteurs poids et poussée d'Archimède à l'altitude z_2 et conclure sur le mouvement du ballon-sonde au voisinage de z_2.

Pour la suite du mouvement, le volume du ballon reste égal à V_{max} et de l'hélium s'échappe du ballon via les manches d'évacuation situées sous le ballon. Le ballon finit par atteindre une position d'équilibre à une altitude maximale z_{max}.

IV. Vitesse de croisière dans la troposphère

Document 4 : Enregistrement temporel de l'altitude et de la vitesse verticale du B.S.O. *Spirale*, lancé depuis la base de Kiruna, le 7 août 2009.

- **Phase 1 :** décollage à 01 : 26,
- **Phase 2 :** phase de montée en deux temps. Dans un premier temps, la masse du ballon est constante alors que son volume V augmente progressivement jusqu'à V_{max}. Dans un second temps, l'ascension se poursuit par évacuation de l'hélium via les manches d'évacuation alors que le volume reste constant et égal à V_{max},
- **Phase 3 :** atteinte du plafond d'altitude z_{max} à 3 : 20,
- **Phase 4 :** redescente lente du ballon par ouverture du clapet à partir de 03 : 32,
- **Phase 5 :** fin de l'expérience par redescente rapide sous parachute à 6 : 00.



Enregistrement temporel de l'altitude (en noir) et de la vitesse verticale (en gris) du B.S.O.

11. A l'aide de l'enregistrement réalisé lors du vol du ballon-sonde *Spirale* (voir **Document 4**), caractériser le mouvement du ballon, durant la phase 2, dans la troposphère.

On propose ici un modèle pour prévoir la vitesse d'ascension lors du vol du ballon dans la troposphère. Le ballon s'élève du fait de la poussée d'Archimède. Il va subir au cours de son ascension une force de frottements fluides de la forme $\vec{F} = -k(z) \cdot v^2 \cdot \vec{u}_z$ avec $k(z)$ un facteur positif dépendant a priori de l'altitude z, v la vitesse verticale du ballon dans le référentiel terrestre et $\vec{u}_z$ un vecteur unitaire ascendant. On fait l'hypothèse que le facteur $k(z)$ est constant dans le domaine $z \in [0\,;\,12]$ km et égal à $k_0 = 2{,}05 \cdot 10^3\ kg \cdot m^{-1}$. L'étude est faite dans une atmosphère supposée au repos (pas de vent horizontal en particulier).

12. Expliquer comment évoluent les forces qui s'appliquent sur le ballon au fur et à mesure de son ascension dans la troposphère puis justifier soigneusement que le ballon atteindra une vitesse limite, que l'on notera $v_{\ell,ref}$ par la suite.

13. Déterminer l'expression littérale de la vitesse limite $v_{\ell,ref}$ prévue pour le ballon-sonde dans la troposphère. Faire l'application numérique.

La vitesse d'ascension du ballon dans la troposphère a pu être mesurée expérimentalement au cours du vol du ballon-sonde *Spirale* : $v_{\ell,exp} = 6{,}90\ m \cdot s^{-1}$, incertitude-type $u(v_{\ell,exp}) = 0{,}23\ m \cdot s^{-1}$.

14. A l'aide d'un calcul d'écart-normalisé, comparer la valeur de référence $v_{\ell,ref}$ à la mesure expérimentale $v_{\ell,exp}$ et conclure.