

Exercice 2

① $\lim_{x \rightarrow 3} 2x^2 - 3x + 2 = 11 > 0$

12

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$x^2 - 9$	$+$	0	0	$+$

Donc $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$

② $\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)^x = e^{x \ln\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)}$

$\frac{x^2+1}{x-3} = \frac{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{x\left(1 - \frac{3}{x}\right)} = x \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{3}{x}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

③ $\frac{x^2 + e^{x^3}}{x^3 + 5} = \frac{e^{x^3} \left(x^2 e^{-x^3} + 1\right)}{x^3 \left(1 + \frac{5}{x^3}\right)} = \frac{e^{x^3}}{x^3} \frac{x^2 e^{-x^3} + 1}{1 + \frac{5}{x^3}}$

• soit $X = x^3 \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$: $\frac{e^{x^3}}{x^3} = \frac{e^X}{X} \xrightarrow{X \rightarrow +\infty} +\infty$ par C.C

• $x^2 e^{-x^3} = \frac{x^{2/3} e^{-x^3}}{x}$

par C.C, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2/3} e^{-x^3} = 0$ ($X = x^3$)

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x^3} = 0$

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Exercice 3

- $f(x)$ bien défini si $e^{2x} - 1 \neq 0$.

$$e^{2x} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 1 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

dans $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$

- $\forall x \in \mathbb{R}^*, -x \in \mathbb{R}^*$ et

$$f(-x) = \frac{e^{-2x} + 1}{e^{-2x} - 1} = \frac{e^{-2x} (1 + e^{2x})}{e^{-2x} (1 - e^{2x})} = -\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} = -f(x)$$

Donc f est impaire: il suffit de l'étudier sur $]0, +\infty[$

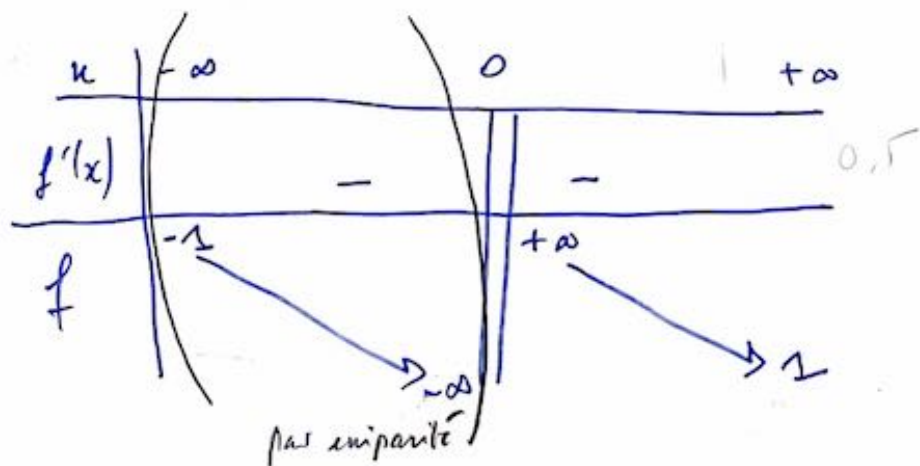
Puis on récupère toute la courbe par symétrie centrale de centre 0.

- f est dérivable sur $]0, +\infty[$ comme composée et quotient de fonctions dérivables.

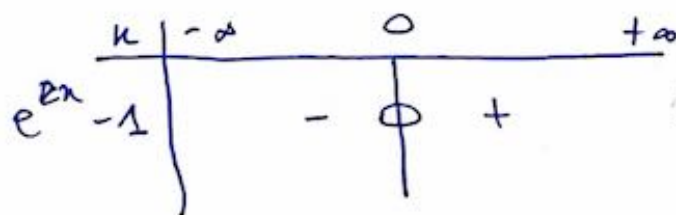
$$\forall x > 0, f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^{2x} - 1) - (e^{2x} + 1)2e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2}$$

$$= \frac{2e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2} (e^{2x} - 1 - e^{2x} - 1)$$

$$= -\frac{4e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2} < 0$$



ln 0: $\lim_{x \rightarrow 0} e^{2x} + 1 = 2 > 0$



donc $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty$

ln +∞: $f(x) = \frac{e^{2x} (1 + e^{-2x})}{e^{2x} (1 - e^{-2x})} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$

Éléments remarquables:

- $\mathcal{C}_f$ admet en $-\infty$ une asymptote horizontale : $y = -1$
- $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote verticale $x = 0$
- $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale $y = 1$

