

DS 1 – Mathématiques

Mercredi 17 Septembre 2025

Durée de l'épreuve : 2 heures 30

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision des raisonnements** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à **encadrer**, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs et les conclusions de leurs raisonnements.

L'usage de document est interdit ainsi que celui de la calculatrice. Les téléphones portables doivent être éteints.

Le devoir est composé de cinq exercices de mathématiques.

Exercice 1. Simplifier :

$$1. \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}} + \frac{3 - 3\sqrt{2}}{7}$$

$$2. \frac{2^5 \times 25 \times 3^{-4} \times 36}{3^8 \times 45 \times 100}$$

Exercice 2. Résoudre :

$$1. \frac{x(7x - 4)(1 - 3x)}{x - 3} > 0$$

$$3. 3x^4 - x^2 - 2 = 0$$

$$2. (x^2 - 9)(2x + 1) = (x - 3)(2x + 1)^2$$

$$4. x + \frac{2}{6 - \frac{3}{x-1}} = 1$$

Exercice 3. : On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{5} u_n + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \geq \frac{15}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Exercice 4. : On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$u_1 = \frac{1}{2} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = \frac{n}{2+n} u_n + \frac{1+n}{2+n}$$

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{1}{2} + \frac{n-1}{3}$

Exercice 5. Montrer que : pour tout entier naturel n non nul, $\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k = n$