

Devoir Maison 2

À rendre vendredi 3 octobre 2025

Exercice 1.

Calculer :

1. $\frac{10!}{3!7!}$

2. $\prod_{k=1}^n \frac{3}{k}, (\forall n \geq 1)$

3. $\sum_{k=1}^{n+1} (\sqrt{7})^{n-2k} 3^k, (\forall n \in \mathbb{N})$

Exercice 2.

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout entier naturel non nul k : $\frac{k}{(k+1)!} = \frac{a}{k!} + \frac{b}{(k+1)!}$

2. Pour tout entier naturel n non nul, en déduire une expression de $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$ en fonction de n .

Exercice 3.

Montrer que : $\forall n \geq 4, 2^n \leq n!$.

Exercice 4.

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = u_1 = -1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = (n+1)u_{n+1} - (n+2)u_n$$

Montrer que : pour tout entier naturel $n, u_n = -1 + n(n-1)$