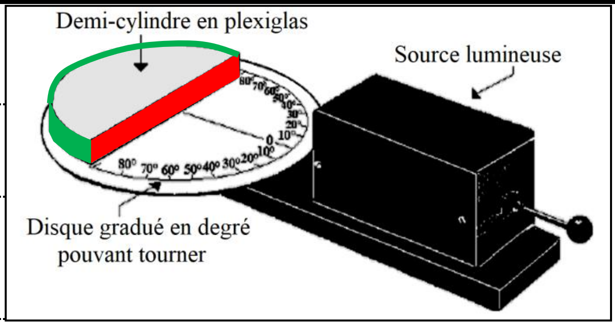
TP Physique 04 **BCPST 1C**

Indice optique du plexiglas - CORRIGE

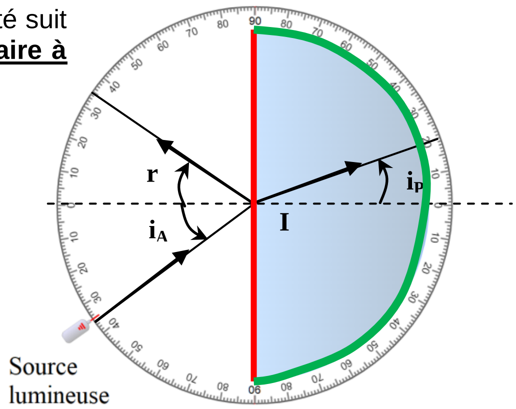


1- Dioptre plan D1 en rouge ;
Dioptre cylindrique D2 en vert.

2- Dioptre plan D1 en rouge ;
Dioptre cylindrique D2 en vert.

3- On constate que l'angle de réfraction (r = 35 °) est égal (en valeur absolue) à l'angle d'incidence i_A = 35 °. La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réflexion est vérifiée au point I.

4- Le point d'incidence **I est le centre du demi-cylindre** : le rayon réfracté suit donc le rayon d'un cercle et **atteint le dioptre D2 en étant perpendiculaire à celui-ci**. Ce rayon ressort alors du dioptre D2 sans être dévié.



5- La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : $\mathbf{n_A \times \sin(i_A) = n_P \times \sin(i_P)}$

On en déduit donc que : $\mathbf{\sin(i_A) = \frac{n_A}{n_P} \times \sin(i_P)}$

Or, n_A et n_P sont deux constantes. Donc la relation précédente traduit une **proportionnalité entre $\sin(i_A)$ et $\sin(i_P)$** : tracer $\sin(i_A)$ en fonction de $\sin(i_P)$ permet d'obtenir une fonction linéaire, facile à exploiter expérimentalement.

Remarque : Tracer le graphique i_A en fonction de i_P n'aurait en revanche pas conduit à une fonction linéaire. En effet, $\mathbf{i_A = \arcsin(\frac{n_A}{n_P} \times \sin(i_P))}$, ce qui ne traduit pas une proportionnalité entre i_A et i_P.

i_A (en °)	10	20	30	40	50	60	70	80	85
i_P (en °)	7	13	20	26	31	36	39	41	42

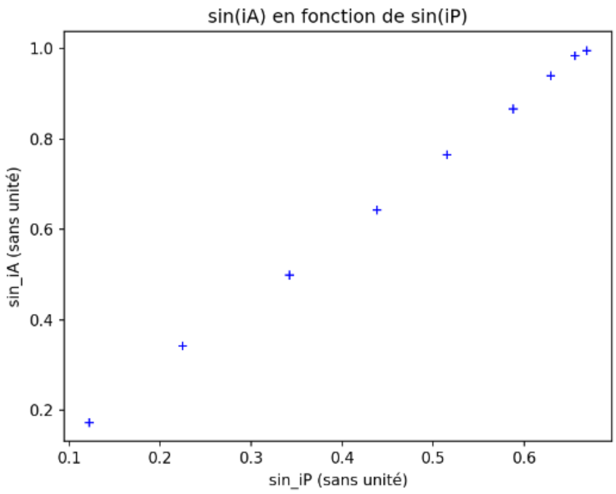
```
# Importation des bibliothèques utiles :
import numpy as np                      # Pour faire des calculs, des tableaux
import matplotlib.pyplot as plt         # Pour tracer des graphiques

# Valeur de l'indice de réfraction de l'air :
nA = 1                                  # Indiquer la valeur de l'indice de réfraction de l'air

# Tableau des différentes valeurs d'angles d'incidence iA et d'angle de réfraction iP :
iA = np.array([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 85])     # Tableau des différentes valeurs d'angle d'incidence (en °)
iP = np.array([7, 13, 20, 26, 31, 36, 39, 41, 42])      # Tableau des différentes valeurs d'angle de réfraction (en °)
N = len(iA)                             # Décompte le nombre de valeurs rentrées dans le tableau des angles d'incidence

# Calcul des grandeurs sin(iA) et sin(iP) :
sin_iA = np.sin(iA*3.14/180)            # Formule qui donne l'expression de sin(iA) avec iA en RADIANS !
sin_iP = np.sin(iP*3.14/180)            # Formule qui donne l'expression de sin(iP) avec iP en RADIANS !

# Tracé du graphique sin(iA) = f(sin(iP)) :
plt.plot(sin_iP,sin_iA,'b+')            # Choix des axes du graphique et du style de points (ici, des croix bleues)
plt.xlabel('sin_iP (sans unité)')       # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('sin_iA (sans unité)')       # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('sin(iA) en fonction de sin(iP)')   # Titre du graphique
plt.show()                              # Commande pour afficher le graphique
```



6- On obtient une **fonction linéaire**, attestant de la proportionnalité qui existe entre $\sin(i_A)$ et $\sin(i_P)$, comme le prévoit la 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction. Celle-ci est donc vérifiée.

✎**7-** Le programme à compléter est le suivant :

```
# Calcul de l'indice de réfraction du plexiglas pour chaque couple de mesure :
nP = nA * sin_iA / sin_iP                 # Ecrire la formule permettant de calculer nP en fonction de nA, iA et iP

# Calcul de la valeur moyenne, de l'écart-type et de l'incertitude-type de nP :
nP_moy = np.mean (nP)                     # Formule pour calculer la valeur moyenne des différentes valeurs de nP
ecart_nP = np.std(nP, ddof = 1)           # Formule pour calculer l'écart-type des différentes valeurs de nP
u_nP = ecart_nP/np.sqrt(N)                # Formule pour calculer l'incertitude-type sur la moyenne de nP

# Affichage de la valeur moyenne et de l'incertitude-type de nP :
print('Valeur moyenne de nP (sans unité) = ', nP_moy)          # Affiche la valeur moyenne de nP
print('Incertitude type sur nP (sans unité) = ', u_nP)         # Affiche l'incertitude-type sur nP
```

Son exécution conduit aux valeurs : - Valeur moyenne de n_P (sans unité) = **1.47989009112893**
- Incertitude type sur n_P (sans unité) = **0.009140182365481584**

On annonce donc le résultat final : **n_P = 1,48 +/- 0,01**

✎**8-** On applique la formule : $$E_N = \frac{|n_P - n_{P(ref)}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u\left(n_{P(ref)}\right)^2}}$$

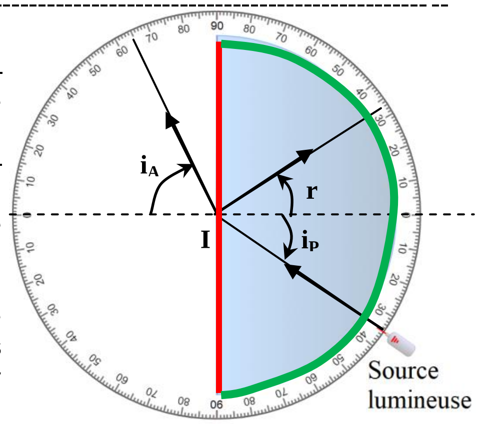
Avec : **n_P = 1,48** ; **$n_{P(ref)}$ = 1,510** ; $u(n_P)$ = **0,01** ; **$u(n_{P(ref)}) = 0$**

On obtient **E_N = 3**

Cet écart normalisé est supérieure à 2, il y a donc **INCOMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence**.

Les sources d'erreurs évoquées à la question **6-** sont probablement la cause de cet écart normalisé supérieur à 2.

✎**9-** voir Figure.



✎**10-** Au niveau du dioptre D2, le rayon lumineux rentre dans le demi-cylindre sans déviation car **il arrive perpendiculairement au dioptre D2**.

✎**11-** On constate que si l'angle d'incidence i_P est trop grand, le rayon réfracté n'existe plus : il n'y a que le rayon réfléchi qui persiste. On parle de **réflexion totale**.

On pouvait s'attendre à ce phénomène car le rayon réfracté évolue dans **l'air qui est un milieu moins réfringent que le plexiglas** dans lequel évolue le rayon incident. C'est une des conditions nécessaires pour observer le phénomène de réflexion totale.

✎**12-** On observe le phénomène de réflexion totale à partir d'un angle d'incidence limite **$i_{P,LIM}$ = 42 °**

soit en radian, **$i_{P,LIM}$ = 42 ° = 42 × pi / 180 = 0,733 rad**

Cette valeur est obtenue en faisant une double erreur de lecture sur l'échelle graduée : en effet, on commet une erreur sur la graduation « 42 ° », mais de plus, cette valeur n'est valable qu'à condition que la normale soit bien confondue avec la graduation « 0 ° ». Pour cela, l'incertitude sur $i_{P,LIM}$ est telle que :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times u(\text{simple lecture}) \text{ avec } u(\text{simple lecture}) = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ .}$$

Or, dans le cas d'un instrument gradué, on peut considérer que la demi-étendue **a** équivaut à la moitié de la plus petite graduation. On a donc finalement :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ c'est-à-dire } u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{\text{graduation}}{2\sqrt{3}} \text{ soit } \boxed{u(i_{P,LIM}) = \frac{\text{graduation}}{\sqrt{6}}} \text{ .}$$

AN → $u(i_{P,LIM}) = \frac{1°}{\sqrt{6}}$ ce qui conduit à **$u(i_{P,LIM})$ = 0,408 ° = 0,00712 rad** qu'on arrondit à 0,008 rad.

On écrit donc **$i_{P,LIM}$ = 0,733 +/- 0,008 rad**

✎**13-** La 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : **$n_P \times \sin(i_P) = n_A \times \sin(i_A)$**

A la limite de la réflexion totale, on a **$i_P = i_{P,LIM}$** et **i_A = 90 °**, ce qui conduit à : **$n_P \times \sin(i_{P,LIM}) = n_A \times \sin(90°)$**

C'est-à-dire : $\mathbf{n_P \times sin(i_{P,LIM}) = n_A}$ et donc $\boxed{\mathbf{n_P = n_A / sin(i_{P,LIM})}}$

AN → $\mathbf{n_P = 1 / sin(42°)}$ soit $\mathbf{n_P = 1{,}495}$

✎**14-** On calcule $u(n_P)$ à l'aide de la formule proposée :

$$u(n_P) = \frac{\cos(i_{P,LIM})}{\sin^2(i_{P,LIM})} \times u(i_{P,LIM}) = \frac{\cos(0{,}73)}{\sin^2(0{,}73)} \times 0{,}0072$$

On obtient $\mathbf{u(n_P) = 0{,}01206}$ qu'on arrondit à $\mathbf{u(n_P) = 0{,}013}$.

Finalement, $\mathbf{n_P = 1{,}495 \pm 0{,}013}$

✎**15-** On applique la formule :

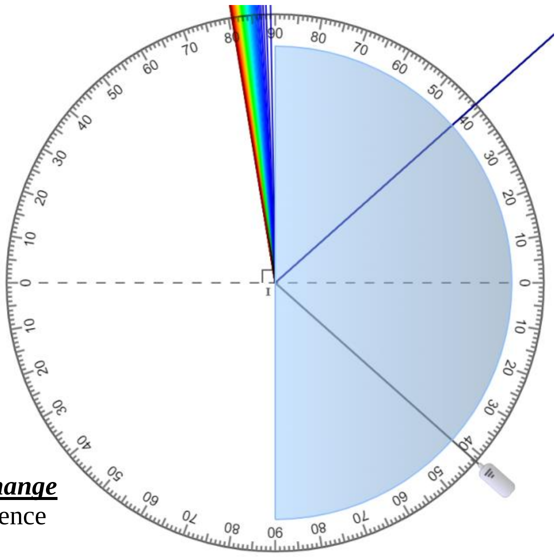
$$\boxed{\mathbf{E_N = \frac{|n_P - n_{P(ref)}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u(n_{P(ref)})^2}}}}$$

Avec : $\mathbf{n_P = 1{,}495}$; $\mathbf{n_{P(ref)} = 1{,}510}$; $u(n_P) = 0{,}013$; $\mathbf{u(n_{P(ref)}) = 0}$

On obtient $\mathbf{E_N = 1{,}2}$

Cet écart normalisé est inférieur à 2, il y a donc **COMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence**.

✎**16-** On observe un arc-en ciel à la sortie du dioptre D1. Cela montre donc que **l'angle de réfraction i_A dépend** de la longueur d'onde de la lumière (donc **de la fréquence**).



Or, **l'angle d'incidence i_P est le même** pour tous les rayons, quelle quel soit leur longueur d'onde (donc **quelle que soit leur fréquence**).

Or, la 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit :

$\mathbf{n_P \times sin(i_P) = n_A \times sin(i_A)}$

On en déduit donc que : $\mathbf{n_P = n_A} \times \frac{\sin(i_A)}{\sin(i_P)}$

Même valeur de n_A quelle que soit la fréquence de l'onde lumineuse ($n_A = 1$)

Même valeur de i_P quelle que soit la fréquence de l'onde lumineuse ($i_P \approx 41°$)

Valeur qui change selon la fréquence de l'onde lumineuse (violet plus dévié que le rouge)

Or, dans cette formule, quel que soit le rayon réfracté, n_A et i_P ne dépendent pas de la fréquence de l'onde lumineuse. En revanche, i_A dépend de la fréquence de l'onde lumineuse : on en déduit que **l'indice de réfraction du plexiglas n_P dépend lui aussi de la fréquence de l'onde lumineuse**.

Or, $n_P = \frac{c}{v_P}$ avec **c** la célérité de la lumière dans le vide et $\mathbf{v_P}$ la célérité de la lumière dans le plexiglas. Comme « n_P » dépend de la fréquence de l'onde lumineuse mais que « c » est une constante, alors cette relation implique que **v_P dépend de la fréquence de l'onde lumineuse**.

La célérité de l'onde lumineuse dans le plexiglas dépendant de la fréquence de cette onde lumineuse, on en déduit que **le plexiglas est un milieu dispersif pour les ondes lumineuses**.