TP Physique 05 **BCPST 1C**

Déterminations expérimentales de la résistance d'un conducteur ohmique

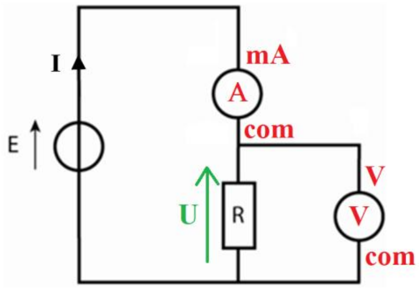
I- MESURE A PARTIR DU TRACE DE LA CARACTERISTIQUE DU CONDUCTEUR OHMIQUE

1) Le montage expérimental et les mesures

✍1- • L'ampèremètre est placé en SERIE dans le circuit alors que le voltmètre est placé en DERIVATION aux bornes du dipôle dont on veut mesurer la tension (le conducteur ohmique ici).

• En convention récepteur, la flèche de tension est orientée de sens opposé à la flèche indiquant l'orientation du courant électrique I.

• Pour que l'ampèremètre mesure effectivement I, il faut que celui-ci rentre par la borne mA et sorte par la borne COM ; pour que la tension mesurée par le voltmètre soit bien U, il faut que la borne V soit située au niveau de la pointe de la flèche de tension et que la borne COM soit reliée à la base de la flèche de tension.



✍2- De manière générale, on choisit le calibre situé juste au-dessus de la plus grande valeur atteinte (en valeur absolue) pour la grandeur mesurée. Ici :

- La tension aux bornes du générateur variera entre – 5 V et + 5 V : on choisira donc le calibre 6 V pour le voltmètre (multimètre MX 5060) ;
- En balayant rapidement la tension du générateur entre – 5 V et + 5 V, on constate que l'intensité vaut au maximum 2,3 mA : on choisira donc le calibre 6 mA pour l'ampèremètre (multimètre FT 2803 MT).

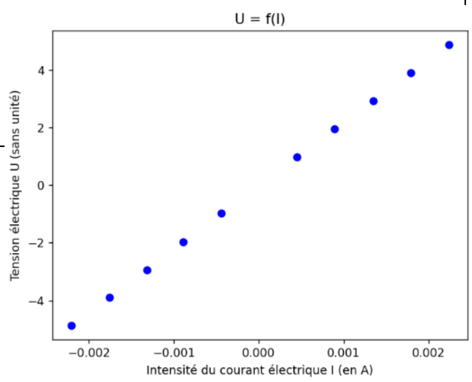
On obtient les résultats ci-dessous :

E (en V)	- 5,0	- 4,0	- 3,0	-2,0	-1,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
U (en V)	- 4,867	- 3,891	- 2,931	- 1,963	- 0,976	0,981	1,958	1,929	3,903	4,876
I (en µA)	- 2203	- 1752	- 1317	- 887	- 442	450	890	1342	1786	2234

2) Tracé de la caractéristique

Le fichier Python à compléter pour visualiser la caractéristique U = f(I) du conducteur ohmique est le suivant :

```
# Importation des bibliothèques utiles :
import numpy as np          # Pour faire des calculs, des tableaux
import matplotlib.pyplot as plt          # Pour tracer des graphiques

# Tableau des différentes valeurs de tensions U et d'intensité du courant électrique I :
U = np.array([-4.867,-3.891,-2.931,-1.963,-0.976,0.981, 1.958, 2.929, 3.903, 4.876])          # Tableau des valeurs de U (en V)
I = np.array([-0.002203,-0.001752,-0.001317,-0.000887,-0.000442,0.000450,0.000890,0.001342,0.001786,0.002234])
                                                  # Tableau des valeurs de I (en A)

# Tracé du graphique U = f(I) :
plt.plot(I,U,'bo')                                # Choix des axes du graphique et du style de points
plt.xlabel('Intensité du courant électrique I (en A)')          # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('Tension électrique U (sans unité)')          # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('U = f(I)')                             # Titre du graphique
plt.grid()                                        # Affichage d'une grille
plt.show()                                        # Afficher le graphique
```



✍3- Les ***points expérimentaux* {I ; U}** semblent ***bien alignés*** et ils semblent former une ***droite passant par l'origine du repère***. On peut en conclure qu'il y a **proportionnalité entre U et I** et qu'on a une relation du type **U = k x I** avec **k** une constante.

Ceci est en accord avec la **loi d'Ohm** qui prévoit **U = R x I** pour un conducteur ohmique de résistance R (en convention récepteur).

---

3) Modélisation par une régression linéaire

✍4- • **incertitude-type u(I) sur l'intensité du courant mesurée** :

On applique la formule $u(I) = \dfrac{\textbf{précision de l'ampèremètre}}{\sqrt{3}}$

Or, il est indiqué que la précision vaut 3 % de la lecture + 5 digits, le digit valant 0,001 mA. On a donc :

$$\mathbf{u(I) = \frac{0,03 \times I \ + \ 0.000005}{\sqrt{3}}}$$

• **<u>incertitude-type u(U) sur la tension électrique mesurée</u>** :

On applique la formule $u(U) = \dfrac{\textbf{précision du voltmètre}}{\sqrt{3}}$

Or, il est indiqué que la précision vaut 3 % de la lecture + 5 digits, le digit valant 0,001 V. On a donc :

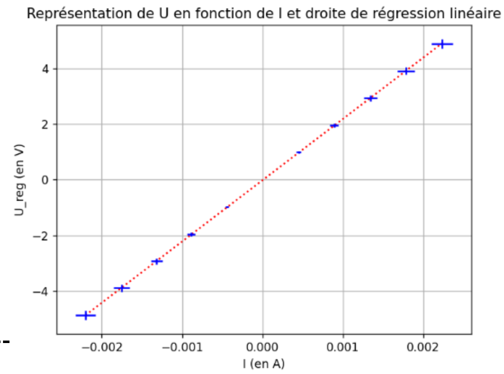
$$\mathbf{u(U)} = \frac{\mathbf{0,03 \times U \ + \ 0.005}}{\sqrt{3}}$$

Le fichier Python à compléter pour visualiser la caractéristique U = f(I) du conducteur ohmique est le suivant :

```
# Régression linéaire
p = np.polyfit(I, U, 1)          # Régression linéaire de U en fonction de I
U_reg = p[0]*I + p[1]            # Equation de la droite de régression linéaire en fonction de la pente p[0] et de l'ordonnée à l'origine p[1]

# Expression des incertitudes u(I) et u(U) sur l'intensité et la tension :
u_I = (0.03*I + 0.000005) / np.sqrt(3)    # Formule permettant de calculer u(I) en fonction des valeurs de I (voir la notice).
u_U = (0.03*U + 0.005) / np.sqrt(3)       # Formule permettant de calculer u(U) en fonction des valeurs de U (voir la notice).

# Superposition des points expérimentaux et de la droite de régression linéaire :
plt.plot(I, U_reg,'r:')                   # Représentation de la droite de régression linéaire U_reg = f(I)
plt.errorbar(I, U, xerr = 2*u_I,fmt='b,')  # Affichage des barres horizontales d'incertitude
plt.errorbar(I, U, yerr = 2*u_U,fmt='b,')  # Affichage des barres verticales d'incertitude
plt.xlabel('I (en A)')                                                     # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('U_reg (en V)')                                                 # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('Représentation de U en fonction de I et droite de régression linéaire')  # Titre du graphique
plt.grid()                                                                 # Affichage d'une grille
plt.show()                                                                 # Affichage du graphique
```

5- L'exécution du programme Python conduit au graphique ci-contre.

On constate que tous les points expérimentaux ont au moins une de leurs barres d'incertitudes qui est coupée par la droite de régression linéaire rouge. **<u>Le modèle affine (et même linéaire) est donc validé par la régression linéaire</u>**.



---

4) Validation de la régression linéaire

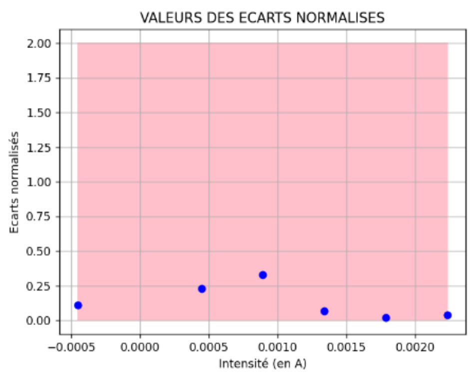
```
# Formule qui calcule l'écart normalisé entre U et U_reg pour chaque point expérimental :

EN = np.abs((U_reg - U)/u_U)

# Représentation graphique des écarts normalisés de chaque point expérimental :
plt.plot(I,EN,'bo')                                        # Représentation par un point bleu de l'écart normalisé pour chaque point expérimental
plt.fill_between([np.min(I),np.max(I)],[2,2],color='pink')  # Trame de fond rose associée au domaine des écarts normalisés acceptables (EN < 2)
plt.xlabel('Intensité (en A)')                             # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('Ecarts normalisés' )                           # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('VALEURS DES ECARTS NORMALISES')                 # Titre du graphique
plt.grid()                                                 # Affichage d'une grille
plt.show()                                                 # Affichage du graphique
```

> python — La **<u>valeur absolue de x</u>** se calcule avec la fonction **np.abs(x)**

6- L'exécution du programme Python conduit au graphique ci-contre.

On constate que <u>tous les points expérimentaux sont dans la zone rose</u>. Cela signifie que **<u>chaque valeur de U expérimentale a un écart normalisé inférieur à 2 par rapport à la valeur de U_reg calculée par la régression linéaire, ce qui valide cette dernière</u>**.

S'il y avait des points avec un écart normalisé plus grand que 2, il aurait fallu reprendre les mesures associées à ces points et refaire une régression linéaire ou, les éliminer et procéder à une régression linéaire sans ces points.



---

5) Détermination de la valeur de R

✍7- La loi d'Ohm en convention récepteur aux bornes du conducteur ohmique s'écrit : **U = R × I**.

Cette relation est à rapprocher de l'expression de la régression linéaire : **U_reg = p[0] × I + p[1]**

Par identification de ces deux relations, on en déduit que **c'est le coefficient directeur p[0] de la régression linéaire qui s'identifiera à la résistance R recherchée**.

```
# Affichage du coefficient de modélisation de la régression linéaire s'identifiant à la résistance R :
print('Valeur de R (en Ohm) = ', p[0])            # Renseigner p[0] ou p[1]

# Incertitude-type associée à la résistance R :
from scipy.stats import linregress                # Commande qui importe la fonction linregress depuis le module scipy.stats.
u_R=linregress(I,U)                               # Permet de déterminer l'incertitude associée à la pente R
print('Incertitude sur R (en Ohm) = ', u_R.stderr) # Permet d'afficher la valeur d'incertitude
```

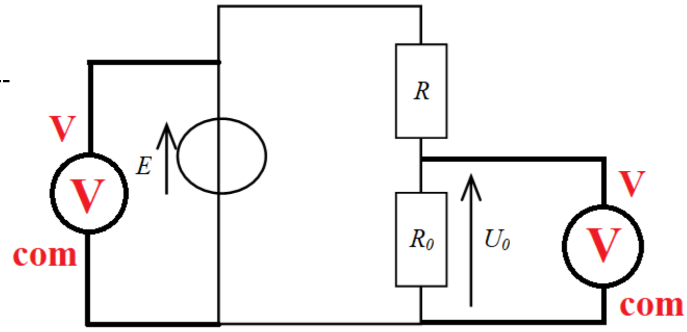
✍8- L'exécution du programme Python conduit à :

```
Valeur de R (en Ohm) =  2182.6625546308437
Incertitude sur R (en Ohm) =  3.2500869071248535
```

On en déduit donc : # avec 1 chiffre significatif pour l'incertitude : **R_1 = 2183 +/- 4 Ω** ;
(# avec 2 chiffres significatifs pour l'incertitude : **R_1 = 2182,7 +/- 3,3 Ω**)

II- Mesure indirecte a l'aide d'un pont diviseur de tension

✍9- Voir schéma ci-contre pour le branchement des voltmètres.



✍10- La tension totale aux bornes de l'association série de R et R_0 vaut E. La relation du pont diviseur de tension permet d'écrire :

$$\mathbf{U_0 = \frac{R_0}{R + R_0} \times E}$$

On en déduit donc que :

$$\boxed{\mathbf{R = R_0 \times \frac{E}{U_0} - R_0}}$$

✍11- On réalise les mesures avec **R_0 = 1,0 kΩ** ; on obtient expérimentalement : **E = 5,019 V** et **U_0 = 1,707 V**.

✍12- • **incertitude-type u(E) sur la mesure de E** :

On applique la formule u(E) = $\frac{\textbf{précision du voltmètre}}{\sqrt{3}}$

Or, il est indiqué que la précision vaut 3 % de la lecture + 5 digits, le digit valant 0,001 V. On a donc :

$$\mathbf{u(E) = \frac{0,03 \times E \ + \ 0.005}{\sqrt{3}}} \qquad \text{ce qui conduit à } \mathbf{u(E) = 0,08982\ V}$$

• **incertitude-type u(U_0) sur la mesure de U_0** :

On applique la formule u(U_0) = $\frac{\textbf{précision du voltmètre}}{\sqrt{3}}$

Or, il est indiqué que la précision vaut 3 % de la lecture + 5 digits, le digit valant 0,001 V. On a donc :

$$\mathbf{u(U_0) = \frac{0,03 \times U_0 \ + \ 0.005}{\sqrt{3}}} \qquad \text{ce qui conduit à } \mathbf{u(U_0) = 0,05621\ V}$$

✍13- $$\boxed{\mathbf{R = R_0 \times \frac{E}{U_0} - R_0}} \quad \text{donc} \quad \mathbf{R = 1000 \times \frac{5,019}{1,707} - 1000} \qquad \text{ce qui conduit à } \mathbf{R = 1940\ \Omega}$$

• D'après la formule d'incertitude composée concernant une soustraction, **u(R)** = $\sqrt{\left(\mathbf{u(R_0 \times \frac{E}{U_0})}\right)^2 + (\mathbf{u(R_0)})^2}$.

Or, on néglige l'incertitude sur R_0, donc **u(R) = u($R_0 \times \frac{E}{U_0}$)**.

• D'après la formule d'incertitude composée concernant produit et quotient,

$$\mathbf{u(R) = u\left(R_0 \times \frac{E}{U_0}\right) = R_0 \times \frac{E}{U_0} \times \sqrt{\left(\frac{u(E)}{E}\right)^2 + \left(\frac{u(U_0)}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{u(R_0)}{R_0}\right)^2}}$$

Or, on néglige l'incertitude sur R_0, donc :

$$\boxed{\mathbf{u(R) = R_0 \times \frac{E}{U_0} \times \sqrt{\left(\frac{u(E)}{E}\right)^2 + \left(\frac{u(U_0)}{U_0}\right)^2}}}$$

$$\mathbf{u(R) = 1000 \times \frac{5,019}{1,707} \times \sqrt{\left(\frac{0,08982}{5,019}\right)^2 + \left(\frac{0,05621}{1,707}\right)^2}} \quad \text{ce qui conduit à } \mathbf{u(R) = 110,19\ \Omega}$$

On a donc **R_2 = 1940 +/- 111 Ω** (3 chiffres significatifs pour l'incertitude)
ou **R_2 = (1,94 +/- 0,12).10^3 Ω** (2 chiffres significatifs pour l'incertitude)
ou **R_2 = (1,9 +/- 0,2).10^3 Ω** (1 chiffre significatif pour l'incertitude)

III- MESURE DIRECTE A L'AIDE D'UN OHMMETRE

✍14- On utilise par exemple le multimètre FI 2803 MT pour mesurer cette résistance avec le calibre 6 kΩ.
On mesure **R_3 = 1,978 kΩ = 1978 Ω**.

✍15- **incertitude-type u(R_3) sur la mesure de R_3** :

On applique la formule u(E) = $\mathbf{\frac{\text{précision de l'ohmmètre}}{\sqrt{3}}}$

Or, le multimètre utilisé est le FI 2803 MT et étant utilisé sur le calibre 6 kΩ, sa précision p est égale à 0,5 % de la lecture + 2 Digit, d'où :

$$\mathbf{u(R_3) = \frac{0,005 \cdot R_3 \ + \ 2}{\sqrt{3}}} \quad \text{ce qui conduit à } \mathbf{u(R_3) = 6,87\ \Omega}$$

✍16- On a donc **R_3 = 1978 +/- 7 Ω**.

✍17- On compare deux grandeurs via le calcul d'un écart normalisé :

- **Calcul de l'écart-normalisé entre R_1 et R_3** :

$$\mathbf{EN = \frac{|R_1 - R_3|}{\sqrt{u(R_1)^2 + u(R_3)^2}}} \quad \text{ce qui conduit à} \quad \mathbf{EN = \frac{|2183 - 1978|}{\sqrt{4^2 + 7^2}}} \quad \text{soit } \mathbf{EN = 25}$$

Cet écart normalisé supérieur à deux montre que R_1 et R_3 ne sont compatibles.

- **Calcul de l'écart-normalisé entre R_2 et R_3** :

$$\mathbf{EN = \frac{|R_2 - R_3|}{\sqrt{u(R_2)^2 + u(R_3)^2}}} \quad \text{ce qui conduit à} \quad \mathbf{EN = \frac{|1940 - 1978|}{\sqrt{111^2 + 7^2}}} \quad \text{soit } \mathbf{EN = 0,34}$$

Cet écart normalisé inférieur à deux montre que R_2 et R_3 sont compatibles.