

Déterminations expérimentales de la résistance d'un conducteur ohmique

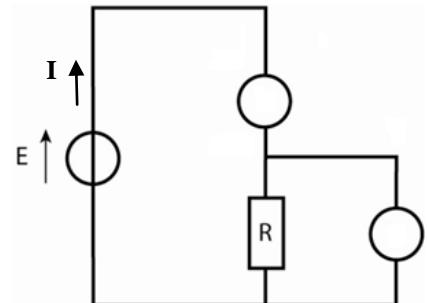
*Le but de ce TP est de déterminer la valeur de la résistance **R** d'un conducteur ohmique de différentes manières.*

I- MESURE A PARTIR DU TRACE DE LA CARACTERISTIQUE DU CONDUCTEUR OHMIQUE

1) Le montage expérimental et les mesures

La caractéristique tension-courant d'un dipôle, c'est la courbe représentant la tension \mathbf{U} entre ses bornes en fonction de l'intensité \mathbf{I} du courant qui le traverse.

Pour tracer expérimentalement cette courbe, on utilisera un générateur de tension continue E réglable (dont on fera varier la valeur entre -5 V et $+5\text{ V}$), deux multimètres, du conducteur ohmique de résistance R inconnue et des fils de connexion. L'ensemble est agencé comme indiqué sur le montage ci-contre.



- 1-** Compléter le schéma de ce montage en indiquant :

- où se trouvent l'ampèremètre et le voltmètre ;
 - la flèche de tension **U** aux bornes du conducteur ohmique en convention récepteur ;
 - où doivent se situer les bornes {**mA** ; **COM**} de l'ampèremètre et les bornes {**V** ; **COM**} du voltmètre pour que les valeurs affichées par ces appareils soient effectivement **I** et **U**.



Un voltmètre possède une résistance interne très grande (de l'ordre du $M\Omega$, voire du $G\Omega$) pour que le courant qui circule dans sa branche soit considéré comme négligeable par rapport à « i ». On pourra donc considérer que le courant « i » qui circule dans le conducteur ohmique de résistance R est le même que celui débité par le générateur.

-  Pour commencer, réaliser le montage sans le voltmètre et sans allumer le générateur.

- Rajouter le voltmètre dans un second temps.

Appeler le professeur pour validation ou en cas de difficulté

- 2- On dispose d'un GBF comme générateur : à l'aide de la *Fiche Technique 03 « Le Générateur Basse Fréquence »*, procéder aux réglages indiqués ci-dessous.

- ☞ Appuyer sur le bouton **9** du GBF puis tourner le bouton **17** pour qu'il s'affiche « DC » en haut à droite de l'écran.
 - ☞ Appuyer sur le bouton **12** du GBF puis tourner le bouton **17** pour qu'il s'affiche « 5,0 » en bas à gauche de l'écran.

Dans la suite, la tension délivrée par le générateur variera entre -5 V et $+5\text{ V}$; de plus, l'ensemble des mesures expérimentales nécessitera d'utiliser un **unique calibre** pour le voltmètre et un **unique calibre** pour l'ampèremètre.

- Choisir le meilleur calibre pour le voltmètre.

- ☞ Appuyer sur le bouton **12** du GBF puis tourner le bouton **17** pour faire varier la tension indiquée par le GBF (valeur affichée en bas à gauche de l'écran) entre - 5 V et + 5 V.

- Observer alors la valeur affichée sur l'ampèremètre et en déduire le meilleur calibre de celui-ci.**

Appeler le professeur pour validation ou en cas de difficulté

- 👉 Afin de tracer la caractéristique demandée, choisir une dizaine de valeurs de **E** régulièrement réparties sur l'intervalle [- 5 V ; + 5 V] puis rassembler les valeurs de **U** et de **I** mesurées par les multimètres dans le tableau ci-dessous (préciser également les unités).

2) Tracé de la caractéristique

On souhaite tracer le graphique $U = f(I)$ à l'aide des mesures précédentes. Pour cela, nous allons utiliser la programmation Python envoyé par mail par votre professeur et reproduite sur le document ci-dessous.

Copier/Coller la première partie du programme PYTHON sur une console Python (Pyzo ou www.basthon.fr) puis la compléter dans les différents cadres ci-dessous en lisant attentivement les différentes consignes qui suivent.

→ **1^{ère} partie du programme PYTHON : Tracé de la caractéristique $U = f(I)$**

Importation des bibliothèques utiles :

..... # Commande pour faire des calculs, des tableaux
..... # Commande pour tracer des graphiques

Tableau des différentes valeurs de tensions U et d'intensité du courant électrique I :

U = # Tableau des différentes valeurs de U (en V)
I = # Tableau des différentes valeurs de I (en A)

Tracé du graphique $U = f(I)$:

plt.plot(..... , , 'b+') # Choix des axes du graphique et du style de points
..... # Titre de l'axe des abscisses
..... # Titre de l'axe des ordonnées
..... # Titre du graphique
plt.grid() # Commande pour afficher une grille
plt.show() # Commande pour afficher le graphique

- 3- Exécuter le programme Python puis commenter la disposition des points sur le graphique : que dire de l'allure de la courbe tracée ? Que peut-on en conclure ? Quelle loi de la physique le conducteur ohmique étudié vérifie-t-il ?

3) Modélisation par une régression linéaire

Afin de vérifier que les points expérimentaux obtenus peuvent effectivement être décrits par une loi affine, il convient de réaliser une **régression linéaire**. C'est une technique très utilisée en Sciences, qui permet de valider (ou d'invalider) une loi dans un premier temps, puis de déterminer des valeurs expérimentales de grandeurs en l'exploitant dans un second temps.

Lire les parties A et B de la Fiche Technique 06 « Régression linéaire »

Cette modélisation nécessite de calculer les *incertitudes* $u(I)$ et $u(U)$ sur l'intensité du courant et sur la tension électrique. On rappelle que l'*incertitude* $u(X)$ de mesure de la grandeur **X** par un multimètre est donnée par la relation : $u(X) = \frac{\text{précision}}{\sqrt{3}}$ où la *précision* dépend du multimètre utilisé et du calibre choisi pour chacun.

On admettra que pour les multimètres dont vous disposez et pour les calibres choisis, les précisions indiquées sur les notices des appareils sont les suivantes :

- **Multimètre utilisé en tant qu'ampèremètre** : 3 % de la lecture + 5 digits
→ **Multimètre utilisé en tant que voltmètre** : 3 % de la lecture + 5 digits

- 4- En déduire la formule qu'il faudra renseigner sur le programme Python pour calculer :

- l'incertitude-type $u(I)$ sur l'intensité du courant mesurée ;
- l'incertitude-type $u(U)$ sur la tension mesurée.

Rappel : le « **DIGIT** » d'un appareil à affichage numérique est **la plus petite valeur affichable** par celui-ci pour un calibre donné.

Par exemple, si un voltmètre indique **0,036 V**, le digit vaut **0,001 V**.

Copier/Coller la deuxième partie du programme PYTHON puis la compléter dans les différents cadres ci-dessous en respectant les consignes de la fiche ANNEXE et la réponse à la question 4-.

Régression linéaire

p = # Régression linéaire de U en fonction de I

U_reg = # Equation de la droite de régression linéaire en fonction de la pente p[0] et de l'ordonnée à l'origine p[1] et de l'intensité I.

Expression des incertitudes $u(I)$ et $u(U)$ sur l'intensité et la tension :

u_I = # Formule pour calculer $u(I)$ en fonction des valeurs de I (voir question 4-)

u_U = # Formule pour calculer $u(U)$ en fonction des valeurs de U (voir question 4-)

```

# Superposition des points expérimentaux et de la droite de régression linéaire :
plt.plot( ..... , ..... , 'r :')                                # Représentation de la droite de régression linéaire U_reg = f(I)
plt.errorbar(I, U, xerr = 2*u_I,fmt='b,')                         # Affichage des barres horizontales d'incertitude
plt.errorbar(I, U, ..... , fmt='b,')                               # Affichage des barres verticales d'incertitude
plt.xlabel('I (en A)')                                              # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('U_reg (en V)')                                         # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('Représentation de U en fonction de I et droite de régression linéaire') # Titre du graphique
plt.grid()                                                       # Affichage d'une grille
plt.show()                                                       # Affichage du graphique

```

- ☞ 5- Exécuter le programme Python puis commenter le graphique obtenu : la régression linéaire semble-t-elle valider le modèle affine ?

4) Validation de la régression linéaire

Pour valider plus précisément le modèle affine, on utilise un critère plus pertinent que les barres d'incertitude comme par exemple le calcul d'écart normalisé pour chaque point expérimental.

Lire la partie C de la Fiche Technique 06 « Régression linéaire »

- Effacer les lignes de programme « Tracé du graphique $U = f(I)$ » et « Superposition des points expérimentaux et de la droite de régression linéaire ».
- Copier/Coller la troisième partie du programme PYTHON puis la compléter dans les différents cadres ci-dessous en respectant les consignes de la fiche ANNEXE.

Formule qui calcule l'écart normalisé entre U et U_reg pour chaque point expérimental :

EN =



La valeur absolue de x se calcule avec la fonction `np.abs(x)`

Représentation graphique des écarts normalisés de chaque point expérimental :

```

plt.plot(I,EN,'bo')                                              # Représentation par un point bleu de l'écart normalisé pour chaque point expérimental
plt.fill_between([np.min(I),np.max(I)],[2,2],color='pink')          # Trame de fond rose associée au domaine des écarts normalisés acceptables (EN < 2)
plt.xlabel('Intensité (en A)')                                       # Titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('Ecarts normalisés')                                     # Titre de l'axe des ordonnées
plt.title('VALEURS DES ECARTS NORMALISES')                      # Titre du graphique
plt.grid()                                                       # Affichage d'une grille
plt.show()                                                       # Affichage du graphique

```

- ☞ 6- Exécuter le programme Python puis commenter le graphique obtenu : la régression linéaire valide-t-elle le modèle affine ?



Si des points expérimentaux ont un écart normalisé trop important, il faudrait refaire des mesures associées à ces points jusqu'à ce que la régression linéaire valide le modèle affine.

5) Détermination de la valeur de R

En considérant que la régression linéaire valide le modèle affine, on peut donc exploiter son coefficient directeur p[0] et son ordonnée à l'origine p[1] pour en déduire la valeur de la résistance R.

- ☞ 7- Rappeler comment s'écrit la loi d'Ohm en convention récepteur pour un conducteur ohmique. En déduire quel coefficient de la régression linéaire (p[0] ou p[1]) s'identifiera à la résistance R du conducteur ohmique étudié.

- Copier/Coller la quatrième partie du programme PYTHON puis la compléter dans les différents cadres ci-dessous en respectant les consignes de la fiche ANNEXE.

Affichage du coefficient de modélisation de la régression linéaire s'identifiant à la résistance R :

print('Valeur de R (en Ohm) = ',) # Renseigner p[0] ou p[1]

Incertitude-type associée à la résistance R :

```

from scipy.stats import linregress
u_R=linregress(I,U)
print('Incertitude sur R (en Ohm) = ', u_R.stderr) # Commande qui importe la fonction linregress depuis le module scipy.stats.
                                                    # Permet de déterminer l'incertitude associée à la pente R
                                                    # Permet d'afficher la valeur d'incertitude

```

- 8- Proposer une écriture du résultat expérimental de cette première mesure de résistance, notée R_1 (valeur accompagnée de son incertitude $u(R_1)$ exprimée avec un nombre de chiffres significatifs raisonnable et une unité).

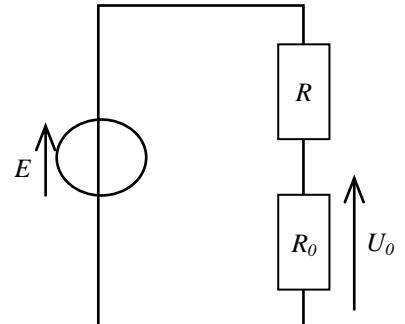
II- MESURE INDIRECTE A L'AIDE D'UN PONT DIVISEUR DE TENSION

La valeur de la résistance R peut être déterminée de façon indirecte en mesurant la tension électrique U_0 aux bornes d'un autre conducteur ohmique de résistance R_0 connue placée en série avec la résistance R . Pour cela, on branche les conducteurs ohmiques de résistances respectives R et R_0 en série avec un générateur délivrant une tension continue $E \approx 5$ V. Puis, à l'aide de deux voltmètres, on mesure la tension exacte E délivrée par le générateur et la tension U_0 aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_0 .

- 9- Compléter le schéma du circuit ci-contre en indiquant comment brancher les deux voltmètres.
 10- Rappeler l'expression de U_0 en fonction de E , R et R_0 . En déduire l'expression de R en fonction de U_0 , E et R_0 .

 Sans allumer le générateur, réaliser ce montage avec un conducteur ohmique de résistance $R_0 = 2,0 \text{ k}\Omega$.

Appeler le professeur pour validation !



 Allumer le générateur, réaliser les mesures attendues puis éteindre le générateur.

- 11- Noter les valeurs de E et de U_0 mesurées.
 12- A l'aide des précisions des multimètres données avant la question 4-, déterminer les incertitudes-types $u(E)$ et $u(U_0)$ associées à ces mesures.
 13- En déduire une deuxième estimation de la valeur de la résistance R (notée R_2) en l'accompagnant de son incertitude $u(R_2)$ exprimée avec un nombre de chiffres significatifs raisonnable et une unité (on négligera l'incertitude sur la valeur de R_0).

Rappel : Formule des incertitudes composées

Somme	$G = X + Y$	$u(G) = \sqrt{u^2(X) + u^2(Y)}$
Différence	$G = X - Y$	
Produit	$G = X \times Y$	
Rapport	$G = \frac{X}{Y}$	$u(G) = G \times \sqrt{\left(\frac{u(X)}{X}\right)^2 + \left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2}$
Relation affine	$G = a \times X + b$	$u(G) = a \times u(X)$

III- MESURE DIRECTE A L'AIDE D'UN OHMMÈTRE

C'est finalement la méthode la plus simple par laquelle nous terminons ! Elle consiste à déterminer la valeur de la résistance inconnue à l'aide d'un ohmmètre dont le symbole est le suivant.



Les deux bornes COM et V de l'ohmmètre doivent être placées de part et d'autre du conducteur ohmique ; quant au choix du calibre, on procède comme pour un ampèremètre ou pour un voltmètre : on commence en général par le plus grand disponible, puis on le diminue jusqu'à ce que la mesure devienne impossible : le meilleur calibre est alors celui immédiatement supérieur.

L'incertitude $u(R)$ sur cette méthode de mesure est donnée par la relation : $u(R) = \frac{\text{précision}}{\sqrt{3}}$ où la précision dépend du multimètre utilisé et du calibre choisi pour chacun. On admettra ici que la précision donnée par la notice de l'ohmmètre vaut : **0,5 % de la lecture + 2 digits**.

 Réaliser le montage puis la mesure en choisissant le meilleur calibre sur l'ohmmètre.

- 14- Noter la valeur de résistance R_3 mesurée.
 15- Déterminer l'incertitude-type $u(R_3)$ sur cette mesure.
 16- Proposer une écriture du résultat expérimental de cette troisième mesure R_3 en l'accompagnant de son incertitude $u(R_3)$ exprimée avec un nombre de chiffres significatifs raisonnable et une unité.
 17- Comparer R_1 avec R_3 puis R_2 avec R_3 .

Fiche Technique 06 – La régression linéaire

Imaginons qu'un modèle théorique prédise que deux grandeurs physiques x et y sont reliées par une fonction affine s'écrivant mathématiquement sous la forme $y = f(x) = ax + b$; on rappelle que dans cette écriture, a est la pente (ou coefficient directeur) et b l'ordonnée à l'origine.

Imaginons d'autre part qu'on dispose expérimentalement de plusieurs couples de valeurs $\{x_n ; y_n\}$. Pour vérifier si ces mesures sont en accord avec le modèle théorique affine, on va réaliser une régression linéaire.

◆ Partie A : Tracé de la « meilleure droite »

- On porte les différents couples de valeurs $\{x_n ; y_n\}$ sur le graphique $y = f(x)$:
 - # Si ces points ne semblent pas alignés, on ne trace pas de droite de régression linéaire (mais d'autres modèles pourraient convenir comme des paraboles, des exponentielles ...)
 - # Si ces points semblent alignés, on trace une droite de régression linéaire en choisissant la « meilleure droite » : il s'agit de celle qui passe au plus près des points expérimentaux : cette droite doit passer par un maximum de points expérimentaux et, si des points expérimentaux ne sont pas sur cette droite, il doit y avoir autant de points expérimentaux au-dessus de celle-ci qu'en-dessous.

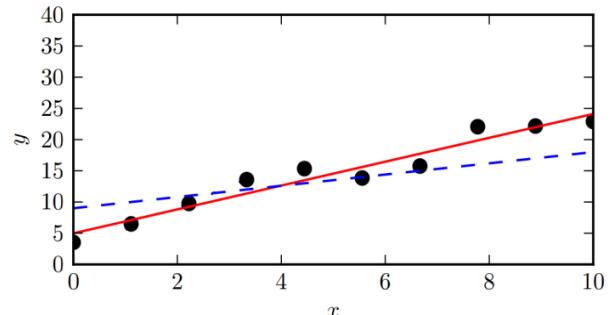


Figure 1 – Illustration de la « meilleure droite » de régression linéaire

La droite en traits pleins est celle qui passe au plus près des points noirs.

La droite pointillée n'est pas convenable car il y a plus de points expérimentaux au-dessus de celle-ci qu'en-dessous.



Pour tracer la **droite de régression linéaire** $y = f(x)$ à partir de couples de valeurs $\{x_n ; y_n\}$, il faut écrire les lignes de programme ci-dessous :

```
• p = np.polyfit(X, Y, 1)          # Ligne de programme qui crée un polynôme de degré 1 (donc de type  $y = ax + b$ ).  
• y_reg = p[0]*x + p[1]           # Ligne de programme qui calcule les valeurs de  $y$  selon le modèle de la régression linéaire,  $p[0]$  représentant le coefficient directeur de la droite de régression linéaire et  $p[1]$  son ordonnée à l'origine.  
• plt.plot(x, y_reg, 'r:')        # Ligne de programme qui affiche la droite de régression linéaire  $y_{reg} = f(x)$  sous la forme d'une droite pointillée rouge (r:).
```

◆ Partie B : Validation (ou invalidation) qualitative du modèle affine

Le but de cette étape est de savoir si la droite tracée dans la 1^{ère} étape est valide ou non. Pour cela, il faut tenir compte du fait que toutes les valeurs expérimentales x_n et y_n sont respectivement entachées d'une incertitude $u(x_n)$ et $u(y_n)$.

On va alors remplacer chaque point expérimental $\{x_n ; y_n\}$ par une croix constituée d'une **barre d'incertitude horizontale** tracée entre $x_n - u(x_n)$ et $x_n + u(x_n)$ et d'une **barre d'incertitude verticale** tracée entre $y_n - u(y_n)$ et $y_n + u(y_n)$.

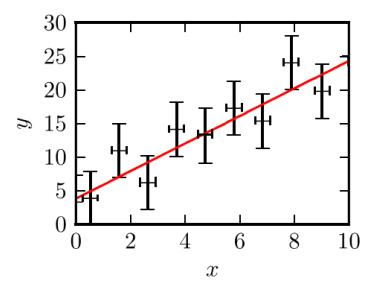
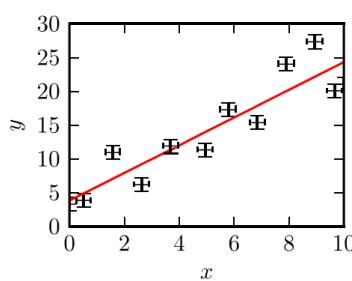
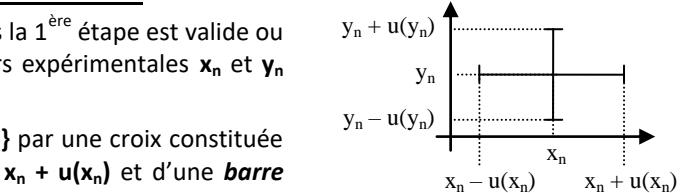
On superpose ensuite la droite de régression linéaire tracée précédemment à l'ensemble des croix associées à chaque point expérimental.

► Pour que la régression linéaire valide le modèle affine, il faut que la droite qui lui est associée intercepte au moins une des deux barres d'incertitude pour TOUS les points expérimentaux.

Figure 2 – Validation (ou invalidation) de la régression linéaire.

La régression linéaire de gauche n'est pas validée car trop peu de points expérimentaux ont leurs barres d'incertitudes interceptées par la droite de régression linéaire.

La régression linéaire de droite est validée car tous les points expérimentaux ont au moins une de leur barre d'incertitude interceptée par la droite de régression linéaire.



Pour afficher les **barres d'incertitude horizontale et verticale** sur chaque point expérimental $\{x_n ; y_n\}$, il faut écrire les lignes de programme ci-dessous :

```
• u_x = .....                      # Ligne de programme qui indique comment calculer l'incertitude-type  $u(x)$  sur l'abscisse X.  
• u_y = .....                      # Ligne de programme qui indique comment calculer l'incertitude-type  $u(y)$  sur l'ordonnée Y.  
• plt.errorbar(x, y, xerr = 2*u_x, fmt = 'b,')    # Ligne de programme qui trace la barre d'incertitude horizontale de largeur 2  $u(x)$  pour chaque point expérimental.  
• plt.errorbar(x, y, yerr = 2*u_y, fmt = 'b,')    # Ligne de programme qui trace la barre d'incertitude verticale de largeur 2  $u(y)$  pour chaque point expérimental.
```

◆ Partie C : Validations plus précises du modèle affine

Pour valider (ou invalider) plus précisément un modèle affine, il existe des critères plus pertinents que celui des barres d'incertitudes évoqué précédemment :

Méthode des ECARTS NORMALISES

Pour chaque point expérimental, on peut calculer l'**écart normalisé (ou z-score)** entre la valeur de y_{exp} obtenue expérimentalement et la valeur y_{reg} fournie par la régression linéaire, en tenant compte de l'incertitude $u(y_{exp})$ caractérisant la valeur expérimentale selon la formule ci-contre :

$$EN = \frac{|y_{exp} - y_{reg}|}{u(y_{exp})}$$

► Pour que la régression linéaire valide le modèle affine, il faut que l'écart normalisé de chaque point expérimental soit inférieur à 2

Méthode des RESIDUS

Pour chaque point expérimental, on peut calculer le **résidu** entre la valeur de y_{exp} obtenue expérimentalement et la valeur y_{reg} fournie par la régression linéaire selon la formule $R = y_{exp} - y_{reg}$. Chaque résidu est alors accompagné d'une barre d'incertitude verticale tracée entre $R - u(y_{exp})$ et $R + u(y_{exp})$.

► Pour que la régression linéaire valide le modèle affine, il faut que toutes les barres verticales interceptent la droite d'équation « Résidu = 0 ».