DM7 _ Corrigé
16/01/2026

## Exercice 1_

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -25 \\ x + 2y - 3z = 20 \\ 3x + y - 2z = 14 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ $L_1 \leftrightarrow L_2$
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 20 \\ 2x - 3y + 4z = -25 \\ 3x + y - 2z = 14 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$, $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 20 \\ -7y + 10z = -65 \\ -5y + 7z = -46 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ $L_3 \leftarrow 7L_3 - 5L_2$
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 20 \\ -7y + 10z = -65 \\ -z = 3 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} x = 20 - 2y + 3z = 20 - 2 \times 5 + 3 \times (-3) = 20 - 10 - 9 = 1 \\ y = \frac{65}{7} + \frac{10}{7} z = \frac{65}{7} + \frac{10}{7} \times (-3) = \frac{65 + 300}{7} = \frac{35}{7} = 5 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \{(1, 5, -3)\}}$$

## Exercice 2.

- $\boxed{\mathcal{D}_f = ]0,+\infty[}$

- $f$ dérivable sur $]0,+\infty[$. $\forall x>0$, $f'(x) = 1\times \ln(x) + x\times\frac{1}{x} = \ln(x)+1$

- $f'(x) = 0 \iff \ln(x) = -1 \iff x = e^{-1} = \frac{1}{e} > 0$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{e}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $\|\|$ $0$ | $\searrow$ | $-\frac{1}{e}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

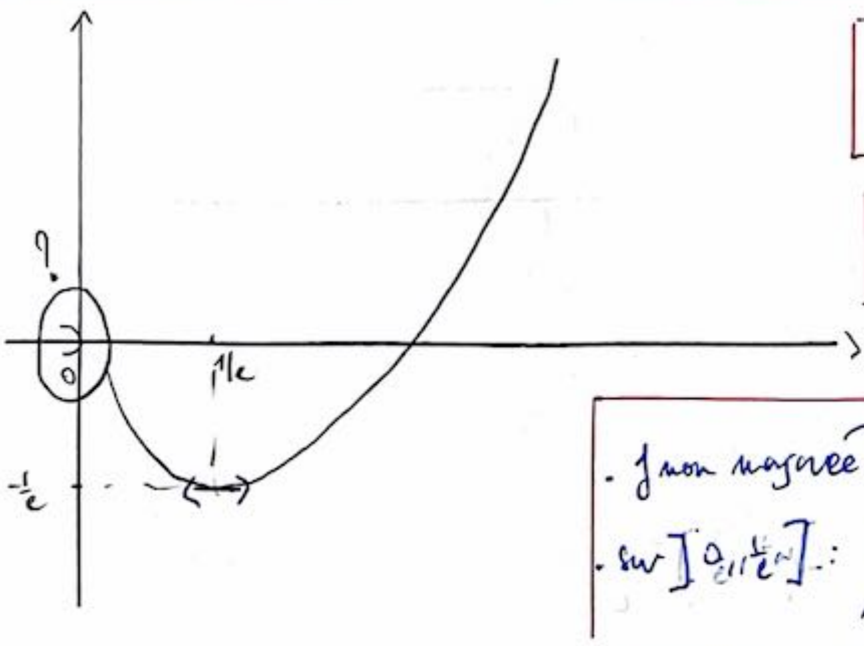
- <u>en 0</u> : par C.C, $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(x) = 0$

- $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}\ln(e) = -\frac{1}{e}$

- <u>en $+\infty$</u> : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

  $\frac{f(x)}{x} = \ln(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$ donc $\mathcal{C}_f$ admet une branche parabolique verticale en $+\infty$

- <u>$\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale en $\left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right)$</u>




$\boxed{f(]0,+\infty[) = [-\frac{1}{e}, +\infty[}$

$\boxed{f([\frac{1}{e},+\infty[) = [-\frac{1}{e}, +\infty[}$

- $f$ non majorée / minorée par $-\frac{1}{e}$, atteint en $\frac{1}{e}$
- sur $]0, \frac{1}{e}]$ : majorée par 0, non atteint
  minorée par $-\frac{1}{e}$, atteint en $\frac{1}{e}$