

DS 6 – Mathématiques

Mercredi 18 février 2026

Durée de l'épreuve : 2 heures 30

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la **clarté et la précision des raisonnements** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à **encadrer**, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs et les conclusions de leurs raisonnements.

L'usage de document est interdit ainsi que celui de la calculatrice. Les téléphones portables doivent être éteints.

Le devoir est composé d'un exercice d'informatique et de trois exercices de mathématiques.

L'informatique doit être traitée sur une feuille à part.

Exercice 1 (Informatique - langage PYTHON). :

1. Écrire une fonction qui renvoie le maximum d'une liste de nombres.
2. Écrire une fonction qui prend en argument une liste de nombres L , et qui renvoie l'inverse de l'exponentielle du dernier élément de la liste L .
3. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{n + u_n}$$

- (a) Écrire une fonction `suite(n)` qui pour tout entier n , renvoie la valeur de u_n
- (b) Écrire une fonction `liste_termes(n)` qui renvoie la liste des n premiers termes de la suite (u_n)
(on essaiera de ne pas utiliser la fonction *suite* de la question précédente)

Exercice 2. : On considère la fonction f d'expression :

$$f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\ln(x)}$$

1. Faire l'étude **complète** de f sur son ensemble de définition.
Pour le signe de $f'(x)$, on pourra étudier le signe de $t \ln(t)$, pour tout $t \in]0, 1[$
2. Montrer que f est bijective d'un intervalle I dans un intervalle J à préciser.

Exercice 3. : On se donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{e^{2x} + 1}$.
Montrer que f est bijective de $\mathbb{R}$ dans $]1, +\infty[$ et déterminer f^{-1} .

Exercice 4. Deux joueurs A et B jouent aux échecs sans discontinuer. Le joueur B gagne la première partie.

Si A remporte une partie, la probabilité qu'il remporte la suivante est $0,6$;

Si B remporte une partie, la probabilité qu'il remporte la suivante est $0,5$.

1. On note p_k la probabilité que B remporte la k ième partie ($k \geq 1$). Montrer que (p_k) est une suite arithmético-géométrique, et déterminer une expression de p_k en fonction de k .
2. Dans cette question, on suppose que A et B font n parties, $n \in \mathbb{N}^*$.
 - (a) Déterminer la probabilité que B gagne toutes les parties.
 - (b) Déterminer la probabilité que B perde au moins une partie.
 - (c) Déterminer la probabilité que B gagne deux parties, c'est à dire la première et une autre.