

- Cinématique du point -

Notions et contenus	Capacités exigibles
Repérage dans l'espace et dans le temps - Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement.	- Choisir un référentiel adapté à la description du mouvement étudié.
Cinématique du point - Description du mouvement d'un système par celui d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. - Système des coordonnées cartésiennes.	- Exprimer, à partir d'un schéma, le déplacement élémentaire et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes. - Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes.
- Mouvement rectiligne uniformément accéléré.	- Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré.
- Mouvement de vecteur accélération constant.	- Établir l'expression de la vitesse et de la position en fonction du temps. - Déterminer la vitesse en une position donnée. - Obtenir l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes. - (TP) Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération

Mécanique

Cinématique

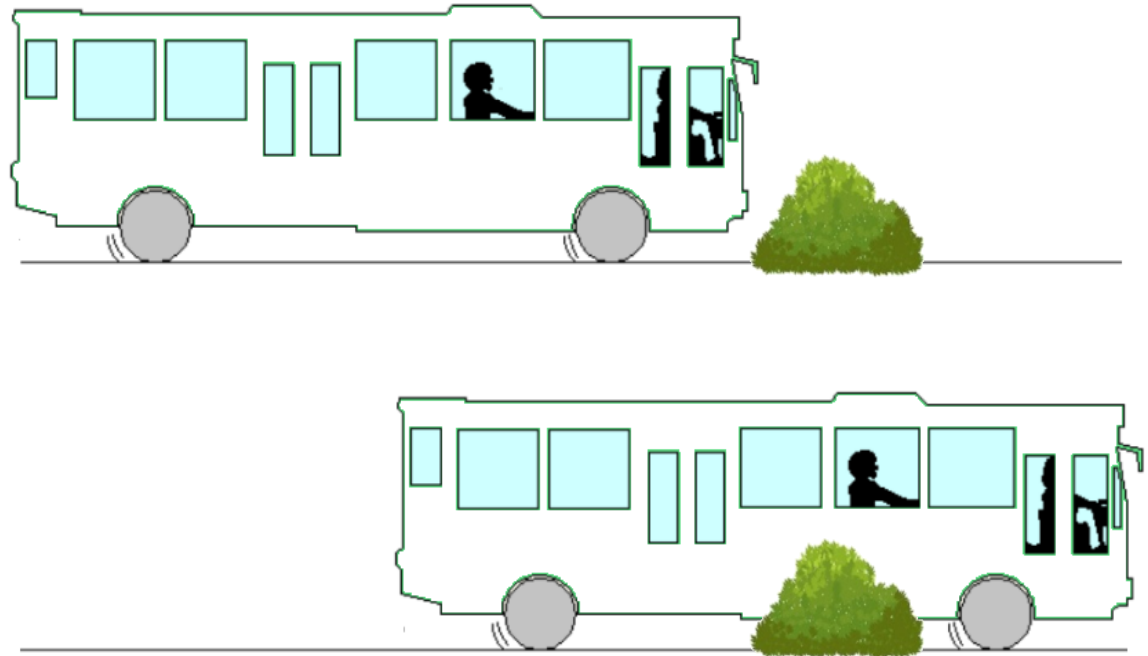
Point matériel

I- Repérage de la position d'un point matériel dans l'espace et dans le temps

1) Notion de référentiel

☛ Définition :

Un référentiel est un **objet défini arbitrairement comme fixe**, par rapport auquel sont repérées les positions du système dont on étudie le mouvement.



☛ Conclusion : Le mouvement d'un point matériel **dépend du référentiel dans lequel on se place** pour l'étudier : on dit que **le mouvement est RELATIF**.



En mécanique classique, **le mouvement est RELATIF**, mais **le temps est ABSOLU**, c'est-à-dire que le temps a la même valeur quel que soit le référentiel d'étude. Ce n'est plus le cas en mécanique relativiste

☛ Conclusion : Le mouvement d'un point matériel *dépend du référentiel dans lequel on se place* pour l'étudier : on dit que *le mouvement est RELATIF*.

On munit le **REFERENTIEL** d'étude de **2 REPERES** :

➡ un repère d'ESPACE

➡ un repère de TEMPS

ATTENTION!

REFERENTIEL $\neq$ REPERE

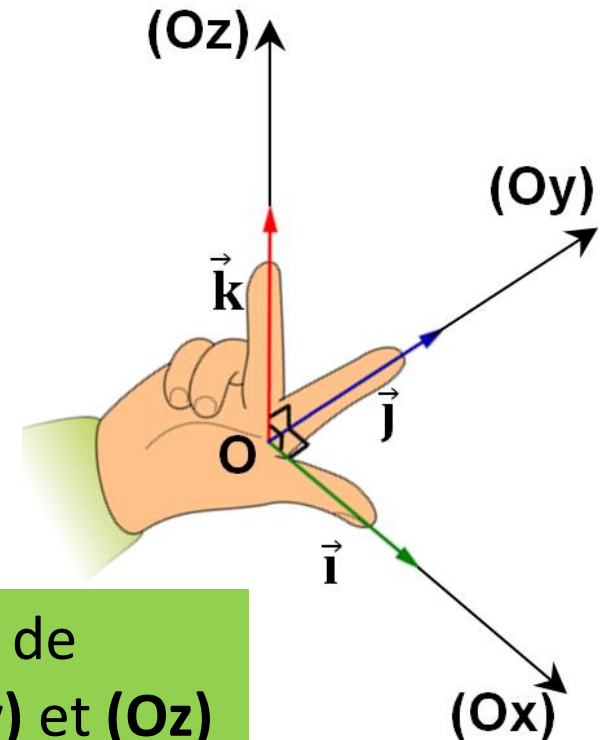
- Pour *un référentiel* donné, il existe *une infinité de repères* différents

- Repère le plus simple = repère CARTESIEN

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

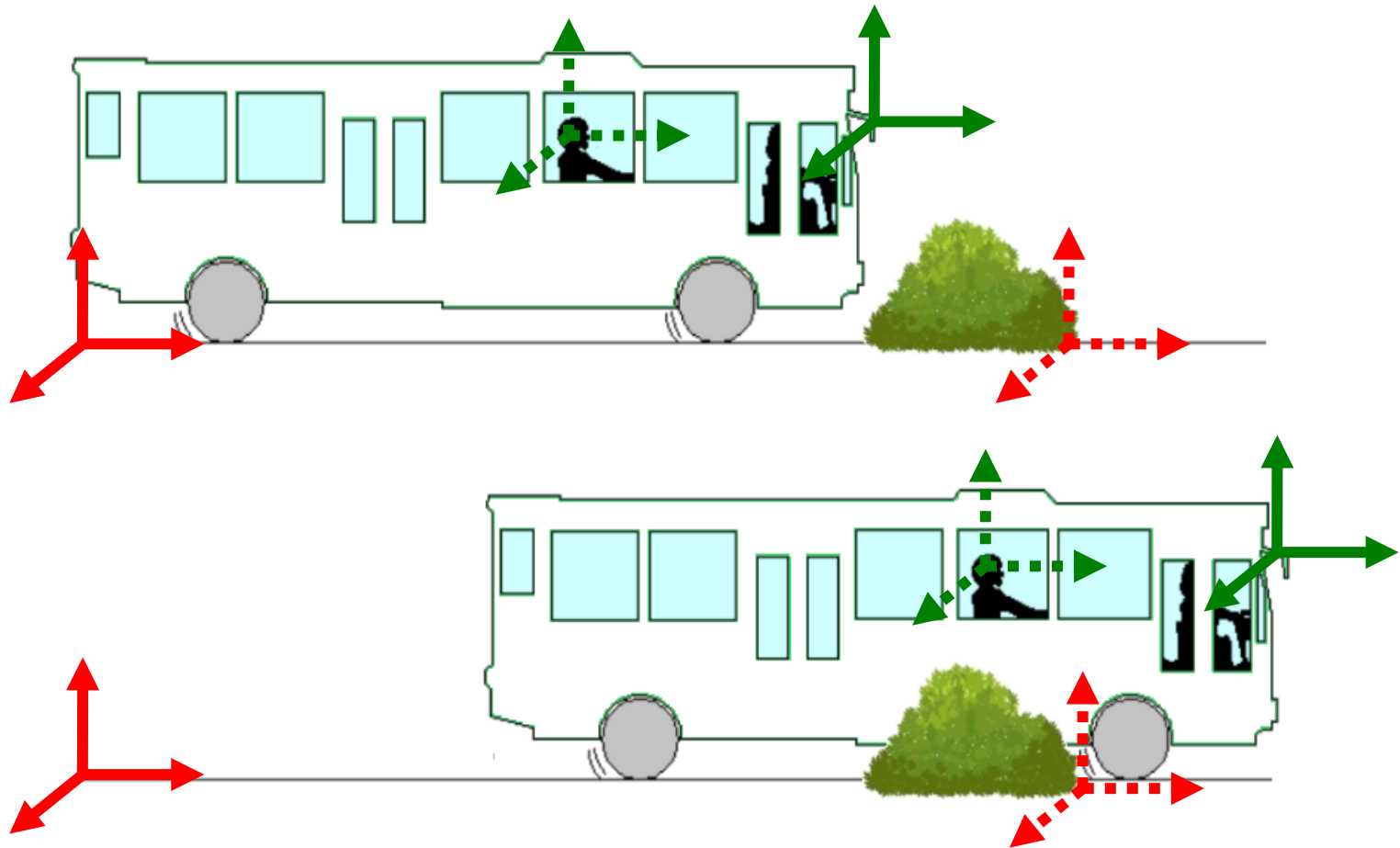
Origine

Base orthonormée directe de
3 vecteurs pour 3 axes (Ox), (Oy) et (Oz)



Application 1 :

a) Sur la 1^{ère} photo du bus qui roule (page précédente), dessiner **en rouge** 2 repères différents associés au référentiel « terrestre » et **en vert** 2 repères différents associés au référentiel « bus ». Indiquer où se situent ces repères sur la 2^{ème} photo.



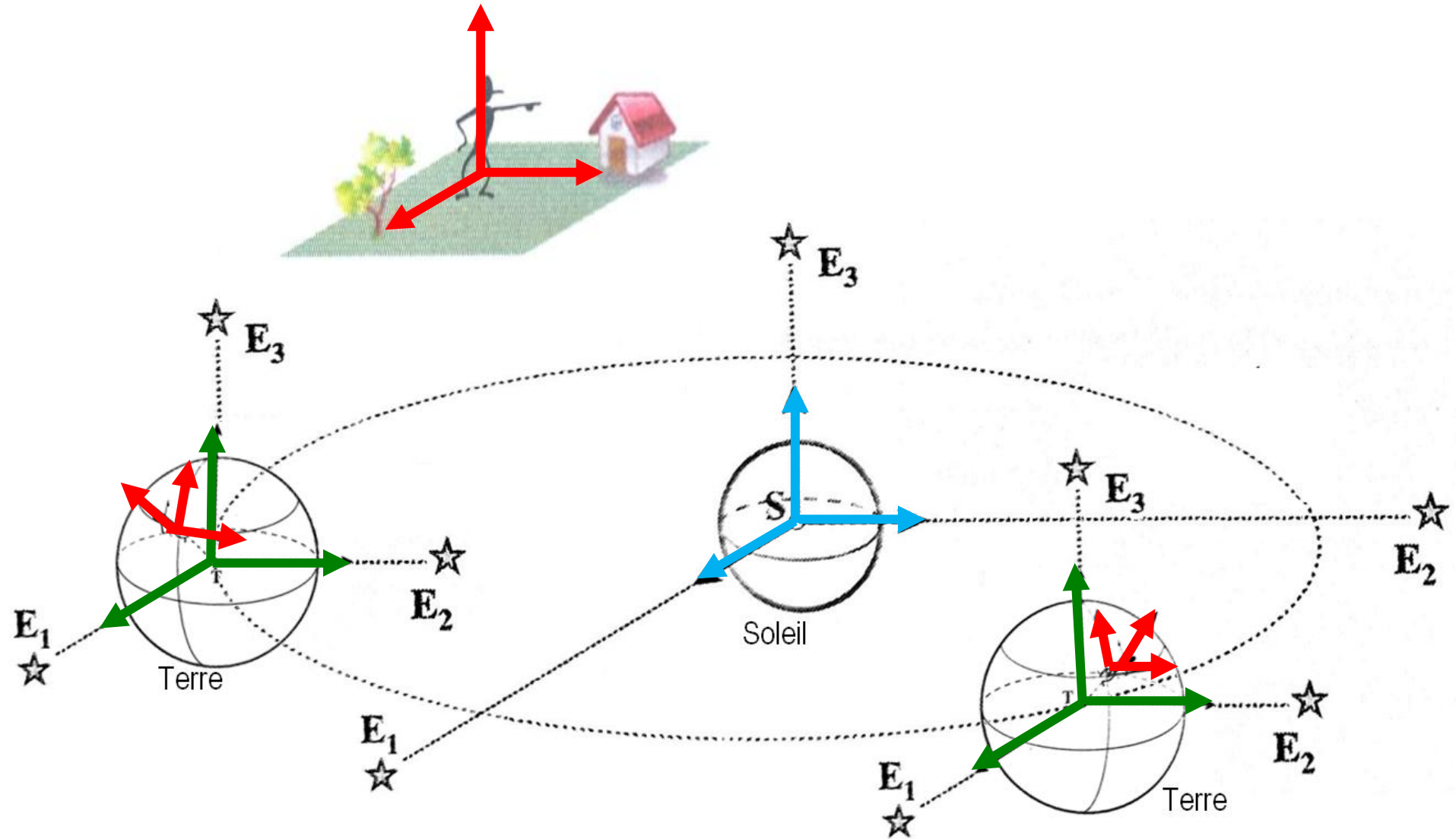
b) Proposer deux origines des temps différentes. Instant où l'avant du bus atteint le buisson, instant où le passager du bus atteint le buisson ...

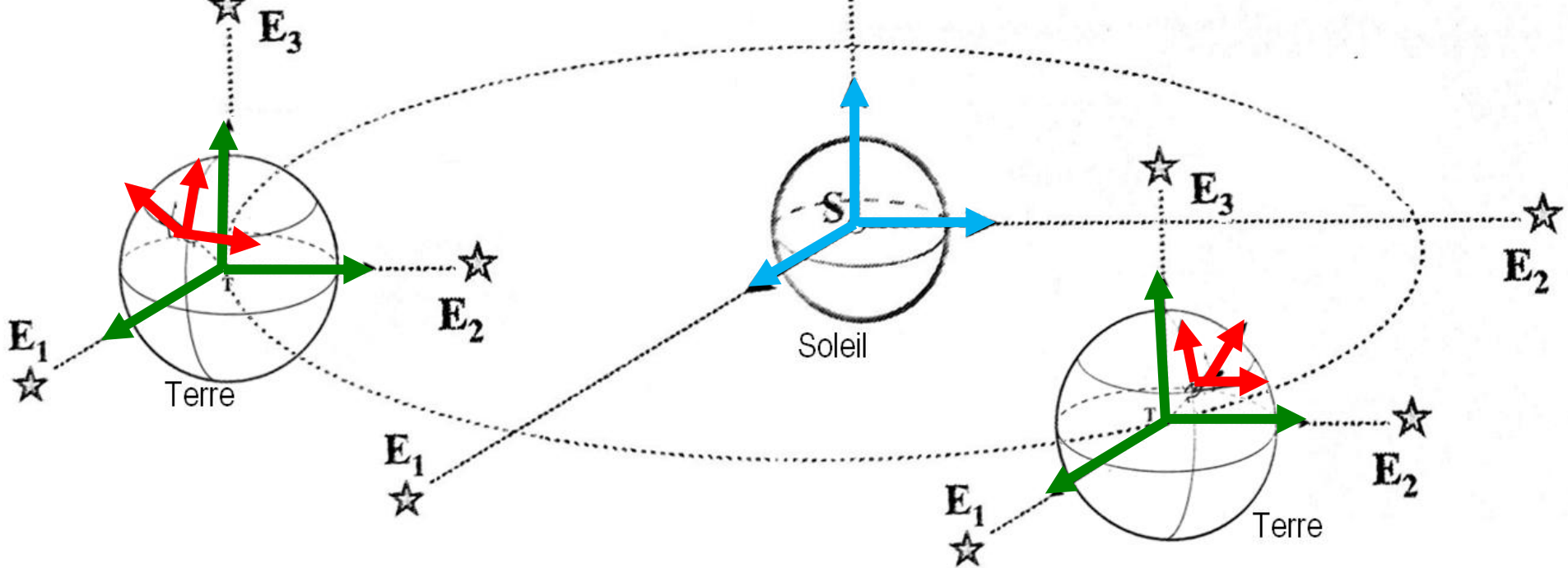
b) Proposer deux origines des temps différentes. Instant où l'avant du bus atteint le buisson, instant où le passager du bus atteint le buisson ...

2) Les référentiels usuels

Référentiel	Définition	Propriétés
Terrestre	Les repères associés ont une <u>origine</u> située en un point quelconque de la surface de la Terre et leurs <u>axes</u> sont ancrés au sol .	Les axes des repères liés à ce référentiel tournent en même temps que la Terre tourne sur elle-même.
Géocentrique	Les repères associés ont une <u>origine</u> située au centre de la Terre et les 3 <u>axes</u> pointent vers 3 étoiles « fixes » E1, E2, E3 (c'est-à-dire suffisamment lointaines pour nous paraître fixes sur la durée du problème).	Les axes des repères liés à ce référentiel ne tournent pas en même temps que la Terre tourne sur elle-même ni en même temps que la Terre tourne autour du Soleil.
Héliocentrique	Les repères associés ont une <u>origine</u> située au centre du Soleil et les 3 <u>axes</u> pointent vers 3 étoiles « fixes » E1, E2, E3.	

🔗 **Application 2** : Sur la figure ci-dessous, surligner **en rouge** les repères associés au référentiel terrestre, **en vert** les repères associés au référentiel géocentrique et **en bleu** le repère associé au référentiel héliocentrique.

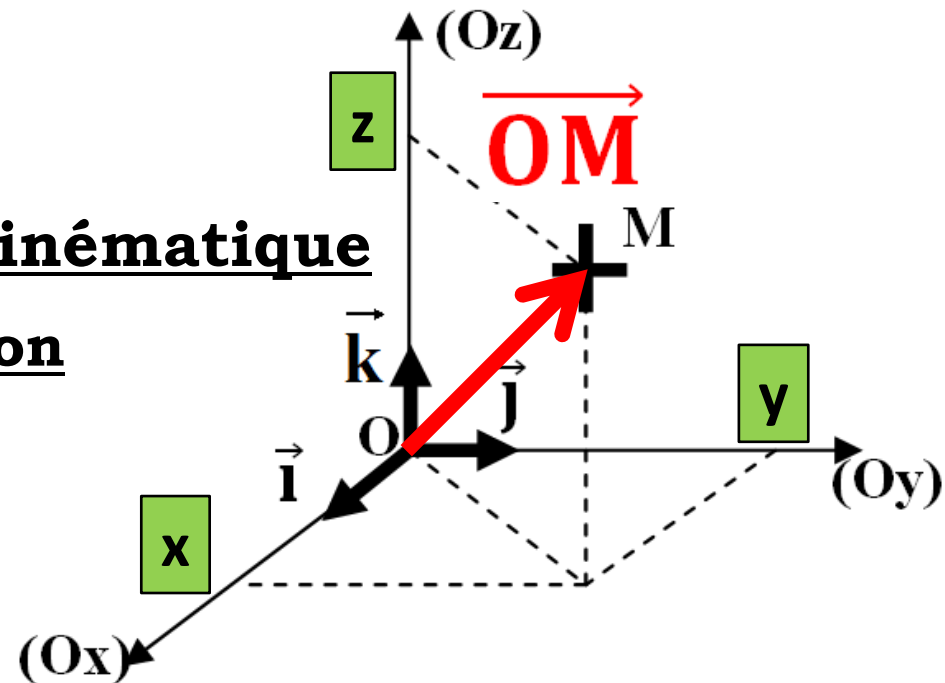




II- Les vecteurs utilisés en cinématique

1) Le vecteur position

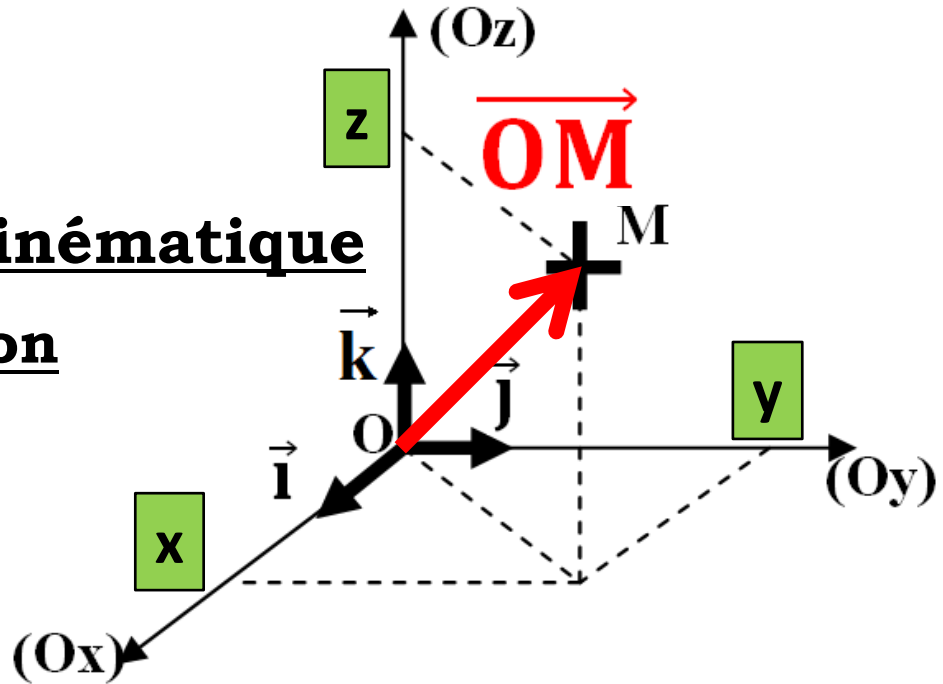
Coordonnées cartésiennes du point **M** notées **(x, y, z)**



II- Les vecteurs utilisés en cinématique

1) Le vecteur position

Coordonnées cartésiennes du point **M** notées **(x, y, z)**



vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM} = \mathbf{x} \times \vec{i} + \mathbf{y} \times \vec{j} + \mathbf{z} \times \vec{k} \quad \text{ce qui se note} \quad \overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}$$

➡ Les coordonnées **x**, **y** et **z** :

- peuvent prendre n'importe quelle valeur ;
- ont une valeur qui dépend du temps :

EQUATIONS HORAIRES $\mathbf{x(t)}$, $\mathbf{y(t)}$ et $\mathbf{z(t)}$

vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM} = \boxed{x} \times \vec{i} + \boxed{y} \times \vec{j} + \boxed{z} \times \vec{k} \quad \text{ce qui se note} \quad \overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

✎ Application 3 : Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la position du centre d'inertie d'un système est donnée à chaque instant par les équations horaires :

$$x = 0 \quad ; \quad y = t + 1 \quad ; \quad z = -t^2 + 4t + 2$$

Compléter le tableau ci-dessous pour déterminer les coordonnées du vecteur position du centre d'inertie au cours du temps puis pour tracer sa trajectoire.

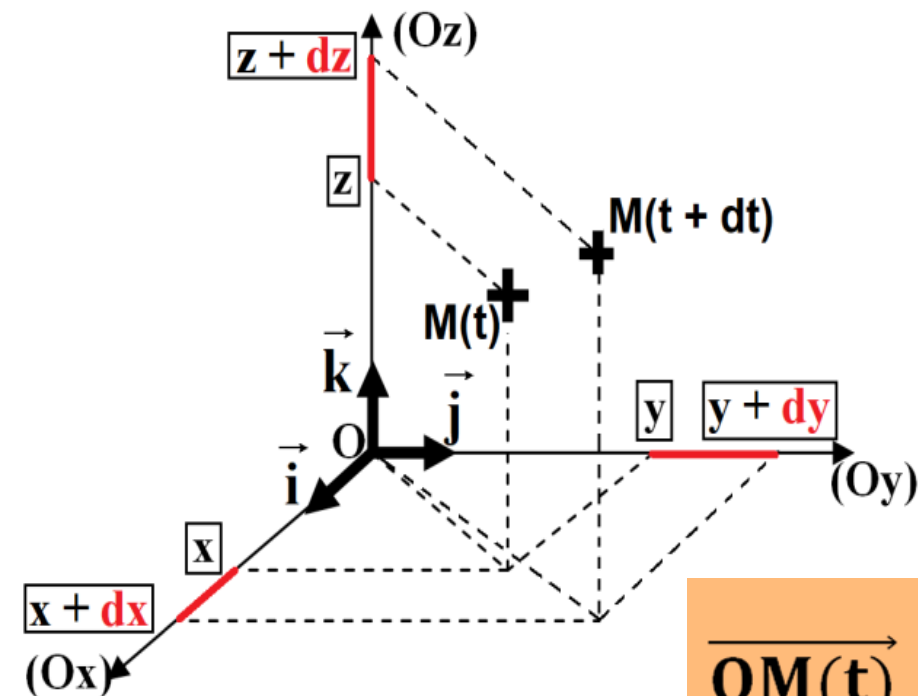
Coordonnées du vecteur position du centre d'inertie

Date	$t_0 = 0 \text{ s}$	$t_1 = 1 \text{ s}$	$t_2 = 2 \text{ s}$	$t_3 = 3 \text{ s}$	$t_4 = 4 \text{ s}$
x	0	0	0	0	0
y	1	2	3	4	5
z	2	5	6	5	2

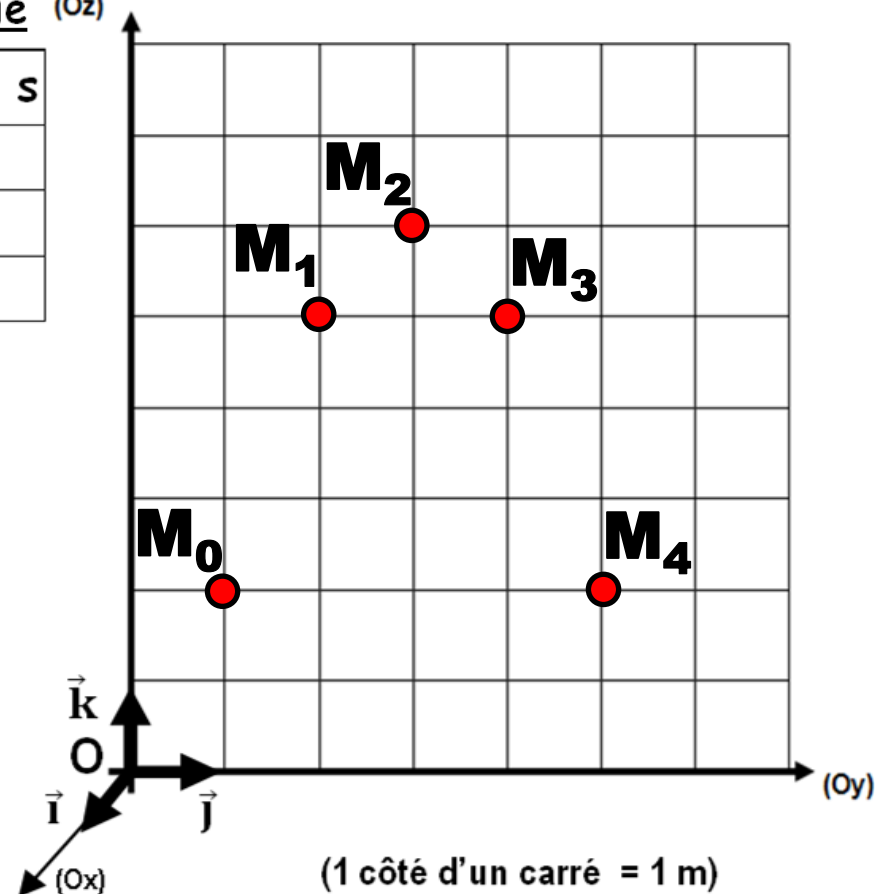
Coordonnées du vecteur position du centre d'inertie ^(Oz)

Date	$t_0 = 0 \text{ s}$	$t_1 = 1 \text{ s}$	$t_2 = 2 \text{ s}$	$t_3 = 3 \text{ s}$	$t_4 = 4 \text{ s}$
x	0	0	0	0	0
y	1	2	3	4	5
z	2	5	6	5	2

2) Le vecteur « déplacement élémentaire »

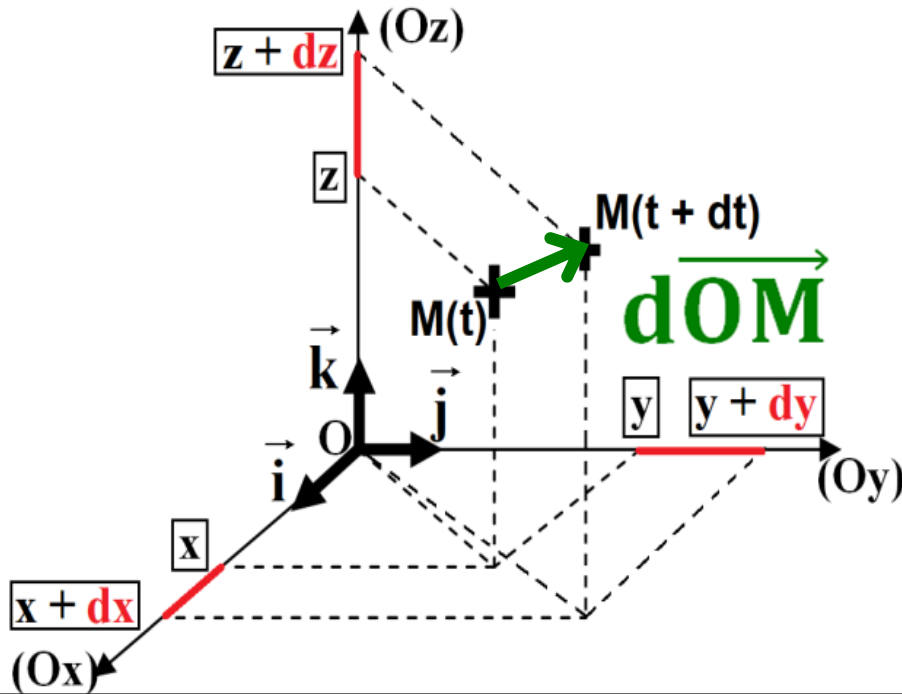


$$\overrightarrow{OM}(t) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



$$\overrightarrow{OM}(t+dt) \begin{pmatrix} x+dx \\ y+dy \\ z+dz \end{pmatrix}$$

2) Le vecteur « déplacement élémentaire »



$$\overrightarrow{OM(t)} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM(t+dt)} \begin{pmatrix} x+dx \\ y+dy \\ z+dz \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{dOM} = \overrightarrow{OM(t+dt)} - \overrightarrow{OM(t)} = \overrightarrow{M(t)M(t+dt)}$$

➔ Orientation du vecteur déplacement élémentaire :

Tangent à la trajectoire en $M(t)$ et orienté dans le sens du mouvement

➔ Coordonnées cartésiennes du vecteur déplacement élémentaire :

$$\overrightarrow{dOM} \begin{pmatrix} x+dx-x \\ y+dy-y \\ z+dz-z \end{pmatrix} \leftrightarrow \overrightarrow{dOM} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

ce qui signifie que $\overrightarrow{dOM} = dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}$

2) Le vecteur « déplacement élémentaire »

$$\overrightarrow{dOM} = \overrightarrow{OM(t + dt)} - \overrightarrow{OM(t)} = \overrightarrow{M(t)M(t + dt)}$$

➔ Orientation du vecteur déplacement élémentaire :

Tangent à la trajectoire en $M(t)$ et orienté dans le sens du mouvement

➔ Coordonnées cartésiennes du vecteur déplacement élémentaire :

$$\overrightarrow{dOM} \begin{pmatrix} x + dx - x \\ y + dy - y \\ z + dz - z \end{pmatrix} \leftrightarrow \overrightarrow{dOM} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

ce qui signifie que $\overrightarrow{dOM} = dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}$

3) Le vecteur « vitesse »

➔ Définition : # $M(t)$ = position du point M à l'instant de date t ;

$M(t + dt)$ = position du point M à l'instant de date $t + dt$;

Le vecteur vitesse instantanée du point M à l'instant de date t (noté $\vec{v}_M(t)$) caractérise la **variation temporelle du vecteur position $\overrightarrow{OM}$** entre les instants de date t et $t + dt$:

$$\vec{v}_M(t) = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dt}$$

(Note: In the original image, a green 'm' points to the numerator vector and a green 's' points to the denominator scalar.)

3) Le vecteur « vitesse »

➔ Définition : # $M(t)$ = position du point M à l'instant de date t ;

$M(t + dt)$ = position du point M à l'instant de date $t + dt$;

Le vecteur vitesse instantanée du point M à l'instant de date t (noté $\vec{v}_M(t)$) caractérise la **variation temporelle du vecteur position $\overrightarrow{OM}$** entre les instants de date t et $t + dt$:

$m.s^{-1}$

$$\vec{v}_M(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

➔ Lien entre vecteur vitesse et vecteur position :

Le vecteur vitesse $\vec{v}_M$ est **la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$**

➔ Orientation du vecteur vitesse :

Tangent à la trajectoire en $M(t)$ et orienté dans le sens du mouvement

➔ Coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse :

On rappelle que dans le repère cartésien, $d\overrightarrow{OM} = dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}$

Donc
$$\vec{v}_M(t) = \frac{dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}}{dt}$$

C'est-à-dire :
$$\vec{v}_M(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k}$$

Or :
$$\vec{v}_M(t) = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$$

➔ Lien entre vecteur vitesse et vecteur position :

Le vecteur vitesse $\vec{v}_M(t)$ est la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

➔ Orientation du vecteur vitesse :

Tangent à la trajectoire en $M(t)$ et **orienté dans le sens du mouvement**

➔ Coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse :

On rappelle que dans le repère cartésien, $d\overrightarrow{OM} = dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}$

Donc
$$\vec{v}_M(t) = \frac{dx \times \vec{i} + dy \times \vec{j} + dz \times \vec{k}}{dt}$$

C'est-à-dire :
$$\vec{v}_M(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k}$$

$$\vec{v}_M(t) = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$$

v_x, v_y, v_z sont les **coordonnées du vecteur vitesse** dans le repère cartésien : ce sont les dérivées des coordonnées du vecteur position.

ce qui se note

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix}$$

AUTRE METHODE : $\overrightarrow{OM} = x \times \vec{i} + y \times \vec{j} + z \times \vec{k}$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + x \times \underbrace{\frac{d\vec{i}}{dt}}_{\text{Nuls}} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + y \times \underbrace{\frac{d\vec{j}}{dt}}_{\text{Nuls}} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k} + z \times \underbrace{\frac{d\vec{k}}{dt}}_{\text{Nuls}}$$

Nuls car les vecteurs $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont fixes dans le référentiel choisi

C'est-à-dire : $\vec{v}_{M/R}(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k}$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \boxed{v_x} \times \vec{i} + \boxed{v_y} \times \vec{j} + \boxed{v_z} \times \vec{k}$$

v_x, v_y, v_z sont les **coordonnées du vecteur vitesse** dans le repère cartésien : ce sont les **dérivées des coordonnées du vecteur position**.

ce qui se note

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix}$$

AUTRE METHODE : $\vec{OM} = x \times \vec{i} + y \times \vec{j} + z \times \vec{k}$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \frac{dx}{dt} \times \vec{i} + x \times \underbrace{\frac{d\vec{i}}{dt}}_{\text{Nuls}} + \frac{dy}{dt} \times \vec{j} + y \times \underbrace{\frac{d\vec{j}}{dt}}_{\text{Nuls}} + \frac{dz}{dt} \times \vec{k} + z \times \underbrace{\frac{d\vec{k}}{dt}}_{\text{Nuls}}$$

Nuls car les vecteurs $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont fixes dans le référentiel choisi

➡ Les coordonnées v_x, v_y et v_z :

- peuvent prendre n'importe quelle valeur ;
- ont une valeur qui dépend du temps ;

EQUATIONS HORAIRES $v_x(t), v_y(t)$ et $v_z(t)$



Un vecteur vitesse ayant les coordonnées v_x, v_y et v_z a une norme v telle que :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



Un vecteur vitesse ayant les coordonnées v_x , v_y et v_z a une norme v telle que :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

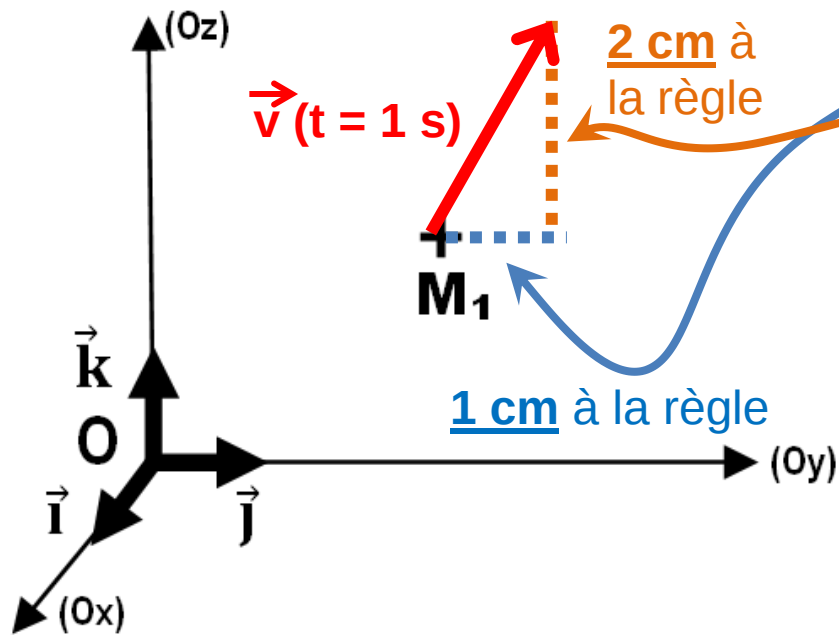
🔗 **Application 4** : Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la position du centre d'inertie d'un système est donnée à chaque instant par les équations horaires :

$$x = 0 \quad ; \quad y = t + 1 \quad ; \quad z = -t^2 + 4t + 2$$

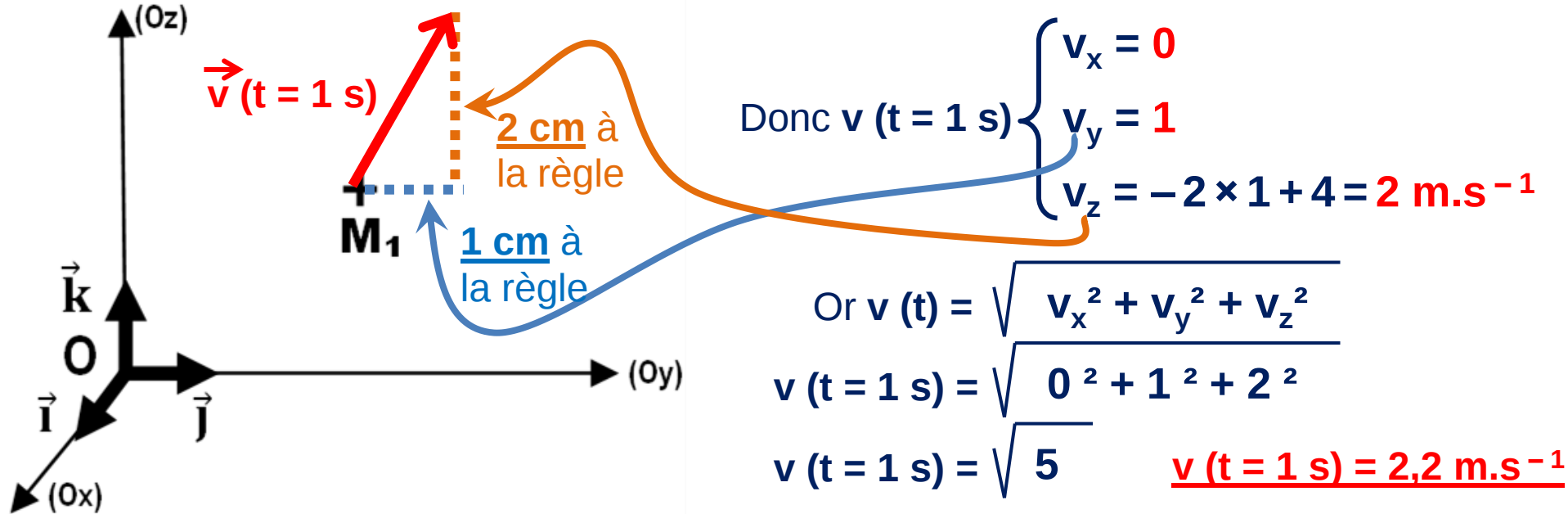
On a repéré la position M_1 du centre d'inertie du système à l'instant de date $t_1 = 1$ s dans le repère ci-contre. Dessiner le vecteur vitesse correspondant avec l'échelle 1 cm pour 1 m.s⁻¹.

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = dx/dt = 0 \\ v_y = dy/dt = 1 \\ v_z = dz/dt = -2t + 4 \end{cases}$$

$$\text{Donc } \vec{v}(t = 1 \text{ s}) \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = 1 \\ v_z = -2 \times 1 + 4 = 2 \text{ m.s}^{-1} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{Or } v(t) &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \\ v(t = 1 \text{ s}) &= \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2} \\ v(t = 1 \text{ s}) &= \sqrt{5} \\ \underline{v(t = 1 \text{ s})} &= \underline{2,2 \text{ m.s}^{-1}} \end{aligned}$$



4) Le vecteur « accélération »

➡ Définition :

Le vecteur accélération instantanée du point M à l'instant de date t (noté $\vec{a}_M(t)$) caractérise la **variation temporelle du vecteur vitesse** $\vec{v}_M$ entre les instants de date t et $t + dt$:

➡ Lien entre vecteur accélération et vecteur vitesse :

Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ est la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_M$.

$$\vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt}$$

Units: $\vec{a}_M(t)$ is in m.s^{-2} , $\vec{v}_M$ is in m.s^{-1} , and dt is in s .

4) Le vecteur « accélération »

➡ Définition :

Le vecteur accélération instantanée du point M à l'instant de date **t** (noté $\vec{a}_M(t)$) caractérise la **variation temporelle du vecteur vitesse** $\vec{v}_M$ entre les instants de date **t** et **t + dt** :

$$\vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt}$$

Diagram illustrating the units of acceleration: $m.s^{-2}$ (pointing to $\vec{a}_M$) and $m.s^{-1}$ (pointing to $\vec{v}_M$). The unit s (pointing to dt) is also shown.

➡ Lien entre vecteur accélération et vecteur vitesse :

Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ est la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_M$.

➡ Lien entre vecteur accélération et vecteur position :

$$\vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \frac{d\left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ est la dérivée seconde du vecteur position $\vec{OM}$.

➡ Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

On rappelle que dans le repère cartésien, $\vec{v} = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$

Donc
$$\vec{a}_M(t) = \frac{d(v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k})}{dt}$$

➡ Lien entre vecteur accélération et vecteur vitesse :

Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ est la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_M$.

➡ Lien entre vecteur accélération et vecteur position :

$$\vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \frac{d\left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ est la dérivée seconde du vecteur position $\vec{OM}$.

➡ Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

On rappelle que dans le repère cartésien, $\vec{v} = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$

Donc
$$\vec{a}_M(t) = \frac{d(v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k})}{dt}$$

$$\vec{a}_M(t) = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{i} + v_x \times \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dv_y}{dt} \times \vec{j} + v_y \times \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dv_z}{dt} \times \vec{k} + v_z \times \frac{d\vec{k}}{dt}$$

Nuls car ces vecteurs sont *fixes dans le référentiel choisi*

$$\vec{a}_M(t) = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \times \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \times \vec{k}$$

4) Le vecteur « accélération »

➡ Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

On rappelle que dans le repère cartésien, $\vec{v} = v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k}$

$$\text{Donc } \vec{a}_{M/R}(t) = \frac{d(v_x \times \vec{i} + v_y \times \vec{j} + v_z \times \vec{k})}{dt}$$

$$\vec{a}_M(t) = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{i} + v_x \times \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dv_y}{dt} \times \vec{j} + v_y \times \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dv_z}{dt} \times \vec{k} + v_z \times \frac{d\vec{k}}{dt}$$

Nuls car ces vecteurs sont *fixes dans le référentiel choisi*

$$\vec{a}_M(t) = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \times \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \times \vec{k}$$

$$\vec{a}_M(t) = \vec{a}_x \times \vec{i} + \vec{a}_y \times \vec{j} + \vec{a}_z \times \vec{k}$$

a_x, a_y, a_z sont les *coordonnées du vecteur accélération* dans le repère cartésien : ce sont les dérivées des coordonnées du vecteur vitesse. ce qui se note

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_M(t) = \boxed{a_x} \times \vec{i} + \boxed{a_y} \times \vec{j} + \boxed{a_z} \times \vec{k}$$

a_x, a_y, a_z sont les **coordonnées du vecteur accélération** dans le repère cartésien : ce sont les **dérivées des coordonnées du vecteur vitesse**.

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{pmatrix}$$

- ➡ Les coordonnées a_x, a_y et a_z : - peuvent prendre n'importe quelle valeur ;
- ont une valeur qui dépend du temps ;

EQUATIONS HORAIRES $a_x(t), a_y(t)$ et $a_z(t)$



Un vecteur accélération ayant les coordonnées a_x, a_y et a_z a une norme a telle que :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

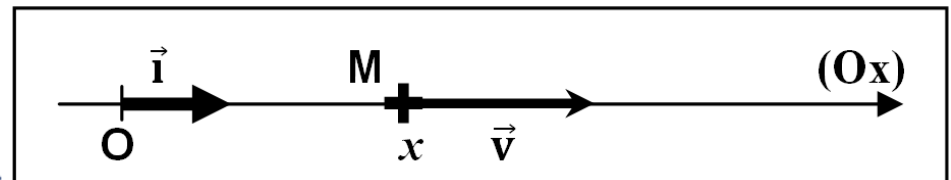
III- Etude de mouvements particuliers

1) Les mouvements rectilignes

$$\# \overrightarrow{OM} = x \times \vec{i}$$

$$\# \vec{v} = v_x \times \vec{i} = \frac{dx}{dt} \times \vec{i}$$

$$\# \vec{a} = a_x \times \vec{i} = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{i} = \frac{d^2x}{dt^2} \times \vec{i}$$

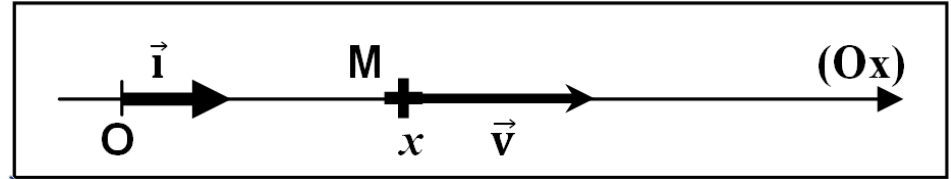


1) Les mouvements rectilignes

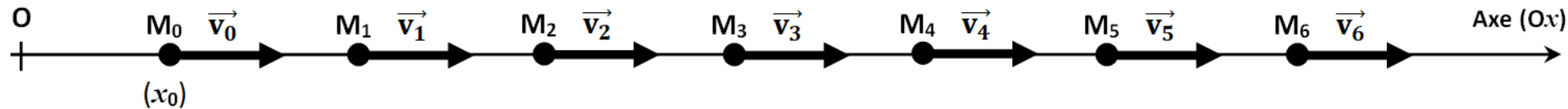
$$\# \overrightarrow{OM} = x \times \vec{1}$$

$$\# \vec{v} = v_x \times \vec{1} = \frac{dx}{dt} \times \vec{1}$$

$$\# \vec{a} = a_x \times \vec{1} = \frac{dv_x}{dt} \times \vec{1} = \frac{d^2x}{dt^2} \times \vec{1}$$



a/ Le mouvement rectiligne UNIFORME



Un mouvement **RECTILIGNE UNIFORME** est caractérisé par un vecteur **vitesse constant**, c'est-à-dire qu'à chaque instant, ce vecteur a la même **direction**, le même **sens** et la même **valeur**.



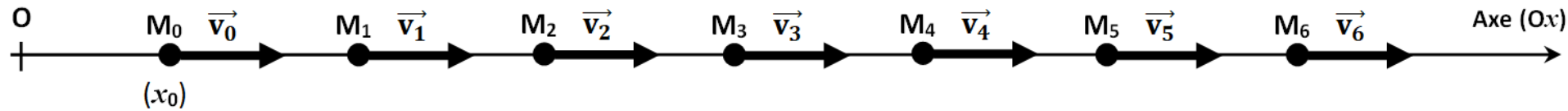
Le vecteur vitesse des autres mouvements uniformes n'est pas constant !

➡ Conséquence sur le vecteur ACCELERATION :

$$\text{A chaque instant, } \vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \vec{0} \quad \text{car } \vec{v} = \vec{C^{te}}$$

1) Les mouvements rectilignes

a/ Le mouvement rectiligne UNIFORME



Un mouvement **RECTILIGNE UNIFORME** est caractérisé par un vecteur **vitesse... constant**, c'est-à-dire qu'à chaque instant, ce vecteur a la même **direction**, le **même sens** et la même **valeur**.

➔ Conséquence sur le vecteur ACCELERATION :

$$\text{A chaque instant, } \vec{a}_M(t) = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \vec{0} \quad \text{car } \vec{v} = \vec{c}^{\text{te}}$$

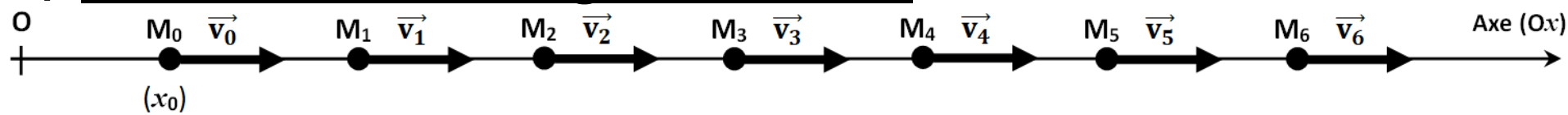
✎ Application 5 : $x(t=0) = x_0$ et $v_x(t=0) = v_0$. Donner l'expression de $a_x(t)$, $v_x(t)$ et $x(t)$.

Pour un mouvement rectiligne uniforme, $\vec{a} = \vec{0}$ donc **$a_x = 0$**

Pour un mouvement rectiligne uniforme, la valeur de v_x est la même à chaque instant. On a donc : **$v_x = v_0$**

Par définition, $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc on obtient x en intégrant v_x .

a/ Le mouvement rectiligne UNIFORME



✎ Application 5 : $x(t=0) = x_0$ et $v_x(t=0) = v_0$. Donner l'expression de $a_x(t)$, $v_x(t)$ et $x(t)$.

Pour un mouvement rectiligne uniforme, $\vec{a} = \vec{0}$ donc $a_x = 0$

Pour un mouvement rectiligne uniforme, la valeur de v_x est la même à chaque instant. On a donc : $v_x = v_0$

Par définition, $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc on obtient x en intégrant v_x .

D'où : $x = v_0 \times t + C$ où C est une constante d'intégration

Or, $x(t=0)$ $= x_0 = v_0 \times 0 + C = C$ donc $C = x_0$

et $x = v_0 \times t + x_0$

b/ Les mouvements rectilignes UNIFORMEMENT VARIES

Un mouvement **RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIE** est caractérisé par un vecteur **accélération constant**, c'est-à-dire qu'à chaque instant, ce vecteur a la même **direction**, le même **sens** et la même **valeur**.

Par définition, $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc on obtient x en intégrant v_x .

D'où : $x = v_0 \times t + C$ où C est une constante d'intégration

Or, $x(t = 0) = x_0 = v_0 \times 0 + C = C$ donc $C = x_0$

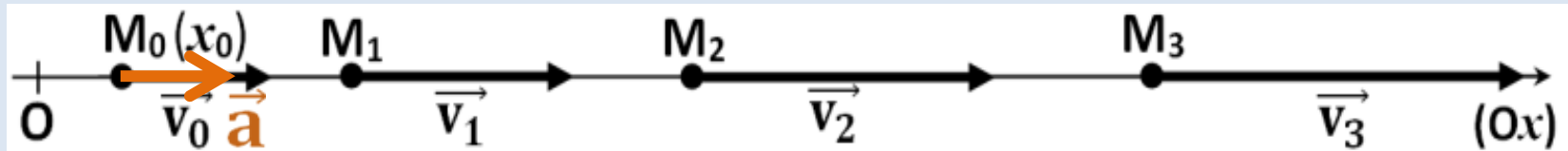
et

$$x = v_0 \times t + x_0$$

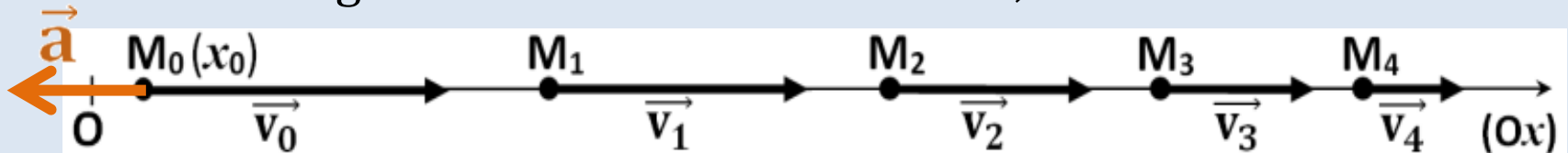
b/ Les mouvements rectilignes UNIFORMEMENT VARIES

Un mouvement **RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIE** est caractérisé par un vecteur **accélération constant**, c'est-à-dire qu'à chaque instant, ce vecteur a la même **direction**, le **même sens** et la même **valeur** :

- Si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont **de MÊME SENS**, on parle de mouvement rectiligne uniformément **accéléré** ;



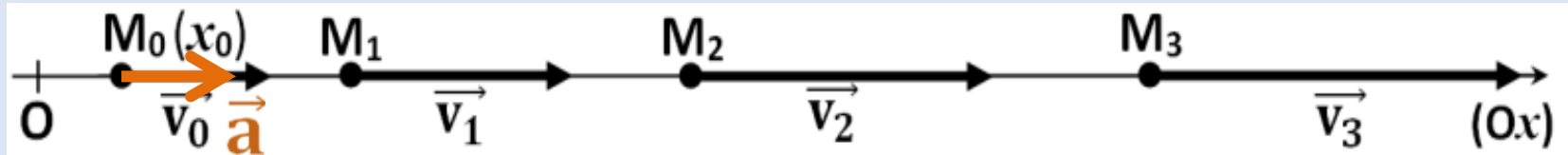
- Si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont **de SENS OPPOSES**, on parle de mouvement rectiligne uniformément **décéléré** ;



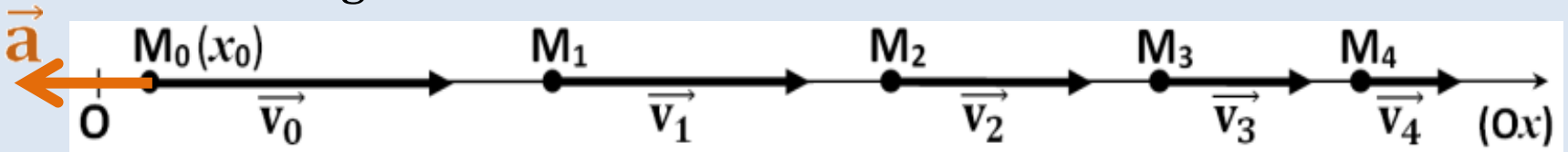
b/ Les mouvements rectilignes UNIFORMEMENT VARIES

Un mouvement **RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIE** est caractérisé par un vecteur **accélération constant**, c'est-à-dire qu'à chaque instant, ce vecteur a la même **direction**, le **même sens** et la même **valeur** :

- Si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont **de MÊME SENS**, on parle de mouvement rectiligne uniformément **accélééré** ;



- Si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont **de SENS OPPOSES**, on parle de mouvement rectiligne uniformément **décéléré** ;



✂ Application 6 : $x(t=0) = x_0$; $v_x(t=0) = v_0$; $a_x(t=0) = a_0$. Donner l'expression de $a_x(t)$, $v_x(t)$ et $x(t)$.

A chaque instant, **$a_x = a_0$** car le mouvement est rectiligne uniformément varié

Par définition, $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ donc on obtient v_x en intégrant a_x .

b/ Les mouvements rectilignes UNIFORMEMENT VARIES

~~✎~~ Application 6 : $x(t=0) = x_0$; $v_x(t=0) = v_0$; $a_x(t=0) = a_0$. Donner l'expression de $a_x(t)$, $v_x(t)$ et $x(t)$.

A chaque instant, $a_x = a_0$ car le mouvement est rectiligne uniformément varié

Par définition, $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ donc on obtient v_x en intégrant a_x .

D'où : $v_x = a_0 \times t + C$ où C est une constante d'intégration.

Or $v_x(\underline{t=0}) = v_0 = a_0 \times 0 + C = C$ donc $C = v_0$ et $v_x = a_0 \times t + v_0$

Par définition, $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc on obtient x en intégrant v_x

Soit $x = a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \times t + C'$ où C' est une constante d'intégration.

Or, $x(\underline{t=0}) = x_0 = a_0 \times \frac{0^2}{2} + v_0 \times 0 + C'$ donc $C' = x_0$

Et finalement,

$$x = a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \times t + x_0$$

Par définition, $\mathbf{v}_x = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$ donc on obtient $\mathbf{x}$ en intégrant $\mathbf{v}_x$

Soit $\mathbf{x} = \mathbf{a}_0 \times \frac{t^2}{2} + \mathbf{v}_0 \times t + \mathbf{C}'$ où $\mathbf{C}'$ est une constante d'intégration.

Or, $\mathbf{x}(\underline{t = 0}) = \mathbf{x}_0 = \mathbf{a}_0 \times \frac{0^2}{2} + \mathbf{v}_0 \times 0 + \mathbf{C}'$ donc $\mathbf{C}' = \mathbf{x}_0$

Et finalement,

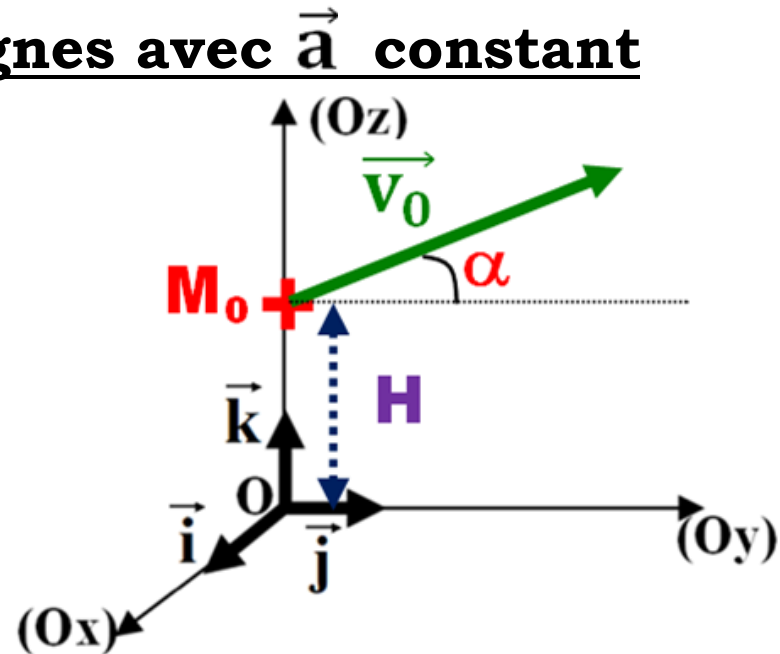
$$\mathbf{x} = \mathbf{a}_0 \times \frac{t^2}{2} + \mathbf{v}_0 \times t + \mathbf{x}_0$$

2) Les mouvements non rectilignes avec $\vec{a}$ constant

Vecteur accélération qui conserve la **même DIRECTION**, le **même SENS** et la **même VALEUR**

~~Application 7~~ : $\vec{a} = -a_0 \vec{k}$ avec $a_0 > 0$

a) Donner les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OM}_0$ en fonction de H et celles du vecteur vitesse initial $\vec{V}_0$ en fonction de v_0 et α .



$$\text{Or, } x(\underline{t = 0}) = x_0 = a_0 \times \frac{0^2}{2} + v_0 \times 0 + C'$$

$$\text{donc } C' = x_0$$

Et finalement,

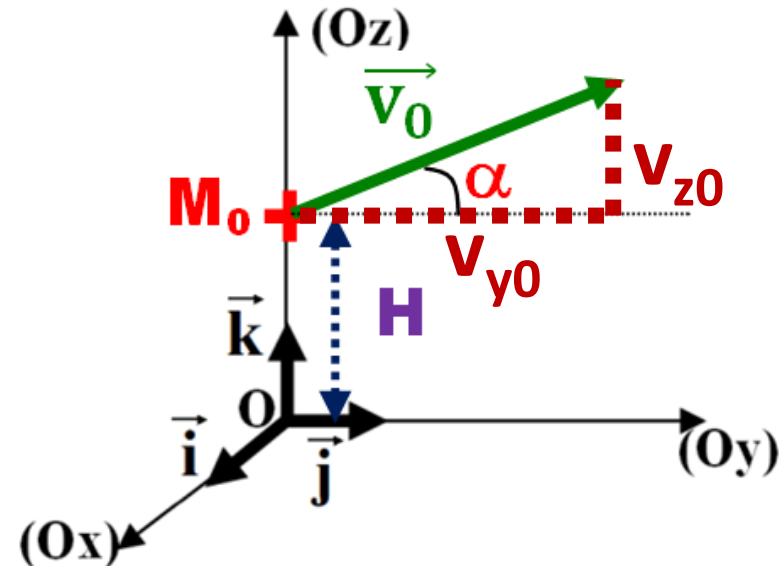
$$x = a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \times t + x_0$$

2) Les mouvements non rectilignes avec $\vec{a}$ constant

Vecteur accélération qui conserve
la **même DIRECTION**, le **même SENS** et la **même VALEUR**

✂ Application 9 : $\vec{a} = -a_0 \vec{k}$

a) Donner les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OM}_0$ en fonction de H et celles du vecteur vitesse initial $\vec{V}_0$ en fonction de v_0 et α .

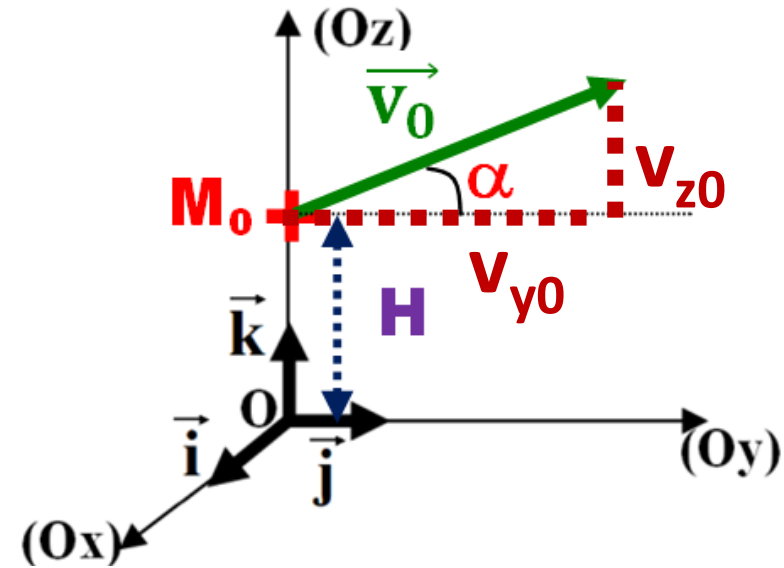


$$\vec{OM}_0 \rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = H \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{v_{y0}}{v_0} \\ \sin(\alpha) = \frac{v_{z0}}{v_0} \end{cases}$$

$$\vec{V}_0 \rightarrow \begin{cases} v_{x0} = 0 \\ v_{y0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{z0} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

2) Les mouvements de vecteur accélération constant

Vecteur accélération qui conserve la **même DIRECTION**, le **même SENS** et la **même VALEUR**



Application 9 : $\vec{a} = -a_0 \vec{k}$

a) Donner les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OM}_0$ en fonction de H et celles du vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ en fonction de v_0 et α .

$$\vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = H \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\alpha) = \frac{v_{y0}}{v_0} \\ \sin(\alpha) = \frac{v_{z0}}{v_0} \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{x0} = 0 \\ v_{y0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{z0} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

b) Donner les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ en fonction de a_0 , v_0 , α et t .

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -a_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{celles de } \vec{v}]{\text{On intègre les coordonnées de } \vec{a} \text{ pour obtenir}} \vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = -a_0 \times t + C_3 \end{cases}$$

a) Donner les coordonnées du vecteur position initial $\overrightarrow{OM_0}$ en fonction de H et celles du vecteur vitesse initial $\overrightarrow{V_0}$ en fonction de v_0 et α .

$$\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = H \end{cases} \quad \begin{matrix} \cos(\alpha) = \frac{v_{y0}}{v_0} \\ \sin(\alpha) = \frac{v_{z0}}{v_0} \end{matrix} \quad \overrightarrow{V_0} \begin{cases} v_{x0} = 0 \\ v_{y0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{z0} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

b) Donner les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ en fonction de a_0 , v_0 , α et t .

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -a_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{celles de } \vec{V}]{\text{On int\`egre les coordonn\`ees de } \vec{a} \text{ pour obtenir}} \vec{V} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = -a_0 \times t + C_3 \end{cases}$$

C_1 , C_2 et C_3 sont 3 constantes d'intégration obtenues grâce aux conditions initiales sur $\vec{V}$.

$$\text{Or, \u00c0 } t = 0, \overrightarrow{V_0} \begin{cases} v_{x0} = 0 & = C_1 \\ v_{y0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) & = C_2 \\ v_{z0} = v_0 \cdot \sin(\alpha) & = -a_0 \times 0 + C_3 = C_3 \end{cases}$$

On a donc finalement :

$$\vec{V} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_z = -a_0 \times t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

b) Donner les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ en fonction de $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{v}_0$, α et t .

$\mathbf{C}_1$, $\mathbf{C}_2$ et $\mathbf{C}_3$ sont 3 constantes d'intégration obtenues grâce aux conditions initiales sur $\vec{V}$.

$$\text{Or, à } t=0, \vec{V}_0 \quad \begin{cases} v_{x0} = 0 & = \mathbf{C}_1 \\ v_{y0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) & = \mathbf{C}_2 \\ v_{z0} = v_0 \cdot \sin(\alpha) & = -\mathbf{a}_0 \times 0 + \mathbf{C}_3 = \mathbf{C}_3 \end{cases}$$

On a donc finalement :

c) Donner les coordonnées du vecteur position $\vec{OM}$ en fonction de $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{v}_0$, α et t .

$$\vec{OM} \quad \begin{cases} x = \mathbf{C}_4 \\ y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + \mathbf{C}_5 \\ z = -\mathbf{a}_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + \mathbf{C}_6 \end{cases}$$

$\mathbf{C}_4$, $\mathbf{C}_5$ et $\mathbf{C}_6$ sont 3 constantes d'intégration obtenues grâce aux conditions initiales sur $\vec{OM}$.

$$\text{Or, à } t=0, \vec{OM}_0 \quad \begin{cases} x_0 = 0 & = \mathbf{C}_4 \\ y_0 = 0 & = v_0 \cdot \cos(\alpha) \times 0 + \mathbf{C}_5 = \mathbf{C}_5 \\ z_0 = H & = -\mathbf{a}_0 \times \frac{0^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \times 0 + \mathbf{C}_6 = \mathbf{C}_6 \end{cases}$$

$$\vec{V} \quad \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_z = -\mathbf{a}_0 \times t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

On intègre les coordonnées de $\vec{V}$ pour obtenir celles de $\vec{OM}$

c) Donner les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction de a_0 , v_0 , α et t .

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = C_4 \\ y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + C_5 \\ z = -a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + C_6 \end{cases}$$

C_4 , C_5 et C_6 sont 3 constantes d'intégration obtenues grâce aux conditions initiales sur $\overrightarrow{OM}$.

$$\text{Or, à } t = 0, \overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 = C_4 \\ y_0 = 0 = v_0 \cdot \cos(\alpha) \times 0 + C_5 = C_5 \\ z_0 = H = -a_0 \times \frac{0^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \times 0 + C_6 = C_6 \end{cases}$$

Et finalement,

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 0 \\ y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \quad (1) \\ z = -a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H \quad (2) \end{cases}$$

d) Donner l'équation de la trajectoire du point M.

De la Relation (1), on déduit : $t = \frac{y}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$ qu'on injecte dans (2) qui devient alors :

Et finalement,

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 0 \\ y = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \quad (1) \\ z = -a_0 \times \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H \quad (2) \end{cases}$$

d) Donner l'équation de la trajectoire du point M.

De la Relation (1), on déduit : $t = \frac{y}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$ qu'on injecte dans (2) qui devient alors :

$$z = -\frac{a_0}{2} \times \left(\frac{y}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + \cancel{v_0 \cdot \sin(\alpha)} \times \frac{y}{\cancel{v_0 \cdot \cos(\alpha)}} + H$$

$$\text{soit : } z = -\frac{a_0}{2 v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \times y^2 + \tan(\alpha) \times y + H$$

A**B****C**

Equation du type : $z = A y^2 + B y + C$ avec $A < 0$

⇒ Parabole renversée