

- Cinématique du point -

♣ Exercice 01 : Balle lancée verticalement

Soit un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ associé au référentiel terrestre, constitué de trois vecteurs unitaires pour les axes (Ox, Oy, Oz) , l'axe (Oz) étant orienté vers le haut, l'axe (Oy) étant orienté horizontalement vers la droite et représentant la position du sol.

Emma lance verticalement une balle qu'on assimile à un point matériel confondu avec son centre d'inertie. Les coordonnées du vecteur position sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = 0 \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{a} \text{ avec } \mathbf{a} = 1,0 \text{ m} ; \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{b}.t^2 + \mathbf{c}.t + \mathbf{d} \text{ avec } \mathbf{b} = - 4,9 \text{ m.s}^{-2} ; \mathbf{c} = 5,0 \text{ m.s}^{-1} ; \mathbf{d} = 1,5 \text{ m} \end{cases}$$

- 1- Où se trouve la balle à $t_0 = 0$ s ?
- 2- Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse à l'instant de date t_0 . En déduire si la balle est lancée vers le haut ou vers le bas.
- 3- Déterminer la date t_1 pour laquelle la balle a sa vitesse qui s'annule. A quelle hauteur H du sol se trouve-t-elle alors ?
- 4- A quelle vitesse la balle atteindra-t-elle le sol ?
- 5- Que vaut l'accélération de la balle ?

♣ Exercice 02 : Balle lancée obliquement

Soit un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ associé au référentiel terrestre, constitué de trois vecteurs unitaires pour les axes (Ox, Oy, Oz) , l'axe (Oz) étant orienté vers le haut, l'axe (Oy) étant orienté horizontalement vers la droite et représentant la position du sol.

Emma, dont les pieds sont situés à l'origine du repère, lance une balle, assimilée à un point matériel confondu avec son centre d'inertie. Les coordonnées du vecteur position sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = 0 \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{a}.t \text{ avec } \mathbf{a} = 12 \text{ m.s}^{-1} \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{b}.t^2 + \mathbf{c}.t + \mathbf{d} \text{ avec } \mathbf{b} = - 4,9 \text{ m.s}^{-2} ; \mathbf{c} = 4,9 \text{ m.s}^{-1} ; \mathbf{d} = 1,20 \text{ m} \end{cases}$$

- 1- À quelle date t_1 la balle atteindra-t-elle le sol ?
- 2- A quelle distance D des pieds d'Emma la balle atteindra-t-elle le sol (donner 3 CS) ?
- 3- Montrer qu'on retrouve la même distance D à l'aide de l'équation de la trajectoire (à établir).
- 4- Quelle est la direction du vecteur vitesse lorsque la bille atteint le sommet de sa trajectoire ? En déduire quelle(s) coordonnée(s) du vecteur vitesse s'annule(nt) lorsque la bille est en ce point particulier de la trajectoire puis la date t_2 correspondante.
- 5- Calculer la valeur v_0 de la vitesse à l'instant de date $t_0 = 0$ s.
- 6- Quel est l'angle formé par le vecteur vitesse avec l'horizontale à $t_0 = 0$ s ?

♣ Exercice 03 : Sur la route ...

Une voiture roule en agglomération à une vitesse constante $v_0 = 50,0 \text{ km.h}^{-1}$. Au moment où elle franchit le panneau de sortie d'agglomération, la voiture accélère avec une accélération constante $a_0 = 2,0 \text{ m.s}^{-2}$ sur une portion de route rectiligne jusqu'à atteindre la vitesse maximale autorisée qui est $v_{\text{max}} = 90,0 \text{ km.h}^{-1}$.

- 1- Définir un repère d'espace et de temps adaptés au problème.
- 2- Etablir les équations horaires du mouvement (accélération, vitesse, position).
- 3- Combien de temps faudra-t-il à l'automobiliste pour atteindre la vitesse maximale autorisée et quelle sera alors la distance parcourue depuis la sortie d'agglomération ?

♣ Exercice 04 : Encore sur la route ...

Une voiture roule en agglomération à une vitesse constante $v_0 = 50,0 \text{ km.h}^{-1}$ sur une portion de route rectiligne. Alors qu'elle se trouve à 40,0 m d'un feu tricolore, celui-ci bascule à l'orange. L'automobiliste freine alors avec une accélération constante $a_0 = 3,0 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1- Définir un repère d'espace et de temps adaptés au problème.
- 2- Etablir les équations horaires du mouvement (accélération, vitesse, position).
- 3- Combien de temps faudra-t-il à l'automobiliste pour s'arrêter ? Sera-t-il trop tard ?

♣ Exercice 05 : Et toujours sur la route ...

Une voiture A de longueur $d = 4,00 \text{ m}$ suit un camion de longueur $D = 10,00 \text{ m}$, tous les deux roulant à la vitesse constante $v_0 = 72,0 \text{ km.h}^{-1}$ sur une route droite et horizontale. La distance entre l'avant de la voiture et l'arrière du camion est alors $L = 35,00 \text{ m}$.

A un instant pris comme origine des dates, le conducteur de la voiture décide de doubler le camion et impose à son véhicule une accélération constante $a = 3,00 \text{ m.s}^{-2}$. On prendra comme origine du repère d'espace la position de l'avant de la voiture au début du dépassement, on travaillera avec un unique axe (Ox) horizontal orienté dans le sens du mouvement.

Si on considère que le dépassement est terminé quand l'arrière de la voiture et l'avant du camion sont séparés d'une distance $\mathcal{L} = 20,00 \text{ m}$, calculer la durée du dépassement et la distance parcourue par le camion pendant cette durée (Aides à la résolution ci-dessous).

dépassement.

3- Quelle relation y a-t-il entre x_A et x_C au moment du dépassement ? En déduire la durée du

2- Etablir l'équation horaire $x_C(t)$ du mouvement du camion.

1- Etablir l'équation horaire $x_A(t)$ du mouvement de la voiture.

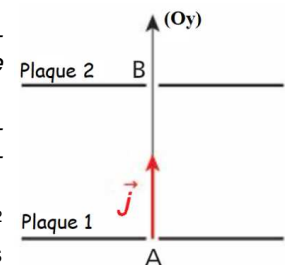
♣ Exercice 06 : Ion et champ électrique

Un champ électrique intense règne entre deux plaques horizontales 1 et 2, trouées respectivement en A et en B. A l'instant de date $t = 0$, un ion magnésium Mg^{2+} pénètre au point A.

Le point A est confondu avec l'origine de l'axe (Oy) ascendant, la vitesse d'entrée au point A vaut $v_A = 40,0 \text{ km.s}^{-1}$ et la distance entre les plaques vaut $d = 40,0 \text{ cm}$.

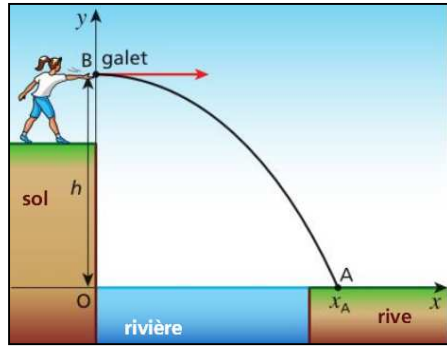
1- L'ion est soumis à une accélération constante $a_0 = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ m.s}^{-2}$ orientée verticalement vers le haut. Etablir les équations horaires du mouvement de l'ion et en déduire quelle sera sa vitesse en B.

2- Donner les caractéristiques du vecteur accélération (supposé vertical et constant) auquel devrait être soumis l'ion pour que le dispositif permette de l'immobiliser exactement à une distance $L = 10,0 \text{ cm}$ sous le point B.



♣ Exercice 07 : Lancet de galet

Maéva se trouve en haut d'une paroi verticale située à l'aplomb d'une rivière. Elle lance un galet horizontalement à la vitesse $v_0 = 20,0 \text{ m.s}^{-1}$. Le point de départ du galet est le point B, situé à une hauteur h du niveau de la rivière. Le galet atteint le niveau de la rivière à la date $t_A = 3,00 \text{ s}$.



On note (Oy) l'axe vertical orienté vers le haut, (Ox) l'axe horizontal matérialisant le niveau de la rivière et orienté dans le sens du lancer, l'origine étant située à la verticale du point B.

Durant cette étude, on admet que le galet est soumis à une accélération constante de valeur $a_0 = 10,0 \text{ m.s}^{-2}$ orientée verticalement vers le bas.

1- Montrer que les coordonnées x et y de la position du galet vérifient les relations suivantes :

$$x = v_0 \cdot t \quad ; \quad y = -a_0 \cdot \frac{t^2}{2} + h$$

2- Quelle est l'équation de la trajectoire ?

3- Que vaut la hauteur h ?

4- a) La largeur de la rivière vaut $L = 30 \text{ m}$. Le galet atteint-il la rive opposée ?

b) On note v_{\min} la vitesse minimale à laquelle il faut lancer la pierre pour que celle-ci atteigne la rive. Donner l'expression de v_{\min} en fonction de L , a_0 et h puis faire le calcul.

♣ Exercice 08 : Eruption volcanique

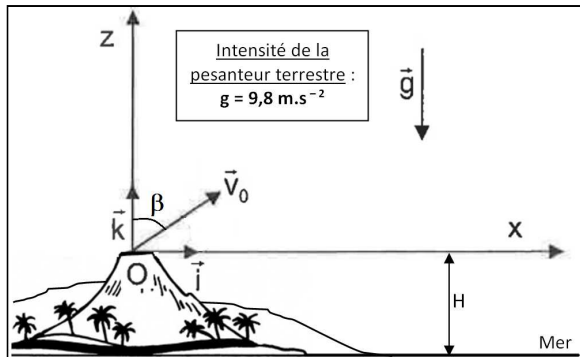
Document 1 - L'éruption de la Montagne Pelée en 1902

L'éruption de la Montagne Pelée en 1902 provoqua une coulée de lave qui détruisit entièrement la ville de Saint-Pierre en Martinique. Mais cette éruption éjecta aussi de nombreux blocs de pierre à des distances phénoménales. Différents témoignages du phénomène ont permis d'établir la trajectoire « type » des blocs de pierre éjectés. En moyenne, ces blocs de pierre ont décrit des mouvements paraboliques avec un angle d'inclinaison de 47° par rapport à la verticale et une vitesse d'éjection de 110 m.s^{-1} !

Document 2 - Conditions d'étude

On considère, dans le référentiel terrestre, un bloc de pierre éjecté depuis le point O, point culminant du Mont Pelée. Le repère d'étude (O, \vec{i} , \vec{k}) est choisi de telle sorte que :

- le point O est le point culminant de la Montagne Pelée ;
- l'axe (Ox) est horizontal et orienté vers la droite ;
- l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut ;
- le vecteur vitesse initial \vec{v}_0 est dans le plan xOz, incliné d'un angle β par rapport à l'axe (Oz).



L'origine des dates est l'instant où le bloc de pierre quitte le point O.

Le point O est situé à une altitude $H = 1397 \text{ m}$ par rapport au niveau de la mer.

1- En supposant que le bloc de pierre est soumis à une accélération constante, verticale, orientée vers le bas et de norme $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, montrer que les équations horaires $\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{z}(t)$ de son mouvement ont pour expressions :

$$\mathbf{x}(t) = v_0 \times \sin(\beta) \times t \quad ; \quad \mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \times \cos(\beta) \times t$$

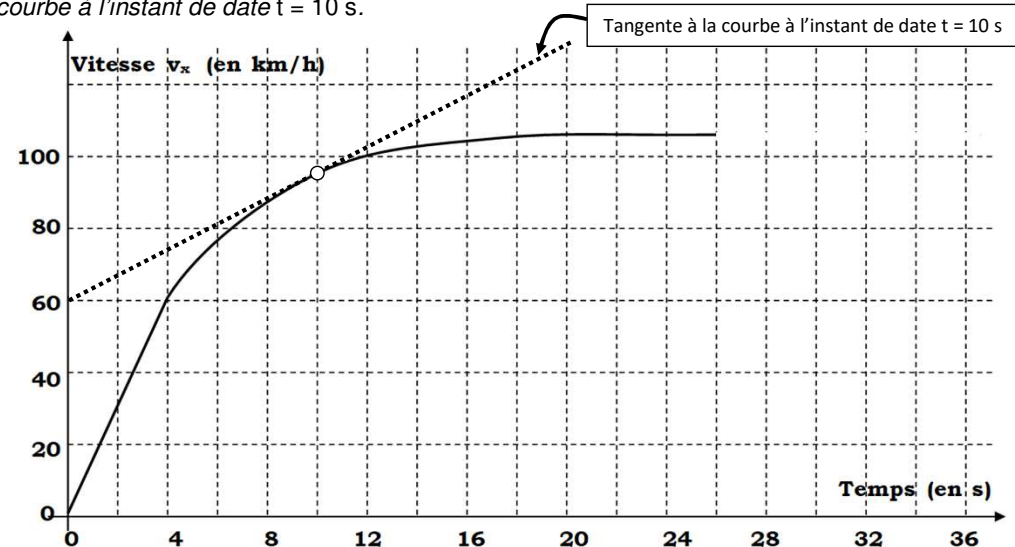
2- Déterminer l'équation de la trajectoire des blocs de pierre.

3- Laquelle des équations établies précédemment prouve le caractère « parabolique » du mouvement des blocs de pierre évoqué dans le Document 1 ?

4- On note H' l'altitude maximale atteinte par les blocs de pierre par rapport au niveau de la mer dans les conditions énoncées dans le Document 1 et dans le Document 2. Etablir l'expression de H' en fonction de H, g, v_0 et β . Faire l'application numérique.

♣ Exercice 09 : Et un dernier pour la route !

On étudie la vitesse d'une voiture s'élançant sur une autoroute depuis le poste de péage. On suppose que la voiture évolue selon un trajet rectiligne matérialisé par un axe (Ox) orienté dans le sens du mouvement. Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la coordonnée v_x du vecteur vitesse de la voiture au cours du temps ainsi que la tangente à la courbe à l'instant de date $t = 10 \text{ s}$.



1- Comment qualifier le mouvement sur les intervalles $[0 ; 4 \text{ s}]$, $[4 \text{ s} ; 20 \text{ s}]$ et $[20 \text{ s} ; 26 \text{ s}]$?

2- Calculer l'accélération de la voiture à l'instant de date $t = 10 \text{ s}$.

3- A l'instant de date $t_1 = 26 \text{ s}$, la voiture roule à une vitesse $v_1 = 105 \text{ km.h}^{-1}$ et le conducteur freine brusquement selon un mouvement rectiligne uniformément décéléré qui stoppe le véhicule à l'instant de date $t_2 = 36 \text{ s}$.

a) Tracer qualitativement l'évolution de v_x sur l'intervalle de temps $[t_1 ; t_2]$;

b) Déterminer la valeur a_x de l'accélération sur $[t_1 ; t_2]$. Dans la suite, on la notera A.

c) Montrer que $\mathbf{v}_x(t) = \mathbf{A} \times (t - t_1) + v_1$.

d) En prenant comme nouvelle origine de l'axe (Ox) la position de la voiture au début de la phase de décélération, montrer que $\mathbf{x}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{A} \times (t^2 + t_1^2) + v_1 \times (t - t_1) - \mathbf{A} \times t_1 \times t$.

e) Quelle est la distance parcourue par la voiture sur l'intervalle $[t_1 ; t_2]$?