BCPST 1 C : Devoir Surveillé n°01 - SCIENCES PHYSIQUES

Eléments de correction de la partie CHIMIE / ANALYSE DIMENSIONNELLE

ANALYSE DIMENSIONNELLE – GOUTTE D'EAU

1. • D'après l'expression de l'énergie potentielle de la goutte, on en déduit que : $\boldsymbol{\sigma} = \dfrac{\mathbf{E}}{\mathbf{S}}$.

Par homogénéité de cette formule : $[\sigma] = \dfrac{[\mathbf{E}]}{[\mathbf{S}]}$ (*)

• D'après la relation d'Einstein : **E = m.c²** (avec **m** une masse et **c** la célérité de la lumière dans le vide).
On a donc par homogénéité : **[E] = [m.c²]**

• La relation (*) devient donc : $[\sigma] = \dfrac{[\mathbf{m \cdot c^2}]}{[\mathbf{S}]} = \dfrac{\mathbf{M \cdot (L \cdot T^{-1})^2}}{\mathbf{L^2}}$ d'où la **dimension de σ : $\mathbf{M.\,T^{-2}}$**

• On en déduit **l'unité de σ** exprimée en unités de base du système international qui serait le **$\mathbf{kg.s^{-2}}$**

---

2. • Par définition, la pression est une force surfacique qui peut s'écrire : $\mathbf{P} = \dfrac{\mathbf{F}}{\mathbf{S}}$, avec **F** la force qui s'exerce sur la surface **S**.

Par homogénéité de cette formule : $[\mathbf{P}] = \dfrac{[\mathbf{F}]}{[\mathbf{S}]}$ (**)

• D'après la seconde loi de Newton pour un système de masse **m** et d'accélération $\vec{\mathbf{a}}$, soumis à une force $\vec{\mathbf{F}}$, on a la relation : $\mathbf{m} \cdot \vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{F}}$

Par homogénéité de cette formule : $[\mathbf{F}] = [\mathbf{ma}]$

• La relation (**) devient donc : $[\mathbf{P}] = \dfrac{[\mathbf{m \cdot a}]}{[\mathbf{S}]} = \dfrac{\mathbf{M \cdot L \cdot T^{-2}}}{\mathbf{L^2}}$ d'où la **dimension de P : $\mathbf{M.\,L^{-1}.\,T^{-2}}$**

• On en déduit **l'unité de P** exprimée en unités de base du système international qui serait le **$\mathbf{kg.m^{-1}.s^{-2}}$**

---

3. • On cherche **a**, **b**, **c** tels que $\boldsymbol{\Delta P = k \times R^a \times \rho^b \times \sigma^c}$

• Si cette relation est vérifiée, on a l'équation aux dimensions : $[\boldsymbol{\Delta P}] = [\mathbf{k}] \cdot [\mathbf{R}]^{\mathbf{a}} \cdot [\boldsymbol{\rho}]^{\mathbf{b}} \cdot [\boldsymbol{\sigma}]^{\mathbf{c}}$

• Intéressons-nous aux dimensions de chacun des termes mis en jeu :

$[\Delta \mathbf{P}] = [\mathbf{P}] = \mathbf{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}}$
$[\mathbf{k}] = \mathbf{1}$ d'après l'énoncé car k est une constante sans dimension
$[\mathbf{R}] = \mathbf{L}$
$[\boldsymbol{\rho}] = \dfrac{[\mathbf{m}]}{[\mathbf{V}]} = \mathbf{M \cdot L^{-3}}$
$[\boldsymbol{\sigma}] = \mathbf{M.\,T^{-2}}$

• L'équation aux dimensions devient donc : $\mathbf{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} = L^a \cdot \left(M \cdot L^{-3}\right)^b \cdot \left(M \cdot T^{-2}\right)^c}$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} = L^{a-3b} \cdot M^{b+c} \cdot T^{-2c}}$$

• Par identification des exposants de chaque dimension, on obtient le système suivant :

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{1} = b + c \\ \mathbf{-1} = a - 3b \\ \mathbf{-2} = -2c \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} c = \mathbf{1} \\ b = \mathbf{1} - c = \mathbf{0} \\ a = 3b - \mathbf{1} = -\mathbf{1} \end{cases}$$

➡ **CONCLUSION** : Le monôme donnant la différence de pression caractéristique entre l'intérieur et l'extérieur d'une goutte s'écrit donc : $\boldsymbol{\Delta P = k \times R^{-1} \times \rho^0 \times \sigma^1}$ soit $\boxed{\boldsymbol{\Delta P = k \times \dfrac{\sigma}{R}}}$.

---

4. ➡ ***Application numérique*** : $\boldsymbol{\Delta P = 2 \times \dfrac{73 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}}$ soit **$\boldsymbol{\Delta P}$ = 73 Pa**

Cette différence de pression est très faible devant la pression atmosphérique ($P \approx 10^5$ Pa), on peut donc considérer la pression comme identique à l'intérieur et à l'extérieur de la goutte.

AUTOUR DE L'ELEMENT LITHIUM

1. Pour établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental, on considère :
* le numéro atomique Z donnant le nombre de proton dans le noyau de l'atome ; or, un atome isolé étant électriquement neutre, ***Z représente aussi le nombre d'électrons du nuage électronique*** ;
* ces électrons se répartissent dans les ***sous-couches électroniques par ordre de leur énergie croissante*** ;
* à raison de ***2 électrons au maximum par sous-couche « s »***, ***6 par sous-couche « p »*** et ***10 par sous-couche « d »***.

➡ **CONCLUSION** : Pour le lithium, Z = 3, on a donc : **[Li] = $1s^2\ 2s^1$**
Pour le soufre, Z = 16, on a donc : **[S] = $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^4$**

---

2. Les électrons de valence sont ceux appartenant à la ***couche la plus externe*** (donc de n le plus grand) et ceux appartenant à des ***sous-couches incomplètes*** :

➡ **CONCLUSION** : Pour le lithium : **1 seul électron de valence** (celui de la sous-couche 2s)
Pour le soufre : **6 électrons de valence** (ceux des sous-couches 3s et 3p)

---

3. Compte-tenu de leurs configurations électroniques, on peut donner les positions de ces deux éléments dans la classification périodique des éléments (CPE) :

Pour le lithium :
- la configuration électronique de valence est du type « ns^1 » avec n = 2 : le lithium appartient à la **2ème période** ;
- la sous-couche en cours de remplissage est la 2s : le lithium appartient au **bloc s** ;
- 1 seul électron se trouve dans cette sous-couche : le lithium appartient à la **1ère colonne du bloc s**, c'est-à-dire à la **1ère colonne de la classification périodique des éléments**.

Pour le soufre :
- la configuration électronique de valence est du type « $ns^2\ np^4$ » avec n = 3 : le soufre appartient à la **3ème période** ;
- la sous-couche en cours de remplissage est la 3p : le lithium appartient au **bloc p** ;
- 4 électrons se trouvent dans cette sous-couche : le lithium appartient à la **4ère colonne du bloc p**, c'est-à-dire à la **16ème colonne de la classification périodique des éléments**.

---

4. L'ion stable facilement formé dans chaque cas admet une ***configuration électronique identique à celle du gaz noble le plus proche*** dans la classification périodique des éléments.

➡ **CONCLUSION** : Pour le lithium, l'ion stable est **Li^+**, de configuration **$1s^2$**, celle de **l'hélium**.
Pour le soufre, l'ion stable est **S^{2-}**, de configuration de valence **$3s^2\ 3p^6$**, celle de **l'argon**.

---

5. Le fer appartient à la 8ème colonne du tableau périodique : il appartient donc à la 6ème colonne du bloc d. Ces éléments admettent une configuration électronique de valence du type « **$ns^2\ (n-1)d^6$** » avec n correspondant au numéro de la période à laquelle appartient le fer, c'est-à-dire ici n = 4.

➡ **CONCLUSION** : La configuration électronique de valence du fer est **$4s^2\ 3d^6$**.

---

6. L'énergie de première ionisation d'un atome, c'est **l'énergie minimale qu'il faut lui fournir dans son état fondamental et à l'état gazeux pour lui arracher un électron**.

---

7. Pour le sodium, Z = 11, on a donc : **[Na] = $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$**.

On constate donc que sa configuration électronique de valence est du type « ns^1 », c'est-à-dire de même type que celle du lithium, mais avec n = 3. On en déduit que ***le sodium appartient à la même famille que le lithium mais qu'il est situé en-dessous de celui-ci dans le tableau périodique***.

Par conséquent, ***l'électron de valence situé sur la sous-couche 3s du sodium est plus éloigné du noyau que l'électron de valence situé sur la sous-couche 2s du lithium*** ; cet électron subit donc une ***force attractive plus faible de la part de son noyau*** que l'électron de valence du lithium : il est donc ***moins retenu par son noyau*** que l'électron de valence du lithium, ce qui justifie qu'il faille **apporter moins d'énergie pour l'arracher de son noyau**.

---

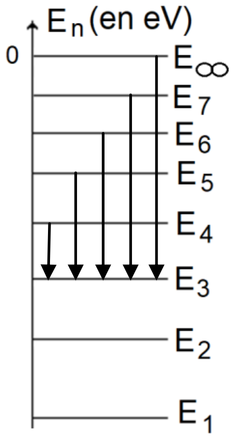
8. On a déjà vu que l'atome de lithium possède Z = 3 électrons dans son cortège électronique.

Or, ***l'ion hydrogénoïde du lithium ne doit posséder qu'un seul électron*** : pour cela, ***l'atome doit donc perdre deux électrons***, ce qui conduit à l'ion **Li^{2+}**.

Quant au noyau de l'ion Li^{2+}, il est de même composition que le noyau de l'atome de lithium : il contient donc **<u>Z = 3 protons</u>** et **A – Z = 7 – 3 = <u>4 neutrons</u>**.

---

9. La série de Paschen correspond à toutes les transitions énergétiques dont le niveau final est n = 3 ; la pointe de chaque flèche matérialisant ces transitions sera donc le niveau n = 3.



D'autre part, comme il s'agit d'un spectre de raies d'**EMISSION**, **<u>l'état de départ est situé à un niveau d'énergie supérieur à E_3</u>**. Les différentes transitions mises en jeu sont donc $\mathbf{E_4 \rightarrow E_3}$, $\mathbf{E_5 \rightarrow E_3}$, …, $\mathbf{E_\infty \rightarrow E_3}$.

Ces transitions sont représentées sur le diagramme ci-contre.

---

10. Notons $\mathbf{E_p}$ l'énergie du niveau de départ et $\mathbf{E_3}$ l'énergie du niveau final atteint lors de la transition énergétique associée à la plus grande longueur d'onde λ_{max} de la série de Paschen.

Le photon émis lors de cette transition transporte alors une énergie $\mathbf{E_{photon}} = \dfrac{\mathbf{h \times c}}{\mathbf{\lambda_{max}}}$ ***correspondant exactement à l'écart d'énergie*** $\mathbf{E_p - E_3}$ ***entre les niveaux d'énergie*** $\mathbf{E_p}$ ***et*** $\mathbf{E_3}$.

On a donc la relation : $\mathbf{E_{photon}} = \dfrac{\mathbf{h \times c}}{\mathbf{\lambda_{max}}} = \mathbf{E_p - E_3}$ (avec $\mathbf{E_{photon}}$, $\mathbf{E_p}$ et $\mathbf{E_3}$ en Joules, $\mathbf{c}$ en m.s^{-1} et $\boldsymbol{\lambda_{max}}$ en m)

Or, comme on s'intéresse à **la plus GRANDE longueur d'onde**, on en déduit qu'il correspondra au **<u>plus petit écart énergétique $E_p - E_3$</u>**, c'est-à-dire à l'écart énergétique **<u>$E_4 - E_3$</u>** associé à la transition **<u>$E_4 \rightarrow E_3$</u>**.

Par conséquent : $\dfrac{h \times c}{\lambda_{max}} = E_4 - E_3 \Leftrightarrow \dfrac{h \times c}{\lambda_{max}} = -\dfrac{I \times Z^2}{4^2} - \left(-\dfrac{I \times Z^2}{3^2}\right) \Leftrightarrow \dfrac{h \times c}{\lambda_{max}} = -\dfrac{I \times Z^2}{16} + \dfrac{I \times Z^2}{9}$

$$\Leftrightarrow \frac{h \times c}{\lambda_{max}} = I \times Z^2 \times \left(-\frac{1}{16} + \frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow \frac{h \times c}{\lambda_{max}} = I \times Z^2 \times \left(\frac{-9+16}{144}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{h \times c}{\lambda_{max}} = I \times Z^2 \times \frac{7}{144} \Leftrightarrow \lambda_{max} = \frac{144}{7} \times \frac{h \times c}{I \times Z^2}$$

➡ ***<u>Application numérique</u>*** : Attention à convertir I = 13,6 eV en Joules !!!

$$\lambda_{max} = \frac{144}{7} \times \frac{6{,}6.10^{-34} \times 3{,}0.10^{8}}{13{,}6 \times 1{,}6.10^{-19} \times 3^2} = \frac{6{,}6 \times 144}{7 \times 13{,}6 \times 1{,}6 \times 3} \times \frac{10^{-34} \times 10^{8}}{10^{-19}} \approx \frac{1 \times 10}{5} \times 10^{-7}$$

environ **1** environ **10** environ **5**

soit $\underline{\mathbf{\lambda_{max} \approx 2.10^{-7}\,m}}$ (le calcul exact conduit à $2{,}1.10^{-7}$ m)

➡ **<u>CONCLUSION</u>** : Cette radiation <u>appartient au domaine des **ultraviolets**</u>, dont les longueurs d'onde dans le vide s'étendent de la dizaine de nm (soit 10^{-8} m) à 400 nm (soit $4{,}00.10^{-7}$ m).