

EXERCICE 1 : ÉTUDE D'UNE POMPE

1- Un gaz parfait est défini macroscopiquement par son **équation d'état** : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$
 Avec P sa pression (en Pa), V son volume (en m^3), n sa quantité de matière (en mol), T sa température (en K) et R la constante des gaz parfaits.

2- Sur le plan microscopique, on peut le définir comme un gaz composé de **particules ponctuelles et sans aucune interaction intermoléculaire**.

3- On peut considérer que les gaz réels se comportent comme des gaz parfaits lorsque :
 # **leur pression est « faible »**, soit inférieure à 10 bar
 # **leur température est « élevée »**, soit supérieure à 250 K

4- On peut considérer que l'air est un mélange de dioxygène (fraction molaire $x_{O_2} \approx 20\%$) et de diazote (fraction molaire $x_{N_2} \approx 80\%$).

On en déduit donc que la masse molaire de l'air vaut :

$$M_{air} = x_{O_2} \times M_{O_2} + x_{N_2} \times M_{N_2} \quad \Rightarrow \quad M_{air} = x_{O_2} \times 2 \times M_O + x_{N_2} \times 2 \times M_N$$

AN $\rightarrow M_{air} = 0,20 \times 2 \times 16 + 0,80 \times 2 \times 14$ soit **$M_{air} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$**

5- En notant m la masse d'un volume V d'air et n sa quantité de matière : $\rho_{air} = \frac{m}{V} = \frac{n \times M_{air}}{V}$

Or, l'air est considéré comme un gaz parfait. Donc d'après l'équation d'état des gaz parfaits :

$$\rho_{air} = \frac{M_{air} \cdot P_0}{R \cdot T_0}$$

AN $\rightarrow \rho_{air} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \times 1,0 \cdot 10^5}{8,31 \times (25+273)}$ soit **$\rho_{air} = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$**

6- • **1^{er} aller-retour du piston** :

Dans l'état initial, le piston est plaqué contre les soupapes S_1 et S_2 . La quantité de matière n_0^g d'air présent dans le compartiment de gauche vérifie donc l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P_0 \cdot V = n_0^g \cdot R \cdot T_0 \quad (1)$$

Quand le piston descend, la soupape S_1 s'ouvre mais pas la soupape S_2 . La quantité de matière n_0^g d'air va donc se répartir dans le volume $V + v$, sans variation de température. Dans l'ensemble de ce volume $V + v$, la pression est uniforme et vaut P_1^{g*} . L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit : $P_1^g \cdot (V + v) = n_0^g \cdot R \cdot T_0$ (2)

* **Remarque** : la pression dans le compartiment gauche est la même quand le piston est dans sa position la plus basse ET quand le piston va remonter pour finaliser l'aller-retour : elle vaut P_1^g . En effet, lorsque le piston remonte, la soupape S_1 se ferme, donc la quantité de matière d'air dans le compartiment de gauche ne change pas et sa pression non plus.

Par identification des relations (1) et (2), on a donc : $P_1^g \cdot (V + v) = P_0 \cdot V \leftrightarrow P_1^g = \frac{P_0 \cdot V}{V + v}$ (3)

• **2^{ème} aller-retour du piston** : Par analogie avec le 1^{er} aller-retour :

Dans l'état initial, le piston est plaqué contre les soupapes S_1 et S_2 . La quantité de matière n_1^g d'air présent dans le compartiment de gauche vérifie donc l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P_1^g \cdot V = n_1^g \cdot R \cdot T_0 \quad (1')$$

Quand le piston descend, la soupape S_1 s'ouvre mais pas la soupape S_2 . La quantité de matière n_1^g d'air va donc se répartir dans le volume $V + v$, sans variation de température. Dans l'ensemble de ce volume $V + v$, la pression est uniforme et vaut P_2^g . L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit : $P_2^g \cdot (V + v) = n_1^g \cdot R \cdot T_0$ (2')

Par identification des relations (1') et (2'), on a donc : $P_2^g \cdot (V + v) = P_1^g \cdot V \leftrightarrow P_2^g = \frac{P_1^g \cdot V}{V + v}$ (3')

Soit, en injectant (3) dans (3') : $P_2^g = \frac{P_0 \times V}{V + v} \times V$ soit : $P_2^g = P_0 \times \left(\frac{V}{V + v}\right)^2$ (4)

7- On peut généraliser la formule (4) obtenue pour 2 allers-retours. Pour n allers-retours, on aura :

$$P_n^g = P_0 \times \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \quad (5)$$

Rmq : $\frac{v}{V + v} < 1$ alors la pression dans le compartiment de gauche diminue lorsque n augmente.

8- Considérons le système gazeux initialement contenu dans les deux réservoirs : il s'agit d'un système fermé, ainsi sa quantité de matière se conserve. On peut donc égaliser la somme des quantités de matière initiales dans chaque compartiment à la somme des quantités de matière dans les deux compartiments après n coups de pompe : $n_0^g + n_0^d = n_n^g + n_n^d$ (6)

Or dans l'état initial, les deux compartiments, de même volume, sont dans les mêmes conditions de température et de pression, ainsi, d'après l'équation d'état des gaz parfaits :

$$n_0^g = n_0^d = \frac{P_0 \cdot V}{R \cdot T_0} = n_0 \quad (7)$$

En appliquant l'équation d'état des gaz parfaits pour chaque compartiment après n coups de pompe : $n_n^g = \frac{P_n^g \cdot V}{R \cdot T_0}$ (8) et $n_n^d = \frac{P_n^d \cdot V}{R \cdot T_0}$ (9)

En injectant (7), (8) et (9) dans (6), on a donc : $2 \times \frac{P_0 \cdot V}{R \cdot T_0} = \frac{P_n^g \cdot V}{R \cdot T_0} + \frac{P_n^d \cdot V}{R \cdot T_0}$ soit $2 \cdot P_0 = P_n^g + P_n^d$

9- D'après la question précédente : $P_n^d = 2 \cdot P_0 - P_n^g$

Or, d'après la question 6- : $P_n^d = 2 \cdot P_0 - P_0 \times \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \Rightarrow P_n^d = P_0 \times \left[2 - \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \right]$

Rmq : $\frac{v}{V + v} < 1$ alors lorsque n augmente, $\left(\frac{V}{V + v}\right)^n$ diminue, et $2 - \left(\frac{V}{V + v}\right)^n$ augmente, donc la pression dans le compartiment de droite augmente.

EXERCICE 2 : AUTOUR DU DIAZOTE

- 1- # I correspond au domaine du corps pur à haute pression, donc compact, à basse température, donc ordonné : domaine du **solide**.
 # II correspond au domaine du corps pur à basse pression, donc dispersé : domaine du **gaz**.
 # III correspond au domaine du corps pur à haute pression, donc compact, à plus haute température, donc moins ordonné : domaine du **liquide**.
 # IV correspond au domaine du corps pur dans le domaine des hautes température et pression, au-delà du point C : domaine du **fluide supercritique**.
- 2- # La **courbe 1**, courbe d'équilibre solide-gaz est appelée courbe de **sublimation**,
 # La **courbe 2**, courbe d'équilibre solide-liquide est appelée courbe de **fusion**,

la **courbe 3**, courbe d'équilibre liquide-gaz, est appelée courbe de **vaporisation**.

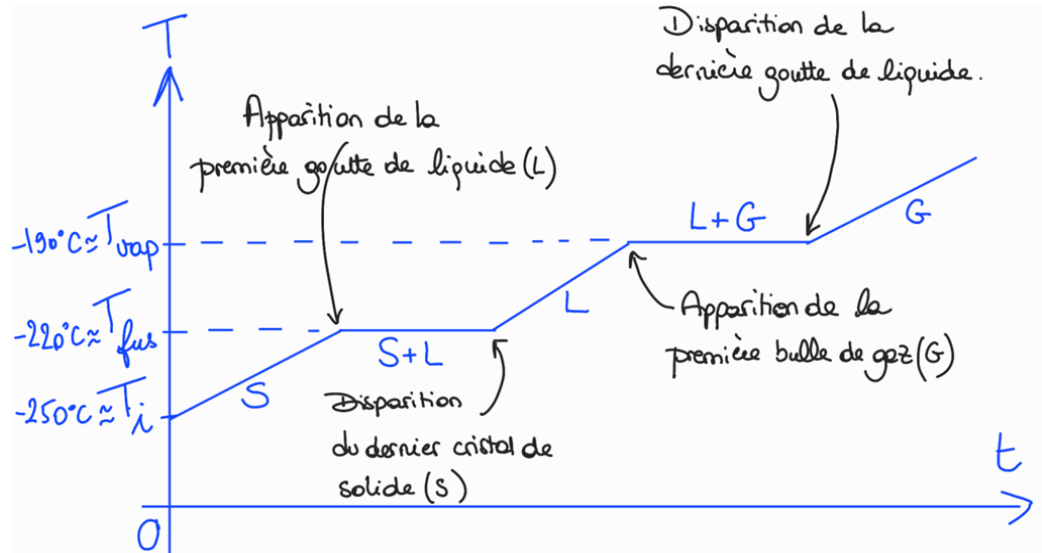
3- # Le **point T** est appelé **point triple** : en ce point **coexistent les trois phases** solide-liquide-gaz du diazote.

Le **point C** est le **point critique**.

4- La pression atmosphérique est $P \approx 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,1 \text{ MPa}$

On lit la température de liquéfaction du diazote à pression atmosphérique à l'abscisse du point de la courbe de vaporisation (3) d'ordonnée $P \approx 0,1 \text{ MPa}$: $T \approx -190^\circ\text{C}$.

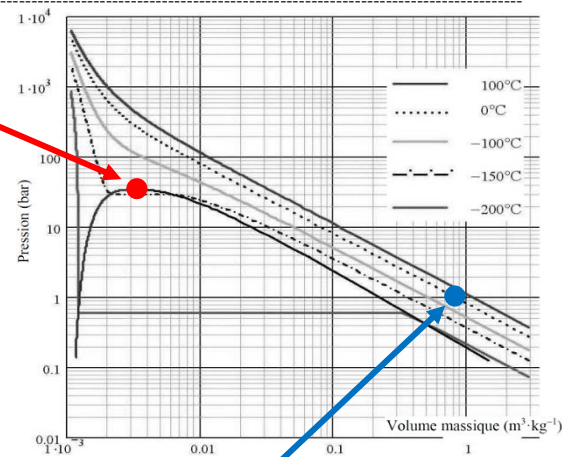
5- On trace la courbe d'analyse thermique ci-contre :



6- Sur le diagramme de Clapeyron, le point critique du diazote correspond au **maximum de la courbe de saturation**, qui sépare le domaine diphasé des autres domaines.

On lit sa pression à l'ordonnée de ce point, entre les graduations 30 bar et 40 bar, l'échelle étant logarithmique, on estime : **$P_C \approx 35 \text{ bar}$** .

Ce point est par ailleurs situé entre l'isotherme -150°C et l'isotherme -100°C , mais beaucoup plus proche de la première : on estime **$P_C \approx -140^\circ\text{C}$** .



7- Le point représentatif du diazote est le **point de la courbe isotherme 0°C et d'ordonnée $P = 1 \text{ bar}$** : ce point se trouve dans le domaine monophasé situé à droite du diagramme de Clapeyron : **le diazote est à l'état de vapeur sèche dans ces conditions.**

On lit son volume massique à l'abscisse de ce point : entre les graduations 0,8 et 0,9 en échelle logarithmique soit : **$v = 0,82 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$** .

Soit V le volume de gaz, m la masse de gaz et n la quantité de matière de gaz. Par définition, le volume massique du gaz est donné par la relation :
$$v = \frac{V}{m} = \frac{V}{n \cdot M_{N_2}}$$

En supposant que dans ces conditions, le diazote se comporte comme un gaz parfait, on peut donc lui appliquer l'équation d'état des gaz parfaits, ce qui conduit à :
$$v = \frac{R \cdot T}{P \cdot M_{N_2}}$$

$AN \rightarrow v = \frac{8,31 \times 273}{1 \cdot 10^5 \times 14 \times 2 \cdot 10^{-3}}$ soit **$v = 0,81 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$**

➔ **CONCLUSION** : On obtient deux valeurs très proches du volume massique, ce qui confirme que **le modèle du gaz parfait est adapté** pour décrire le diazote dans ces conditions de température et de pression.

8- # On lit le volume massique v_l du liquide saturant à l'abscisse de la courbe d'ébullition (portion de gauche de la courbe de saturation) d'ordonnée $P = 1,0 \text{ bar}$. On note que cette abscisse est située entre $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On prendra $v_l \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

On lit le volume massique v_g de la vapeur saturante à l'abscisse de la courbe de rosée (portion de droite de la courbe de saturation) d'ordonnée $P = 1,0 \text{ bar}$. On note que cette abscisse est située entre $0,2 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $0,3 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On prendra $v_g \approx 0,21 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

9- D'après l'énoncé, on a un système diphasé de masse totale $m = 500 \text{ g}$ de volume $V = 6,0 \text{ L}$ dans lequel on peut distinguer : # un volume V_{gaz} de gaz, de masse m_{gaz} et de volume massique v_g ; # un volume V_{liq} de liquide, de masse m_{liq} et de volume massique v_l ;

Or, $V = V_{gaz} + V_{liq} \quad \Leftrightarrow \quad V = m_{gaz} \times v_g + m_{liq} \times v_l$

$\Leftrightarrow \quad \frac{V}{m} = \frac{m_{gaz}}{m} \times v_g + \frac{m_{liq}}{m} \times v_l$ On note w_{gaz} et w_{liq} respectivement la fraction massique en gaz et la fraction massique en liquide dans le système ($w_{gaz} + w_{liq} = 1$)

$\Leftrightarrow \quad \frac{V}{m} = w_{gaz} \times v_g + w_{liq} \times v_l$

$\Leftrightarrow \quad \frac{V}{m} = w_{gaz} \times v_g + (1 - w_{gaz}) \times v_l$

$\Leftrightarrow \quad w_{gaz} = \frac{\frac{V}{m} - v_l}{v_g - v_l} \quad \text{et} \quad w_{liq} = 1 - w_{gaz}$

AN $\rightarrow w_{gaz} = \frac{6,0 \cdot 10^{-3}}{0,500} - 1,1 \cdot 10^{-3}}{0,21 - 1,1 \cdot 10^{-3}}$ soit $w_{gaz} = 0,05 = 5 \%$ et $w_{liq} = 0,95 = 95 \%$

► **AUTRE MÉTHODE** : Le volume massique de la phase liquide étant très faible devant celui de la phase vapeur, on peut faire l'hypothèse que le volume V_{liq} occupé par la phase liquide est négligeable devant celui V_{gaz} occupé par la phase vapeur. La relation « $V = V_{gaz} + V_{liq}$ » devient : $V \approx V_{gaz}$

Or, $w_{gaz} = \frac{m_{gaz}}{m}$ avec $m_{gaz} = \frac{V_{gaz}}{v_g} \approx \frac{V}{v_g}$, soit finalement : $w_{gaz} \approx \frac{V}{m \cdot v_g}$ et $w_{liq} = 1 - w_{gaz}$

AN $\rightarrow w_{gaz} = \frac{6,0 \cdot 10^{-3}}{0,500 \times 0,21} \Rightarrow w_{gaz} = 0,057 = 5,7 \%$ et $w_{liq} = 0,943 = 94,3 \%$

Pour valider l'hypothèse, on calcule le volume V_{liq} occupé par la phase liquide :

$V_{liq} = m_{liq} \times v_{liq}$ soit $V_{liq} = w_{liq} \times m \times v_{liq}$

AN $\rightarrow V_{liq} = 0,94 \times 0,500 \times 1,1 \cdot 10^{-3}$ soit $V_{liq} = 0,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,52 \text{ L}$ ➔ on obtient un volume de liquide inférieur au dixième du volume du récipient ce qui valide l'hypothèse.

10- **Le diazote gazeux s'échappe par l'orifice** permettant d'égaliser la pression entre l'intérieur et l'extérieur ce qui provoque la **vaporisation du liquide** pour maintenir la pression d'équilibre liquide vapeur dans le récipient.

Si le volume de diazote liquide diminue de $V_{disp} = 0,12 \text{ L}$ par jour, alors la masse de diazote dans le récipient diminue de : $m_{disp} = \frac{V_{disp}}{v_l}$ **AN** $\rightarrow m_{disp} = \frac{0,12 \cdot 10^{-3}}{1,1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow m_{disp} = 0,11 \text{ kg}$