BCPST 1 – DS n°5 – Physique – 28 / 01 / 2026 **Corrigé**

EXERCICE 1 : Transformations d'un gaz

1. On étudie un <u>système fermé</u> constitué de n moles d'un gaz parfait.

D'après la première Loi de Joule, l'énergie interne ne dépend que de la température. La variation d'énergie interne s'écrit : $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$ avec C_V la capacité thermique à volume constant du gaz (grandeur constante selon l'énoncé).

Par définition, $C_V = n \cdot C_{V,m}$ avec $C_{V,m} = n \cdot \frac{R}{\gamma - 1}$. On obtient donc : $\boxed{\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot \Delta T}$

---

2. D'après <u>l'équation d'état des gaz parfaits</u> : $\boxed{V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}}$

AN → $V_1 = \frac{0{,}20 \times 8{,}31 \times 300}{1{,}0 \cdot 10^5}$ soit **<u>$V_1 = 5{,}0.10^{-3}\ m^3 = 5{,}0\ L$</u>**

---

3. Selon l'énoncé, la température du milieu extérieur est <u>constante</u>, et la transformation est <u>réversible</u> avec des parois <u>diathermanes</u>. Chaque état intermédiaire est donc un <u>état d'équilibre</u>, et la température du gaz reste égale à celle du milieu extérieur. La transformation est donc <u>isotherme</u>.

---

4. ▶ D'après la question précédente, la transformation est <u>isotherme</u>, donc $\underline{T_{2A} = T_1 = T_0 = 300\ K}$.

▶ <u>D'après l'équation d'état des gaz parfaits</u> : $V_{2A} = \frac{nRT_{2A}}{P_{2A}}$, soit $\boxed{V_{2A} = \frac{nRT_0}{1{,}5\ P_1}}$

AN → $V_{2A} = \frac{0{,}20 \times 8{,}31 \times 300}{1{,}5 \cdot 10^5}$ soit **<u>$V_{2A} = 3{,}3.10^{-3}\ m^3 = 3{,}3\ L$</u>**

---

5. Le travail reçu par le système au cours de la transformation A est un <u>travail des forces pressantes</u>. Par définition, $W_A = -\int_{V_1}^{V_{2A}} P_{ext} \cdot dV$.

Or, la transformation est <u>réversible</u>, donc $P_{ext} = P_{système}$. On a donc : $W_A = -\int_{V_1}^{V_{2A}} P_{système} \cdot dV$.

D'après <u>l'équation d'état des gaz parfaits</u> : $P_{sys} = \frac{nRT_0}{V}$

Or, le système étant <u>fermé</u> et la transformation étant <u>isotherme</u>, nRT_0 **=** constante.

$$\Leftrightarrow \quad W_A = -nRT_0 \int_{V_1}^{V_{2A}} \frac{1}{V} \cdot dV \quad \Leftrightarrow \quad W_A = -nRT_0 \cdot (\ln V_{2A} - \ln V_1) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{W_A = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_{2A}}{V_1}\right)}$$

AN → $W_A = -0{,}20 \times 300 \times 8{,}31 \times \ln\left(\frac{3{,}3}{5{,}0}\right)$ soit **<u>$W_A = 2{,}1.10^2\ J$</u>**

➨ *<u>Commentaire</u>* : $W_A > 0$. Le gaz reçoit réellement de l'énergie par travail, ce qui lui permet d'être comprimé (volume qui diminue), ce qui est cohérent.

---

6. Pour un système fermé subissant une transformation finie entre deux états d'équilibres, le premier principe de la thermodynamique s'écrit : $\Delta E_{mA} + \Delta U_A = W_A + Q_A$

avec :
- ΔU_A : variation d'énergie interne entre l'état initial et l'état final
- ΔE_m : variation d'énergie mécanique macroscopique entre l'état initial et l'état final
- W_r : travail des forces extérieures algébriquement reçu par le système
- Q : transfert thermique algébriquement reçu par le système

---

7. Pour ce <u>système macroscopiquement au repos,</u> $\Delta E_m = 0$. Le premier principe s'écrit alors :

$$\Delta U_A = W_A + Q_A$$

Or, d'après la question **1-**, $\Delta U_A = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot (T_{2A} - T_1)$.

La transformation étudiée est isotherme donc $T_{2A} = T_1$ et $T_{2A} - T_1 = 0$.
On en déduit donc que : $\Delta U_A = 0 \leftrightarrow W_A + Q_A = 0 \leftrightarrow \boxed{Q_A = - W_A}$ soit **$Q_A = -2,1.10^2$ J**

➡ *Commentaire* : $Q_A < 0$. Le gaz cède de l'énergie thermique au milieu extérieur à travers les parois diathermanes du cylindre, ce qui explique que la température du gaz reste constante.

---

8. Selon l'énoncé, le gaz subit une transformation réversible avec des parois calorifugées, empêchant tout échange d'énergie thermique avec le milieu extérieur. Il s'agit donc d'une transformation **adiabatique et réversible**.

---

9. Selon l'énoncé, pour une transformation adiabatique réversible, on a la relation : $\mathbf{P \cdot V^{\gamma} = cte}$.
En appliquant cette relation entre l'état 1 et l'état 2B, on a :

$$\mathbf{P_1 \cdot {V_1}^{\gamma} = P_{2B} \cdot {V_{2B}}^{\gamma} \Leftrightarrow P_1 \cdot {V_1}^{\gamma} = 1,5\, P_1 \cdot {V_{2B}}^{\gamma} \Leftrightarrow {V_1}^{\gamma} = 1,5\, {V_{2B}}^{\gamma} \Leftrightarrow {V_{2B}}^{\gamma} = \frac{V_1^{\gamma}}{1,5} \Leftrightarrow V_{2B} = \left(\frac{V_1^{\gamma}}{1,5}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

Soit finalement : $\boxed{\mathbf{V_{2B} = \frac{V_1}{1,5^{\frac{1}{\gamma}}}}}$

AN → $\mathbf{V_{2B}} = \frac{5,0\ (L)}{1,5^{\frac{1}{1,4}}}$ soit **$V_{2B} = 3,7$ L $= 3,7.10^{-3}$ m^3**

---

10. D'après l'équation d'état des gaz parfaits appliquée au système dans l'état final 2B :

$$\mathbf{T_{2B}} = \frac{P_{2B}.V_{2B}}{nR} \quad \text{soit} \quad \boxed{\mathbf{T_{2B}} = \frac{1,5\, P_1.V_{2B}}{nR}}$$

AN → $\mathbf{T_{2B}} = \frac{1,5.10^5 \times 3,7.10^{-3}}{0,20 \times 8,31}$ soit **$T_{2B} = 337$ K**

---

11. Pour ce système fermé, macroscopiquement au repos, le premier principe de la thermodynamique s'écrit pour cette transformation : $\mathbf{\Delta U_B = W_B + Q_B}$

avec : # $\mathbf{Q_B = 0}$ car il s'agit d'une transformation adiabatique ;

D'après la question **1-**, $\mathbf{\Delta U_B = \frac{nR}{\gamma\text{-}1} \cdot (T_{2B} - T_1)}$.

On en déduit donc que : $\boxed{\mathbf{W_B = \frac{nR}{\gamma\text{-}1} \cdot (T_{2B} - T_1)}}$.

AN → $\mathbf{W_B} = \frac{0,20 \times 8,31}{1,4 - 1}$ **× (337 – 300)** soit **$W_B = 1,5.10^2$ J**

➡ *Commentaire* : $W_B > 0$. Le système reçoit donc effectivement un travail au cours de cette transformation B qui est également une compression (puisque le volume diminue). Or les parois sont calorifugées, la température du système augmente donc au cours de la transformation.

---

12. Dans l'état final, le cylindre contient une quantité de gaz **n – n'**, à la température $\mathbf{T_3}$, à la pression atmosphérique $\mathbf{P_0}$, dans un volume $\mathbf{V_{2B}}$.

D'après l'équation d'état des gaz parfaits appliqué à ce système :

$$\mathbf{P_0.V_{2B} = (n - n').R.T_3} \quad \text{d'où :} \quad \mathbf{n' = n - \frac{P_0.V_{2B}}{R.T_3}}$$

AN → **n' = 0,20 –** $\frac{1,0.10^5 \times 3,7.10^{-3}}{8,31 \times 276}$ soit **n' = 0,04 mol**

---

13. Le revêtement athermane étant altéré, dans l'état final l'équilibre thermique avec l'extérieur est établi et **$T_4 = T_{ext} = T_0 = 300$ K**.

On applique l'équation d'état des gaz parfaits au système de **n'' = n – n'** moles de gaz dans le cylindre de température $\mathbf{T_4}$ et de volume $\mathbf{V_{2B}}$: $\boxed{P_4 = \frac{(n-n').R.T_4}{V_{2B}}}$

AN → $P_4 = \frac{(0{,}20-0{,}04)\times 8{,}31 \times 300}{3{,}7.10^{-3}}$ soit **P_4 = 1,1.10^5 Pa**

---

14. Pour ce système fermé, macroscopiquement au repos, le premier principe de la thermodynamique s'écrit pour cette dernière transformation : $\Delta U_B' = W_B' + Q_B'$

avec : # D'après la question **1-**, $\Delta U_B' = \frac{n''R}{\gamma\text{-}1} \cdot (T_4 - T_3)$;

$W_B' = 0$ car il s'agit d'une transformation isochore et que seules les forces pressantes exercent un travail sur le système.

Finalement, $\boxed{Q_B' = \frac{n''R}{\gamma\text{-}1} \cdot (T_4 - T_3)}$.

AN → $Q_B' = \frac{(0{,}20-0{,}04)\times 8{,}31 \times(300-276)}{1{,}4-1}$ soit **Q_B' = 80 J**

EXERCICE 2 : STOCKAGE DU BUTANE

1. ♦ Par définition, le volume massique de la phase liquide s'écrit : $v_\ell = \frac{V_\ell}{m_\ell}$, avec V_ℓ le volume occupé par une masse m_ℓ de liquide. On a donc : $\boxed{v_\ell = \frac{1}{\rho_\ell}}$ avec ρ_ℓ la masse volumique de la phase liquide .

AN → $v_\ell = \frac{1}{585}$ soit v_ℓ = **1,71.10^{-3} m^3.kg^{-1}**

♦ Par définition, le volume massique de la phase vapeur s'écrit : $v_v = \frac{V_v}{m_v}$, avec V_v le volume occupé par une masse m_v de vapeur.

En modélisant la phase vapeur saturante par un gaz parfait à la pression **P* = 2,08 bar** à la température **T = 20 °C**, elle vérifie donc l'équation d'état des gaz parfaits :

$V_v = \frac{n.R.T}{P^*} \leftrightarrow v_v = \frac{n.R.T}{m_v.P^*} \leftrightarrow \boxed{v_v = \frac{R.T}{M.P^*}}$ avec **M** la masse molaire du gaz en kg.mol^{-1}

AN → $v_v = \frac{8{,}31 \times (20+273)}{58{,}1.10^{-3} \times 2{,}08.10^5}$ soit v_v = **0,201 m^3.kg^{-1}**

---

2. Par définition, le volume massique dans une bouteille neuve vaut : $\boxed{v_{sys} = \frac{V}{m}}$

AN → $v_{sys} = \frac{30{,}0.10^{-3}}{13{,}0}$ soit v_{sys} = **2,30.10^{-3} m^3.kg^{-1}**

On constate donc que $v_\ell < v_{sys} < v_v$: on en déduit donc que le **butane se trouve en équilibre diphasé** (liquide + gaz) dans la bouteille neuve.

---

3. Le butane gazeux occupera un volume minimal lorsqu'il sera à la pression de vapeur saturante. En supposant qu'il se comporte comme un gaz parfait, on peut donc lui appliquer l'équation d'état des gaz parfaits et en déduire que $V_{min} = \frac{n.R.T}{P^*}$, c'est-à-dire : $\boxed{V_{min} = \frac{m.R.T}{M.P^*}}$.

AN → $V_{min} = \dfrac{13{,}0 \times 8{,}31 \times (20+273)}{58{,}1.10^{-3} \times 2{,}08.10^{5}}$ soit V_{min} = **2,62 m^3**

➡ *Commentaire* : Le stockage sous forme biphasique permet d'avoir un volume raisonnable pour la bouteille de butane (30 litres), ce qui n'est plus du tout le cas s'il était stocké sous forme de gaz.

---

4. D'après l'énoncé, on a un système diphasé de masse totale m = *13,0 kg* de volume V = *30,0 L* dans lequel on observe :

un volume $\mathbf{V_v}$ de gaz, de masse $\boldsymbol{m_v}$ et de volume massique $\boldsymbol{v_v}$;

un volume $\mathbf{V_\ell}$ de liquide, de masse $\boldsymbol{m_\ell}$ et de volume massique $\boldsymbol{v_\ell}$;

Or, $\mathbf{V} = \mathbf{V_v} + \mathbf{V_\ell}$ ↔ $\mathbf{V} = \boldsymbol{m_v \times v_v + m_\ell \times v_\ell}$

↔ $\dfrac{\mathbf{V}}{\boldsymbol{m}} = \dfrac{\boldsymbol{m_v}}{\boldsymbol{m}} \times \boldsymbol{v_v} + \dfrac{\boldsymbol{m_\ell}}{\boldsymbol{m}} \times \boldsymbol{v_\ell}$

↔ $\boldsymbol{v_{sys} = w_v \times v_v + w_\ell \times v_\ell}$

↔ $\boldsymbol{v_{sys} = (1 - w_\ell) \times v_v + w_\ell \times v_\ell}$

↔ $\boxed{\boldsymbol{w_\ell = \dfrac{v_{sys} - v_v}{v_\ell - v_v}}}$

On note $\boldsymbol{w_v}$ et $\boldsymbol{w_\ell}$ respectivement la fraction massique en gaz et la fraction massique en liquide dans le système ($\boldsymbol{w_v}$ + $\boldsymbol{w_\ell}$ **= 1**)

AN → $\boldsymbol{w_\ell} = \dfrac{2{,}30.10^{-3} - 0{,}201}{1{,}71.10^{-3} - 0{,}201}$ soit $\boldsymbol{w_\ell}$ **= 0,997 = 99,7 %**

---

5. Par définition, $\mathbf{V_\ell} = \boldsymbol{m_\ell \times v_\ell}$ avec $\boldsymbol{m_\ell = x_\ell \times m}$. On a donc la relation : $\boxed{\mathbf{V_\ell} = \boldsymbol{x_\ell \times m \times v_\ell}}$.

AN → $\mathbf{V_\ell} = \mathbf{0{,}997 \times 13{,}0 \times 1{,}71.10^{-3}}$ soit $\mathbf{V_\ell}$ **= 22,2 L**

➡ *Autre méthode* : On peut aussi écrire que $\mathbf{V_\ell} = \dfrac{\boldsymbol{m_\ell}}{\boldsymbol{\rho_\ell}}$ avec $\boldsymbol{m_\ell = x_\ell \times m}$, soit $\mathbf{V_\ell} = \dfrac{\boldsymbol{x_\ell \times m}}{\boldsymbol{\rho_\ell}}$.

AN → $\mathbf{V_\ell} = \dfrac{0{,}997 \times 13{,}0}{585}$ soit $\mathbf{V_\ell}$ **= 22,2 L**

---

6. Lorsque la bouteille est pleine, le système dans la bouteille est en équilibre biphasique, donc sa pression est nécessairement égale à la **pression de vapeur saturante P* = 2,08 bar**.

Au cours de l'utilisation de la bouteille, la masse de butane va diminuer à volume constant : le volume massique $\boldsymbol{v_{sys}}$ du système va donc augmenter et se rapprocher de $\boldsymbol{v_v}$:

tant que $\boldsymbol{v_{sys} \le v_v}$, **le butane sera biphasique et la pression vaudra P* = 2,08 bar** ;

dès que $\boldsymbol{v_{sys} > v_v}$, **le butane sera entièrement gazeux et la pression sera inférieure à P***, en diminuant progressivement en fonction de la quantité de butane restant (équation d'état des gaz parfaits).

---

7. Quand la pression commence à diminuer, la masse de butane restant dans la bouteille est m* telle que, en considérant que le butane se comporte comme un gaz parfait : **m* =** $\dfrac{\boldsymbol{M.V.P^*}}{\boldsymbol{R.T}}$.

Si on compare cette masse à la masse m de butane initialement présent, on en déduit donc qu'il reste donc dans la bouteille la proportion ***x**** de butane : $\boxed{\boldsymbol{x^* = \dfrac{m^*}{m} = \dfrac{M.V.P^*}{m.R.T}}}$.

AN → $\boldsymbol{x^*} = \dfrac{55{,}8.10^{-3} \times 30{,}0.10^{-3} \times 2{,}08.10^{5}}{13{,}0 \times 8{,}31 \times (20+273)}$ soit ***x* = 0,0115 = 1,15 %***

➡ *Commentaire* : Lorsque la pression dans la bouteille commence à diminuer, la bouteille ne contient quasiment plus de butane. C'est donc un 2ème avantage du stockage biphasique du butane, une baisse de pression étant le signe qu'il faut changer de bouteille.