TD Physique 11 **BCPST 1C**

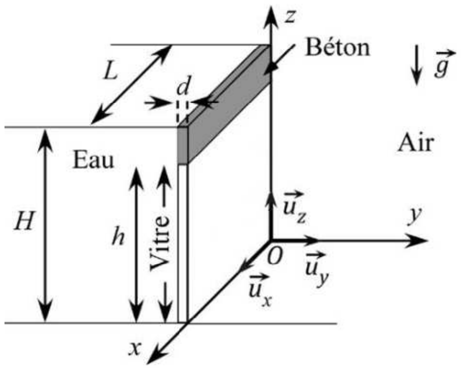
- *Statique des fluides* -

Donnée : intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}80\ N.kg^{-1}$

♣ Exercice 01 : Vitre d'aquarium

La vitre verticale de forme rectangulaire du grand aquarium de la Cité de la Mer possède de les caractéristiques suivantes :

- *hauteur* $h = 7{,}70$ m,
- *largeur* $L = 4{,}50$ m,
- *épaisseur* $d = 0{,}33$ m.



On suppose la pression de l'air uniforme et constante, égale à la pression P_0 *du niveau de la mer. L'eau de mer dont est rempli l'aquarium est un fluide incompressible que l'on assimile à de l'eau douce de masse volumique* ρ_{eau}.

On précise que l'aquarium est rempli d'eau sur une hauteur $H = 7{,}80$ m.

1- Donner l'expression vectorielle de la force pressante exercée par l'air sur la vitre.

2- a) Montrer que la pression au sein de l'eau vérifie la relation :

$$P_{eau}(z) = P_0 + \rho_{eau}.g.(H - z).$$

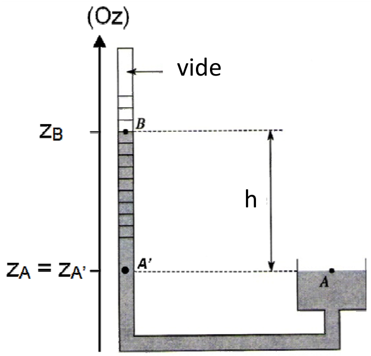
b) Donner l'expression vectorielle de la force pressante exercée par l'eau sur la vitre.

3- En déduire l'expression vectorielle de la résultante des forces pressantes sur la vitre. Faire l'application numérique pour déterminer sa norme.

♣ Exercice 02 : Le baromètre de Torricelli

Un baromètre permet la mesure de la pression atmosphérique, notée P_{atm}. *Les plus courants sont constitués d'un tube en U fermé à une extrémité (en haut à gauche sur le schéma) et ouvert à l'air libre à l'autre extrémité (en bas à droite sur le schéma).*

Les premiers baromètres contenaient du mercure, un liquide de masse volumique $\rho_{Hg} = 13{,}6.10^{3}\ kg.m^{-3}$, *la surface du mercure étant surmontée de vide du côté où le tube est fermé. On observe une différence de niveau notée « h » entre le point A et le point B.*

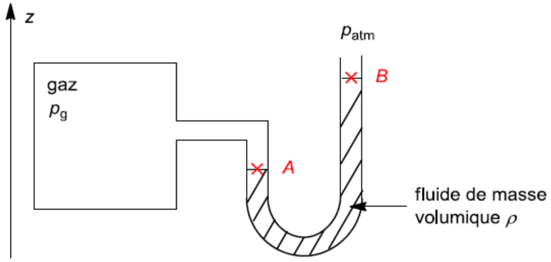


1- Déterminer l'expression de la hauteur h de la colonne de mercure dans ce baromètre en fonction de P_{atm}, g et ρ_{Hg}. Faire l'application numérique pour $P_{atm} = 1013$ hPa.

2- Pourquoi le liquide présent dans le baromètre est-il du mercure et non pas de l'eau ?

♣ Exercice 03 : Le manomètre

La manométrie permet de mesurer une différence de pression entre une enceinte fermée contenant un gaz et la pression atmosphérique.



1- Montrer que la mesure de la dénivellation h entre le niveau de A et le niveau de B permet de déterminer la différence de pression entre celle du gaz présente dans l'enceinte et celle de l'atmosphère.

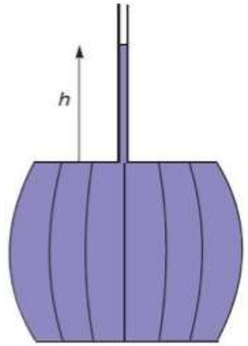
2- Que vaut la pression P_g du gaz dans l'enceinte si le liquide utilisé est de l'eau et si la dénivellation h est égale à 10 cm ?

3- Que faut-il faire pour mesurer des surpressions plus importantes sans que le système ne soit trop grand ?

4- Représenter le système dans le cas d'un gaz en sous-pression par rapport à l'atmosphère.

♣ Exercice 04 : Le crève-tonneau de Pascal

Afin de montrer qu'on peut crever un tonneau plein grâce à une faible masse d'eau, Pascal élabora l'expérience suivante : avec de l'eau, il remplit à ras bord un tonneau de diamètre D = 70,0 cm *et de hauteur* H = 1,00 m. *Il perça le couvercle supérieur d'un trou de diamètre* d = 1,0 cm *dans lequel il plaça un tuyau disposé verticalement.*



Il versa ensuite de l'eau dans le tube et constata que pour une hauteur « h » d'eau dans le tube, les forces pressantes qui s'exercent sur les parois du tonneau le font commencer à fuir jusqu'à explosion du tonneau !

Les parois du tonneau ne pouvant pas supporter une pression intérieure supérieure à 2 atmosphères, en déduire la hauteur d'eau minimale h à ajouter dans le tube pour crever le tonneau.

Pour ceux qui ont du mal à démarrer, on pourra s'aider des questions ci-dessous …

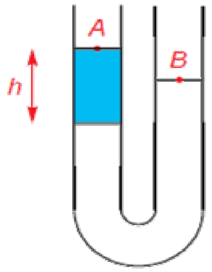
1- En quel endroit du tonneau la pression est-elle la plus forte ?

2- Déterminer l'expression de la pression en cet endroit du tonneau en fonction de P_{atm}, ρ_{eau}, g, h et H.

3- En déduire l'expression de h en fonction de P_{atm}, ρ_{eau}, g et H pour qu'il y ait explosion.

4- Faire l'application numérique

♣ Exercice 05 : Différence de niveau dans un tube en U

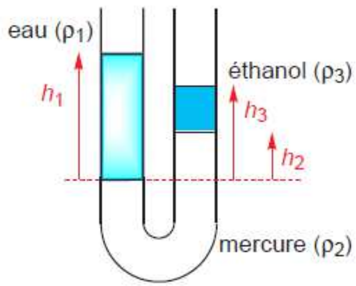


Avec deux solvants non miscibles :

Un tube en U est rempli d'eau, de masse volumique ρ_e. *Dans une des parties verticales du tube, sur une hauteur* h, *on introduit du cyclohexane, solvant organique non miscible à l'eau et de masse volumique* $\rho_o < \rho_e$.

1- Sachant que $\rho_O = 779\ kg.m^{-3}$ et que h = 5,0 cm, déterminer la différence d'altitude H entre les deux surfaces libres

Avec trois solvants non miscibles :



On considère un tube en U rempli de mercure, de masse volumique $\rho_2 = 13{,}6\ g.cm^{-3}$. *Dans une des parties verticales du tube, sur une hauteur* h_1, *on introduit de l'eau (non miscible avec le mercure) de masse volumique* $\rho_1 < \rho_2$. *Dans l'autre partie verticale, on introduit de l'éthanol (également non miscible avec le mercure) sur une hauteur* $h_3 - h_2$.

On mesure expérimentalement h_1, h_2 *et* h_3 *: on obtient* $h_1 = 80{,}0$ cm ; $h_2 = 5{,}0$ cm ; $h_3 = 20{,}0$ cm.

2- En déduire l'expression de la masse volumique ρ_3 de l'éthanol en fonction des données de l'énoncé puis faire l'application numérique.

♣ Exercice 06 : Atmosphère non isotherme

On considère que la température de l'air (gaz parfait) décroît linéairement avec l'altitude. Au niveau de la mer (altitude $z_1 = 0$*), la température vaut* $T_1 = 20$ °C *; au sommet de l'Everest (altitude* $z_2 = H = 8\,850$ m*), elle vaut* $T_2 = -40$ °C .

Donnée : Masse molaire de l'air $M_{air} = 29\ g.mol^{-1}$ *;*

1- Déterminer la loi de variation de la température avec l'altitude.

2- Établir la loi de variation de la pression avec l'altitude.

3- En déduire la valeur de la pression au sommet de l'Everest dans ce modèle et la comparer à la valeur obtenue dans le modèle de l'atmosphère isotherme $P_{iso} = 0{,}31$ bar.

♣ Exercice 07 : C'est l'heure de l'apéro (avec de l'eau ...)

Données : - masse volumique de l'eau liquide : $\rho_e = 1{,}0\ g.cm^{-3}$;
- masse volumique de la glace $\rho_g = 0{,}92\ g.cm^{-3}$.

1- Un glaçon flotte dans un verre d'eau. Quel est la proportion de glace immergée ?

2- Calculer le volume qu'occupera le glaçon une fois qu'il aura fondu. Quelle sera la conséquence sur le niveau d'eau dans le verre ?

3- Pourquoi peut-on quand même attribuer la montée du niveau des océans au réchauffement climatique ?

♣ Exercice 08 : Ballon-sonde

Le ballon-sonde est le moyen le plus simple d'envoyer un chargement dans les différentes couches de l'atmosphère. Les ballons météorologiques, embarquant du matériel scientifique de mesure, explorent par exemple toute la troposphère et la basse stratosphère. On se propose ici d'étudier un ballon-sonde stratosphérique ouvert à l'hélium (He).

Dans tout l'exercice, on suppose le champ de pesanteur uniforme et l'atmosphère isotherme, de température $T_0 = 293$ K. *La pression au niveau du sol est égale à* P_0, *pression au niveau de la mer. On néglige la force de frottement de l'air. Enfin, le mouvement du ballon-sonde est suffisamment lent pour pouvoir appliquer au fluide la loi de la statique des fluides.*

Dans ce type de ballon-sonde, le ballon est indéformable et garde un volume constant $V_1 = 100\ m^3$. *Le ballon étant ouvert à sa base, la pression à l'intérieur du ballon est identique à tout moment à celle qui règne à l'extérieur. Au moment du lancement, le ballon est gonflé à l'hélium. On suppose que la température à l'intérieur du ballon reste constante, égale à la température extérieure* $T_0 = 293$ K.

Au ballon (dont l'enveloppe a une masse négligeable) est attachée une nacelle de volume négligeable contenant les appareils de mesure, de masse $m_2 = 10{,}0$ kg. *L'axe vertical* (Oz) *est choisi ascendant.*

Données : $M(He) = 4{,}00\ g.mol^{-1}$, $M(air) = 29{,}0\ g.mol^{-1}$

1- Exprimer en fonction des données, la masse m_1 d'hélium dans le ballon ainsi que la masse volumique de l'air $\rho_{air,0}$ au moment du décollage. Faire l'application numérique.

Pour la suite, on considère le système $\{ballon + nacelle\}$.

2- Exprimer le poids du système et la poussée d'Archimède qui s'applique sur le ballon gonflé à l'hélium au moment du décollage (on négligera la poussée d'Archimède s'exerçant sur la nacelle).

3- Analyser la flottabilité du ballon équipé de sa nacelle et montrer qu'il peut effectivement décoller.

4- Exprimer la pression de l'air $P_{air}(z)$ et la masse volumique de l'air $\rho_{air}(z)$ en fonction de l'altitude z.

5- Exprimer la norme $\pi(z)$ de la poussée d'Archimède en fonction de l'altitude z. Comment évolue cette norme au fur et à mesure que le ballon monte ?

6- Exprimer la quantité de matière $n_{He}(z)$ d'hélium dans le ballon en fonction de l'altitude z. Conclure.

7- Le ballon-sonde atteint son altitude maximale z_{max} et conserve ensuite cette altitude. Montrer que z_{max} satisfait à l'expression ci-dessous. Faire l'application numérique.

$$z_{max} = -\frac{RT_0}{M(air)g} \ln\left(\frac{RT_0 m_2}{P_0 V_1 (M(air) - M(He))}\right)$$

♣ Exercice 09 : Etude du manteau terrestre

On cherche à déterminer quel phénomène prédomine entre la convection thermique et la conduction thermique dans le manteau terrestre.

Pour cela on compare les temps caractéristiques permettant d'estimer la durée de la mise en place de ces phénomènes. Ces temps peuvent dépendre de plusieurs paramètres parmi lesquels :

- L, *l'épaisseur du manteau :* $L = 2900$ km,
- α, *le coefficient de dilatation thermique du manteau :* $\alpha = 2{,}0.10^{-5}\,K^{-1}$,
- β, *le gradient de température du manteau, indiquant la variation moyenne de la température du haut vers le bas du manteau :* $\beta = 1{,}1$ °C.km^{-1},
- g, *l'accélération de pesanteur :* $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.
- ρ, *la masse volumique moyenne du manteau :* $\rho = 5{,}0$ g.cm^{-3}.
- k, *la diffusivité du manteau, caractérisant ka vitesse à laquelle l'énergie thermique se propage dans le manteau :* $k = 7{,}5.10^{-7}$ m.s^{-2}.

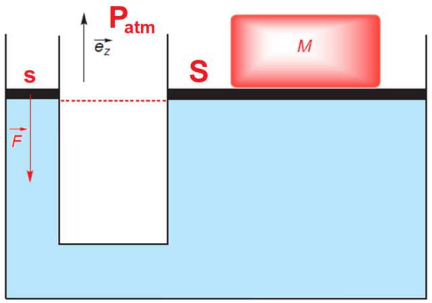
1- Déterminer l'expression du temps caractéristique τ_{CONV} associé au phénomène de convection sachant qu'il dépend à priori de α, β et g.

2- Déterminer l'expression du temps caractéristique τ_{COND} associé au phénomène de conduction sachant qu'il dépend à priori de ρ, L et k.

3- En déduire lequel de ces deux phénomènes prédomine dans le manteau terrestre.

♣ Exercice 10 : Principe du monte-charge hydraulique

Un monte-charge hydraulique est constitué de deux compartiments de sections respectives s *et* S *(telles que* s << S*) et reliés par le bas (voir schéma). Le dispositif est rempli d'eau et la masse des plateaux est négligeable devant les autres masses mises en jeu dans l'exercice. La pression atmosphérique est supposée constante et uniforme (valeur* P_{atm}*) autour du dispositif.*



On pose sur le grand plateau un objet de masse M. Pour que les deux plateaux restent à la même hauteur, on est obligé d'exercer sur le petit plateau une force pressante $\vec{F}$ *verticale.*

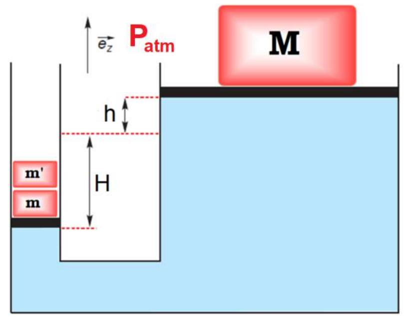
1- **a)** On note P_A la pression dans l'eau juste en-dessous du petit plateau. En étudiant le système « petit plateau », exprimer P_A en fonction de F, P_{atm} et s.

b) On note P_B la pression dans l'eau juste en-dessous du grand plateau. En étudiant le système « grand plateau », exprimer P_B en fonction de M, g, P_{atm} et S.

c) En déduire l'expression de F en fonction de M, g, s et S.

d) En déduire l'expression de la masse *m* d'un objet qui aurait un poids égal à F en fonction de M, s et S. Comparer alors m et M puis faire l'application numérique avec les données suivantes : M = 1,00 tonne, *s* = 200 cm^2 et *S* = 1,00 m^2.

On place cet objet de masse m sur le petit plateau et on rajoute un objet supplémentaire de masse m' sur ce même plateau : le petit plateau s'abaisse d'une distance H *et le grand plateau s'élève d'une distance* h.



3- **a)** Quel lien existe-t-il entre h, H, s et S ?

b) Donner l'expression de m' en fonction de h, H, s, S et ρ_{eau} (masse volumique de l'eau). Faire l'application numérique pour h = 10 cm.

♣ Exercice 11 : Dans un bassin ...

On considère un bassin rempli d'eau sur une hauteur h = 1,00 m. *L'eau liquide est considérée comme un fluide incompressible de masse volumique* ρ_e = 1000 kg.m^{-3}. *On donne la valeur moyenne de la pression atmosphérique :* P_0 = 1,00 bar. *L'accélération de la pesanteur est notée* g *et sa valeur supposée constante :* g = 9,80 m.s^{-2}.

1- Comparer numériquement la pression maximale dans le bassin et la pression atmosphérique.

2- Quelle devrait être la profondeur du bassin pour doubler cette pression maximale ?

Une balle de ping-pong de masse m = 2,30 g *et de rayon* r = 1,9 cm *que l'on considère comme une sphère incompressible est lâchée depuis le fond du bassin à une altitude* z = – h *sans vitesse initiale. Elle est repérée par sa côte* z(t) *sur un axe* (Oz) *ascendant dont l'origine est prise à la surface.*

La balle est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède dans l'eau et à une force de frottement fluide s'écrivant $\vec{F} = -k\,\vec{v}$ *où* $\vec{v}$ *est le vecteur vitesse de la balle et* k *est une constante ayant pour valeur* k = 3,6.10^{-4} SI.

3- Déterminer l'unité du Système International de la constante k.

4- En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la balle s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_{LIM}}{\tau}$$

On exprimera le temps caractéristique τ ainsi que la vitesse limite atteinte v_{lim} en fonction des données de l'énoncé.

5- Donner l'expression de v(t) puis de z(t).

6- Calculer numériquement τ et v_{lim}. Commenter.

La balle de ping-pong de rayon r = 1,9 cm *est maintenant mise en oscillation verticale à cause du passage d'une onde transversale à la surface de l'eau. La vitesse de propagation des ondes a pour valeur* c = 50 cm.s^{-1}.

7- En exploitant le schéma ci-dessous, évaluer l'ordre de grandeur de la période d'oscillation de la balle.