

Données :

→ **Intensité de la pesanteur terrestre :** $g = 9,80 \text{ N.kg}^{-1}$

→ **Lois de Coulomb :**

▪ Lorsque deux solides en contact **ne glissent pas** l'un sur l'autre : $\|\vec{R}_T\| \leq f_S \times \|\vec{R}_N\|$

où $\|\vec{R}_T\|$ est la norme de la composante tangentielle et $\|\vec{R}_N\|$ est la norme de la composante normale de la réaction exercée par un solide sur un autre et f_S est le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique) qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact.

▪ Lorsque deux solides en contact **glissent** l'un sur l'autre : $\|\vec{R}_T\| = f_D \times \|\vec{R}_N\|$

où f_D est le coefficient de frottement dynamique qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact avec $f_D < f_S$.

♣ **Exercice 01 : Expériences autour d'un ressort**

On souhaite déterminer la constante de raideur k d'un ressort. Pour cela, on mesure :

- la longueur du ressort à vide : on obtient $L_0 = 8,2 \text{ cm}$;

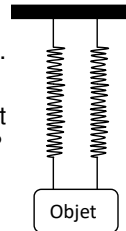
- la longueur du ressort quand on suspend à son extrémité un objet de masse $m = 50,0 \text{ g}$ et de volume $V = 35,0 \text{ cm}^3$: on obtient $L_1 = 15,9 \text{ cm}$ quand l'objet est immobile.

1- En déduire la constante de raideur k du ressort étudié.

2- On associe en parallèle deux ressorts identiques au précédent (voir schéma). Quelle sera la longueur prise par les ressorts une fois l'objet immobile ?

3- On recommence la 1^{ère} manipulation en immergeant complètement l'objet dans l'eau. Quelle sera la longueur prise par le ressort une fois l'objet immobile ?

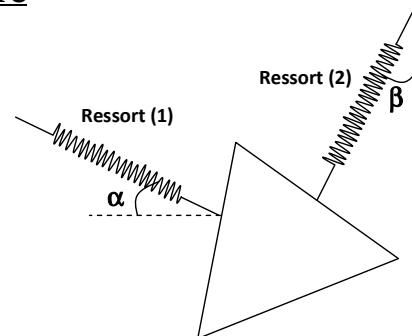
Donnée : quand un corps est immergé dans un fluide, il est soumis de la part de celui-ci à la poussée d'Archimède \vec{F}_A qui est une force égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.



♣ **Exercice 02 : Suspension d'un cadre**

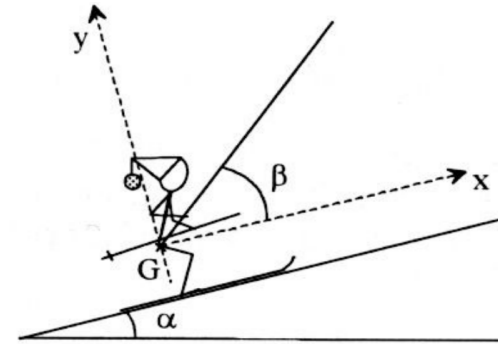
Un cadre triangulaire métallique de masse $m = 1,500 \text{ kg}$ est suspendu par l'intermédiaire de deux ressorts de constantes de raideur respectives $k_1 = 10,0 \text{ N.m}^{-1}$ et $k_2 = 20,0 \text{ N.m}^{-1}$ et de longueurs à vide identiques $L_{01} = L_{02} = 15,0 \text{ cm}$. Le ressort (1) fait un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale et le ressort (2) fait un angle $\beta = 15^\circ$ par rapport à la verticale.

Déterminer les longueurs L_1 et L_2 de chaque ressort quand la pièce triangulaire métallique est immobile dans le référentiel terrestre.



♣ **Exercice 03 : Le télési**

Un skieur de masse totale $m = 80,0 \text{ kg}$ équipement compris est tiré par la perche d'un télési sur une piste rectiligne faisant un angle $\alpha = 15,0^\circ$ par rapport à l'horizontale. La perche de remontée fait un angle $\beta = 40,0^\circ$ avec le plan de la piste. La piste est verglacée et les frottements sont considérés comme négligeables. Le skieur évolue à vitesse constante.



Exprimer puis calculer la valeur de toutes les forces extérieures subies par le système.

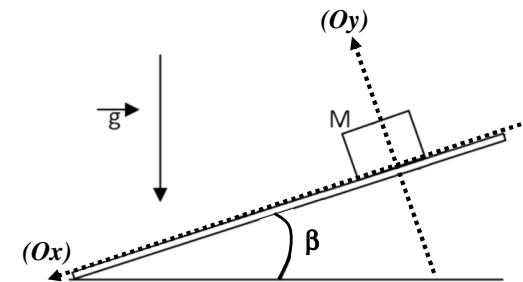
♣ **Exercice 04 : Mise en mouvement d'un traîneau**

Un traîneau de masse $m = 100,0 \text{ kg}$ est tiré sur une surface horizontale couverte de neige. Les coefficients de frottements statique et dynamique (voir les lois de Coulomb en début de TD) valent respectivement $f_S = 0,30$ et $f_D = 0,25$.

Déterminer la valeur F_C de la force que les chiens de traîneau doivent fournir pour mettre en mouvement le traîneau, puis la valeur F_C' de la force qu'ils devront ensuite fournir pour maintenir le traîneau à vitesse constante.

♣ **Exercice 05 : Bloc de pierre immobile ... ou pas**

Un bloc de pierre de masse $m = 10 \text{ kg}$ est immobile sur un plan incliné d'un angle β par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique (voir les lois de Coulomb en début de TD) valent tous les deux $f = 0,40$.

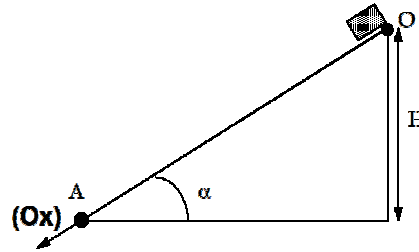


1- Déterminer l'expression des normes R_N et R_T des composantes de la réaction du support en fonction de m , β et g .

2- Quelle valeur maximale β_{max} peut-on donner à l'angle β avant que le solide ne glisse ?

❖ Exercice 06 : Vitesse de déplacement sur un plan incliné

Soit un solide supposé ponctuel de masse m déposé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On note (Ox) l'axe orienté vers le bas suivant la direction du plan incliné. Le solide part du point O (origine de l'axe (Ox)) sans vitesse initiale et il atteint un point A tel que la différence d'altitude entre O et A est égale à H .



1- Montrer qu'en l'absence de frottements, l'abscisse

$$x \text{ du solide vérifie la relation : } x = \frac{1}{2} g \cdot \sin(\alpha) \cdot t^2.$$

2- Exprimer la vitesse du solide au point A en fonction de g et H .

On ne néglige plus les frottements et on note f le coefficient dynamique de frottement (voir les lois de Coulomb en début de TD).

3- Montrer que l'abscisse x du solide vérifie la relation : $x = \frac{1}{2} g \cdot [\sin(\alpha) - f \cdot \cos(\alpha)] \cdot t^2$.

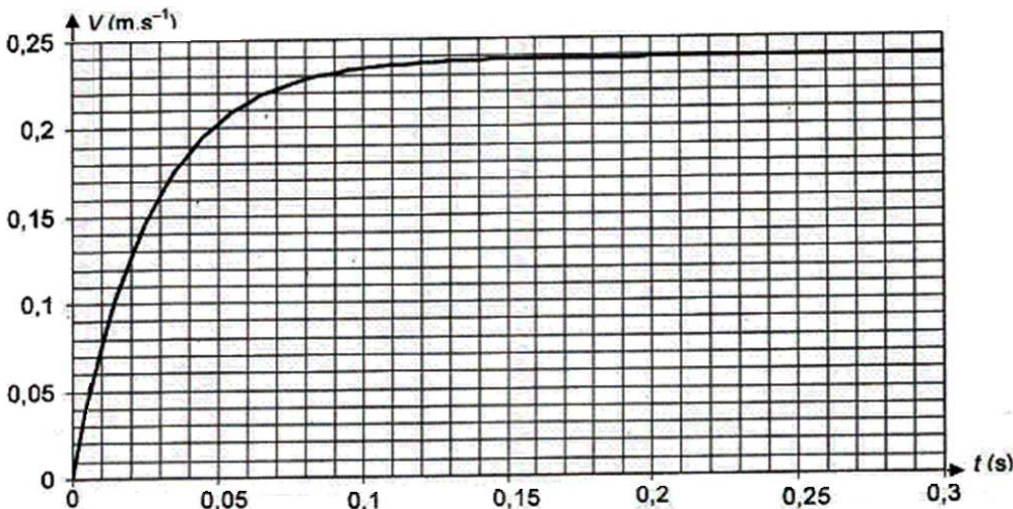
4- Exprimer la vitesse du solide au point A en fonction de f , g , α et H .

❖ Exercice 07 : Viscosité du glycérol

La viscosité d'un liquide est une grandeur physique (notée η) qui caractérise sa capacité à s'écouler : η est d'autant plus grand que le liquide s'écoule facilement.

Pour déterminer la viscosité du glycérol (masse volumique $\rho_{gly} = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), on remplit un long cylindre de ce liquide et on laisse tomber dans celui-ci une bille sphérique en acier de masse $m = 4,1 \text{ g}$ et de rayon $r = 5,0 \text{ mm}$.

A l'aide de capteurs, on repère la position atteinte par la bille et on trace l'évolution de la vitesse de la bille au cours du temps.



Au cours de sa chute verticale, la bille est soumise, entre autres, à :

- une force de frottement \vec{f} proportionnelle à la vitesse de chute : $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$;
- la poussée d'Archimède \vec{F}_A , égale à l'opposé du poids de fluide déplacé.

Le champ de gravitation est considéré comme uniforme de valeur $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et on travaille avec un axe (Oy) vertical orienté vers le bas ayant pour origine la position initiale de la bille.

1- Déterminer l'unité SI de η .

2- Montrer que la vitesse v de la bille vérifie l'équation différentielle:

$$\frac{dv}{dt} + A \cdot v = B \quad \text{avec} \quad A = \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r}{m} \quad \text{et} \quad B = \left(1 - \frac{4\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{gly}}{3m}\right) \cdot g$$

3- a) A l'aide de l'équation différentielle, exprimer en fonction des constantes **A** et **B** :

- # la constante de temps τ caractéristique de l'évolution de la vitesse v de la bille ;
- # la vitesse limite v_{LIM} atteinte par la bille en régime permanent.

b) En déduire une méthode graphique permettant d'accéder aux valeurs de **A** et **B**.

4- a) Déterminer l'expression de $v_x(t)$ et de $y(t)$ en fonction des constantes **A** et **B**.

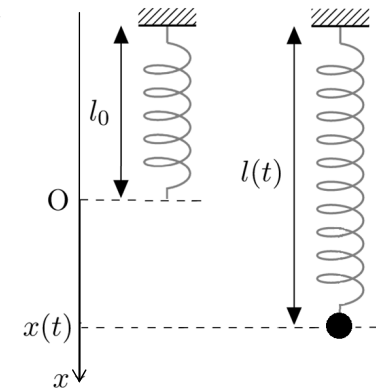
b) Exprimer la distance d parcourue par la bille au bout d'une durée égale à 5τ en fonction des constantes **A** et **B** ? Faire l'application numérique puis commenter le résultat obtenu.

❖ Exercice 08 : Etude d'un oscillateur harmonique vertical

Dans la suite, on raisonne avec un axe (Ox) vertical descendant.

Figure de gauche : on fixe l'extrémité haute d'un ressort de constante de raideur k sur un support horizontal. La longueur du ressort est alors égale à sa longueur à vide notée l_0 et l'extrémité inférieure du ressort est confondue avec l'origine O de l'axe (Ox) .

Figure de droite : On attache une bille supposée ponctuelle de masse $m = 200 \text{ g}$ à l'extrémité inférieure du ressort. On soulève la bille d'une distance D par rapport à l'origine de l'axe (Ox) puis on la lâche sans lui communiquer de vitesse : la bille décrit alors des oscillations verticales autour d'une position d'équilibre. Au cours de ces oscillations, on note ℓ la longueur prise par le ressort et x l'abscisse de la bille sur l'axe (Ox) .



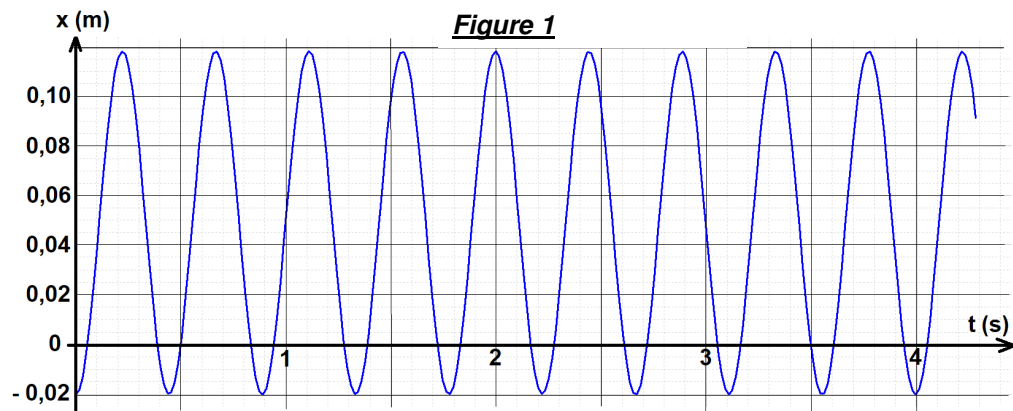
L'enregistrement des différentes valeurs de x au cours du temps permet de tracer le graphique $x = f(t)$ de la **Figure 1**.

1- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par x est du type : $\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \cdot x = \beta$ où α et β sont deux constantes à exprimer en fonction de m , k et g .

2- En déduire l'expression de $x(t)$ en fonction de m , g , k et D .

3- Utiliser le graphique $x(t)$ pour déterminer la valeur de D et de k .

4- A l'aide de l'expression de $x(t)$ établie à la question 2-, déterminer l'expression de l'amplitude x_m des oscillations en fonction de m , g , k et D . Faire l'application numérique puis comparer avec une lecture graphique sur la **Figure 1**.



- 5- On note $x_{\text{éq}}$ l'abscisse de la position d'équilibre autour de laquelle oscille la bille. Etablir l'expression de $x_{\text{éq}}$ en fonction de m , g et k puis faire l'application numérique :
- en se servant uniquement de l'équation différentielle établie à la question 1- ;
 - en se servant uniquement de l'expression de $x(t)$ établie à la question 2- (on pourra au préalable repérer la valeur de $x_{\text{éq}}$ obtenue à la question 5-a) sur la **Figure 1**).

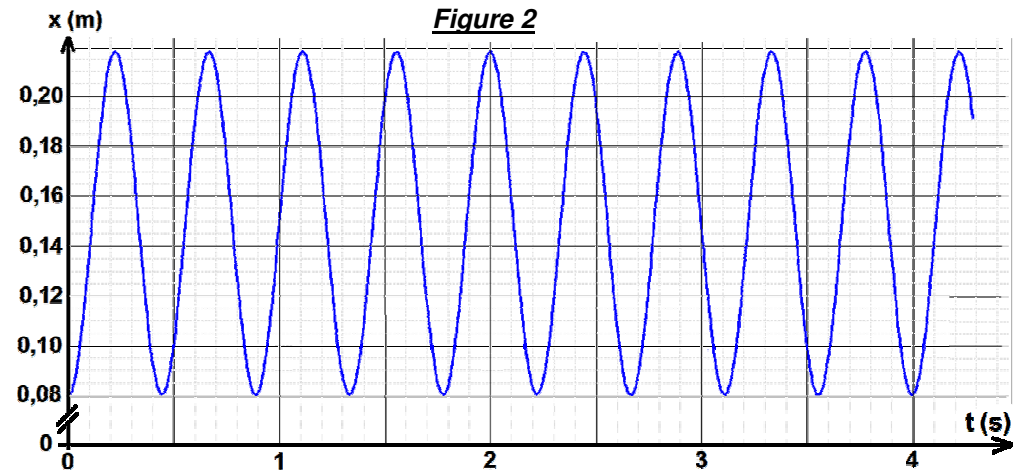
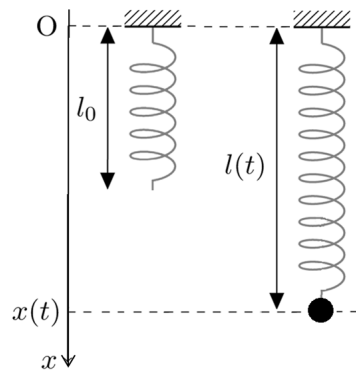
On réalise exactement la même étude avec un axe (Ox) vertical descendant dont l'origine O est confondue avec l'extrémité haute du ressort (voir ci-contre).

Le graphique $x = f(t)$ obtenu est représenté **Figure 2**.

- 6- Sans refaire toutes les démonstrations, montrer que l'équation différentielle vérifiée par x est du type :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha' \times x = \beta'$$

où α' et β' sont deux constantes à exprimer en fonction de m , k , g et ℓ_0



- 7- On note $x'_{\text{éq}}$ l'abscisse de la position d'équilibre autour de laquelle oscille la bille. Etablir l'expression de $x'_{\text{éq}}$ en fonction de m , g , k et ℓ_0 en se servant uniquement de l'équation différentielle établie à la question 6-.

- 8- En déduire une détermination graphique de la longueur à vide ℓ_0 du ressort.

On réalise exactement la même étude avec un axe (Ox) vertical descendant dont l'origine O est confondue avec la position d'équilibre de la bille (voir ci-contre).

- 9- Sans refaire toutes les démonstrations, montrer que l'équation différentielle vérifiée par x est du type :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha'' \times x = 0$$

où α'' est une constante à exprimer en fonction de m et k .

- 10- Dessiner l'allure du graphique $x = f(t)$ dans ces conditions.

