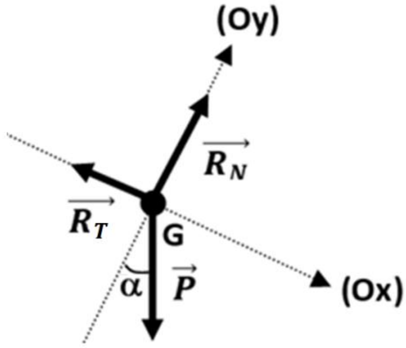
# BCPST 1C - Devoir Surveillé n°9 (27/05/2026) CORRIGE

## ♣ PHYSIQUE 01 : Descente à ski




**1-** *Système :* le skieur assimilé à son centre de masse G.
*Référentiel* : référentiel terrestre supposé galiléen, la durée de l'expérience étant très courte devant la durée d'une journée.

*Bilan des forces* :
- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ ;
- la réaction normale du sol $\overrightarrow{R_N}$ ;
- la réaction tangentielle du sol $\overrightarrow{R_T}$ ;

Le système ayant une masse constante, la 2ème loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) s'écrit : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T} = m.\vec{a}$ où $\vec{a}$ est l'accélération du système.

La projection de cette loi sur l'axe *(Oy)* conduit à :

$$P_y + R_{Ny} + R_{Ty} = m.a_y \quad \Leftrightarrow \quad -m.g.\cos\alpha + R_N + 0 = m.a_y$$

Or, le système n'a pas de mouvement selon *(Oy)* ; on en déduit donc que :

$$a_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_N = m.g.\cos\alpha$$

De plus, d'après les lois de Coulomb, $R_T = f_D.R_N$. On en déduit donc que :

$$\boxed{R_T = f_D.m.g.\cos\alpha}$$

---

**2-** On projette la 2ème loi de Newton sur l'axe (O*x*) :

$$P_x + R_{Nx} + R_{Tx} = m.a_x \quad \Leftrightarrow \quad m.g.\sin\alpha + 0 - R_T = m.a_x \quad \Leftrightarrow \quad a_x = g.\sin\alpha + 0 - \frac{R_T}{m}$$

$$\Leftrightarrow \quad a_x = g.\sin\alpha + 0 - \frac{f_D.m.g.\cos\alpha}{m} \qquad \text{soit finalement} \quad \boxed{a_x = g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha)}$$

Or, $a_x$ est la dérivée de la coordonnée $v_x$ du vecteur vitesse selon l'axe (Ox). On obtient donc $v_x$ en intégrant $a_x$ :

$$\Leftrightarrow \quad v_x(t) = g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha).t + Constante$$

Or, le skieur s'élançant du point O sans vitesse initiale, $v_x(t=0) = 0$ , donc la constante d'intégration est nulle.

Finalement, $\boxed{v_x(t) = g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha).t}$.

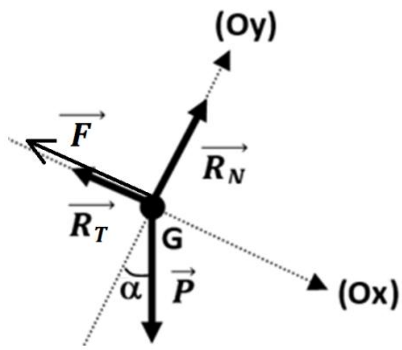
Enfin, le système évoluant uniquement selon l'axe (*Ox*) et dans le même sens que celui-ci, on en déduit que $v(t) = v_x(t)$. Donc $\boxed{v(t) = g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha).t}$.

---

**3-** La loi de vitesse n'est pas compatible avec l'obtention d'une vitesse limite car **v(t) augmente de façon linéaire** : elle n'atteindra donc jamais d'asymptote (mathématiquement, la limite de la fonction **v(t)** lorsque t tend vers +∞ ne sera jamais nulle).

---

**4-** On rajoute la force de frottement $\vec{F}$ exercée par l'air dans le bilan des forces de la question **1-**. L'ensemble des forces est représenté sur le schéma ci-contre.




La 2ème loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) s'écrit : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T} + \vec{F} = m.\vec{a}$

La projection de cette loi sur l'axe ***(Ox)*** conduit à :

$$P_x + R_{Nx} + R_{Tx} + F_x = m.a_x \quad \Leftrightarrow \quad m.g.\sin\alpha + 0 - R_T - F = m.a_x$$

$$\Leftrightarrow \quad m.g.\sin\alpha - f_D.m.g.\cos\alpha - k.v = m.\frac{dv_x}{dt}$$

Or, le système évoluant uniquement selon l'axe (***Ox***) et dans le même sens que celui-ci, on en déduit que ***v(t) = $v_x$(t)***. La relation précédente devient donc :

$$\Leftrightarrow \quad m.g.\sin\alpha - f_D.m.g.\cos\alpha - k.v = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v \; = \; g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha)}$$

On obtient ainsi une équation différentielle linéaire du 1er ordre avec second membre vérifiée par la vitesse v(t) du système.

---

**5-** Par définition, la vitesse limite $v_{lim}$ est une constante : sa dérivée est donc nulle. L'équation différentielle devient alors :

$$\frac{k}{m}.v_{lim} \; = \; g.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha) \qquad \Leftrightarrow \qquad \boxed{v_{lim} = \frac{m.g}{k}.(\sin\alpha - f_D.\cos\alpha)}$$

***AN*** → $v_{lim} = \frac{100 \times 10}{10}$ **×** $(\sin(30°) - 0{,}10 \; \times \cos(30°))$ = **100 ×** $(0{,}50 - \; 0{,}10 \; \times 0{,}88)$

soit **$v_{lim}$ = 41 m.s⁻¹**

---

**6-** La vitesse limite caractérise le régime permanent. On estime que celui-ci est atteint au bout d'une durée **Δt$_{lim}$ = 5 τ** où τ est la constante de temps caractéristique de l'évolution du système.

La constante de temps τ est l'inverse du coefficient qui multiplie la vitesse dans la forme canonique de son équation différentielle. Ici, on a donc $\tau = \frac{m}{k}$.

Par conséquent, $\boxed{\Delta t_{lim} = \frac{5\,m}{k}}$

***AN*** → $\Delta t_{lim} = \frac{5 \times 100}{10}$ soit **Δt$_{lim}$ = 50 s**

*Remarque* : on peut retrouver que le terme  est homogène à une durée par une analyse dimensionnelle réalisée sur l'équation différentielle :

$$\left[\frac{dv}{dt}\right] = \left[\frac{k}{m}.v\right] \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{T} = \left[\frac{k}{m}\right] \quad \Leftrightarrow \quad T = \left[\frac{m}{k}\right]$$

## ♣ PHYSIQUE 02 : Préparation des astronautes

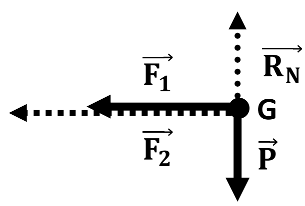
**1-** Système : {Cabine + Astronaute} de masse $m_C$ + M, assimilé à son centre de masse G.
Référentiel : terrestre supposé galiléen (durée d'étude inférieure à 24 heures).
Bilan des forces :

\# Poids $\vec{P}$ du système ;

\# Réaction normale $\overrightarrow{R_N}$ du rail ;

\# Force de rappel $\overrightarrow{F_1}$ du ressort de gauche : sur la Figure 3, ce ressort est étiré ($L_1 > L_0$), donc la force $\overrightarrow{F_1}$ est orientée vers la gauche ;

\# Force de rappel $\overrightarrow{F_2}$ du ressort de droite : sur la Figure 3, ce ressort est comprimé ($L_2 < L_0$), donc la force $\overrightarrow{F_2}$ est aussi orientée vers la gauche ;




---

**2-** D'après la $2^{ème}$ loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) appliquée à ce système de masse constante :

$$\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{F_1} + \vec{F_2} = (m_C + M) \times \vec{a} \qquad \text{avec } \vec{a} \text{ l'accélération du système.}$$

On projette cette relation sur l'axe (O$x$) :

$$P_x + R_{Nx} + F_{1x} + F_{2x} = (m_C + M) \times a_x$$

avec : # $\mathbf{P_x = 0}$ (le poids est vertical) ;

# $\mathbf{R_{Nx} = 0}$ (la réaction normale est verticale) ;

# $\mathbf{F_{1x} = -k \times (L_1 - L_0) < 0}$ ($\vec{F_1}$ est orientée dans le sens opposé de l'axe (O$x$)) ;

# $\mathbf{F_{2x} = +k \times (L_2 - L_0) < 0}$ ($\vec{F_2}$ est orientée dans le sens opposé de l'axe (O$x$)) ;

La projection devient alors : $0 + 0 - k \times \underbrace{(L_1 - L_0)}_{x} + k \times \underbrace{(L_2 - L_0)}_{-x} = (m_C + M) \times a_x$

Finalement : $-k \times x - k \times x = (m_C + M) \times \dfrac{d^2x}{dt^2}$

Ce qui conduit bien à l'équation diférentielle : $\boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{2\,k}{m_C + M} \times x = 0}$.

---

**3-** Cette équation différentielle peut se mettre sous la forme : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 \times x = 0$ avec $\omega_0$ la pulsation propre des oscillations telle que $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2\,k}{m_C + M}}}$.

La solution de cette équation différentielle est du type :

$\mathbf{x(t) = A \times \cos(\omega_0 \times t) + B \times \sin(\omega_0 \times t)}$ avec **A** et **B** deux constantes à déterminer

# Condition initiale sur la position :

$$\left.\begin{array}{l} x(t=0) = 0 \\ x(t=0) = A \times \cos(\omega_0 \times 0) + B \times \sin(\omega_0 \times 0) = A \end{array}\right\} \text{ Donc } \boxed{A = 0}$$

# Condition initiale sur la vitesse :

$$\left.\begin{array}{l} v_x(t=0) = v_0 \\ \text{Or, } v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = -A \times \omega_0 \times \sin(\omega_0 \times t) + B \times \omega_0 \times \cos(\omega_0 \times t) \\ \text{Donc, } v_x(t=0) = -A \times \omega_0 \times \sin(\omega_0 \times 0) + B \times \omega_0 \times \cos(\omega_0 \times 0) = B \times \omega_0 \end{array}\right\} \text{ Donc } \boxed{B = \dfrac{v_0}{\omega_0}}$$

Finalement, la solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$\boxed{x(t) = \dfrac{v_0}{\omega_0} \times \sin(\omega_0 \times t) \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\dfrac{2\,k}{m_C + M}}}$$

---

**4-** La **période temporelle** des oscillations vaut **$T_0 = 1{,}0$ s**.

Or, cette période est reliée à la pulsation propre des oscillations $\omega_0$ par la relation : $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$.

On en déduit donc que : $\sqrt{\dfrac{2\,k}{m_C + M}} = \dfrac{2\pi}{T_0} \leftrightarrow \dfrac{2\,k}{m_C + M} = \dfrac{4\pi^2}{T_0^2} \leftrightarrow m_C + M = \dfrac{k\,T_0^2}{2\pi^2}$

Soit finalement : $\boxed{M = \dfrac{k\,T_0^2}{2\pi^2} - m_C}$

***AN*** → $M = \dfrac{2000 \times 1{,}0^2}{2 \times 10} - 20$ soit **M = 80 kg**.

---

**5-** Pour un fluide macroscopiquement au repos et avec un axe (Oz) ascendant, la Relation Fondamentale de la Statique des Fluides s'écrit : $\mathbf{dP = -\rho_{eau}.g.dz}$

On intègre cette relation entre les points : # M (altitude z, pression P(z))
# O (altitude z = 0, pression $P_0$ par continuité de la pression à l'interface air/eau)

$$\int_{P(z)}^{P_0} \mathrm{dP} = -\int_{z}^{0} \rho_{eau}.\mathrm{g.dz} \quad \leftrightarrow \quad P_0 - P(z) = -\rho_{eau}.\mathrm{g}.\int_{z}^{0} dz \quad \leftrightarrow \quad P_0 - P(z) = -\rho_{eau}.\mathrm{g}.(0 - z)$$

Car : g = constante (champ de pesanteur uniforme)
$\rho_{eau}$ = constante (eau = fluide incompressible)

On en déduit donc que : $\mathbf{P_0 - P(z) = \rho_{eau}.g.z}$ ↔ $\boxed{\mathbf{P(z) = P_0 - \rho_{eau}.g.z}}$

***Autre* méthode** : Pour un fluide incompressible comme l'eau, au repos, dans un champ de pesanteur uniforme et pour un axe (Oz) ascendant, la ***Relation Fondamentale de la Statique des Fluides*** permet d'affirmer que :

$\mathbf{P(z) + \rho_{eau}.g.z = Constante}$ avec P(z) la pression en un point quelconque de l'eau d'altitude z

Appliquons cette relation aux deux points : # M (altitude z, pression P(z))
# O (altitude z = 0, pression $P_0$ par continuité de la pression à l'interface air/eau)

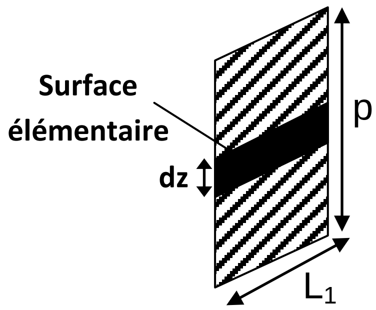
$$\mathbf{P(z) + \rho_{eau}.g.z = P_0 + \rho_{eau}.g \times 0}$$

On en déduit donc que : $\mathbf{P(z) + \rho_{eau}.g.z = P_0}$ ↔ $\boxed{\mathbf{P(z) = P_0 - \rho_{eau}.g.z}}$

---

**6-** Tous les points de la surface hachurée ne sont pas situés à la même altitude z. On en déduit que la pression exercée par l'eau n'est pas la même en chaque point de cette surface. On décompose celle-ci en **surfaces élémentaires de largeur $L_1$ et de hauteur dz** où on considère que la pression exercée par l'eau vaut :

$$\mathbf{P(z) = P_0 - \rho_{eau}.g.z.}$$




La force pressante subie par **chaque surface élémentaire $L_1$×dz** vaut donc :

$$\overrightarrow{dF} = (P_0 - \rho_{eau}.g.z) \times L_1 \times dz \times \vec{j}$$

**NB :** La force pressante est orientée du fluide vers la surface qui la subit, c'est-à-dire dans le même sens que le vecteur $\vec{j}$ pour la surface hachurée.

La force pressante subie par **l'ensemble de la surface hachurée** vaut donc :

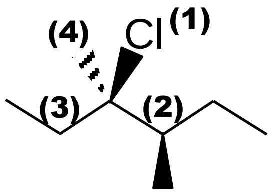
$$\overrightarrow{F_B} = \int_{z=-p}^{z=0} (P_0 - \rho_{eau}.g.z).L_1.dz.\vec{j} = L_1 \times \int_{z=-p}^{z=0} (P_0 - \rho_{eau}.g.z).dz.\vec{j}$$

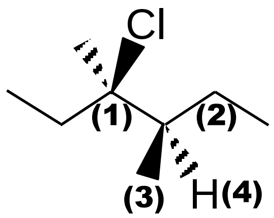
$$\overrightarrow{F_B} = L_1 \times \left[P_0.z - \frac{1}{2}\rho_{eau}.g.z^2\right]_{z=-p}^{z=0}.\vec{j} = L_1 \times (P_0.p - \frac{1}{2}\rho_{eau}.g.p^2).\vec{j}$$

$$Soit \qquad \boxed{\overrightarrow{F_B} = L_1 \times p \times (P_0 - \frac{1}{2}\rho_{eau}.g.p).\vec{j}}$$

## ♣ Chimie 01 : Réactions classiques

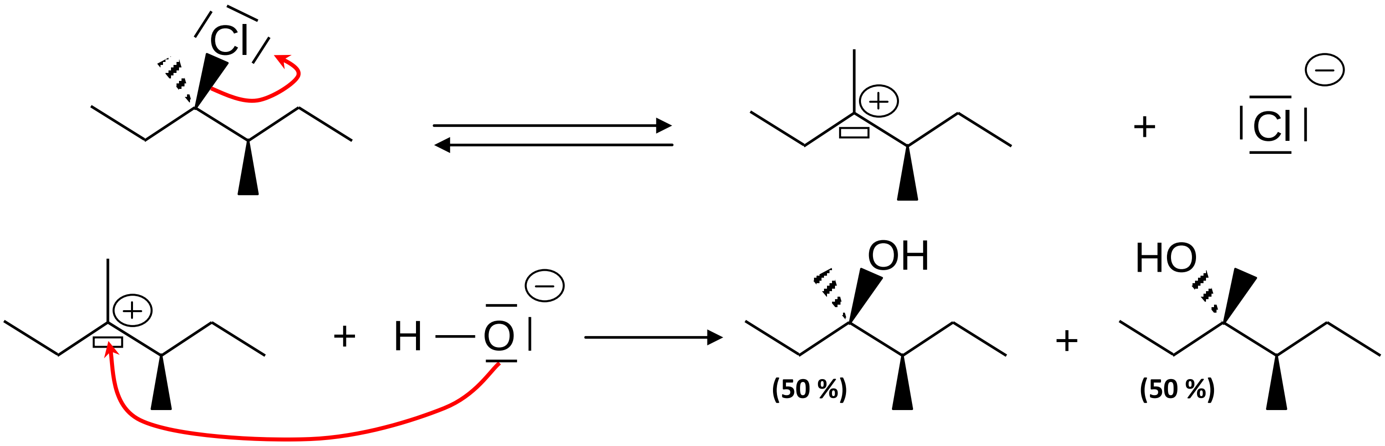
**1-** Le composé **A** se nomme le **(3R,4R) 3-chloro-3,4-diméthylhexane**.



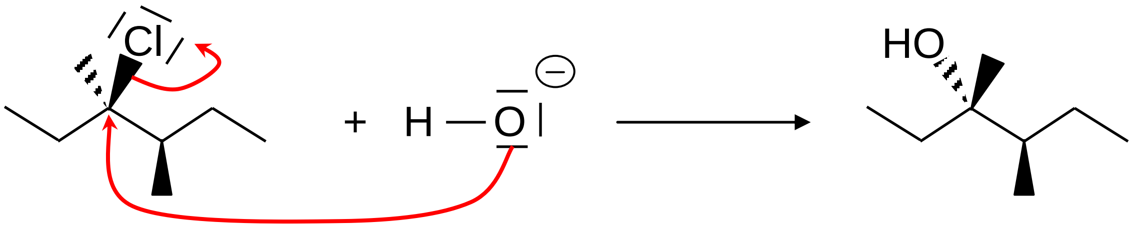




---

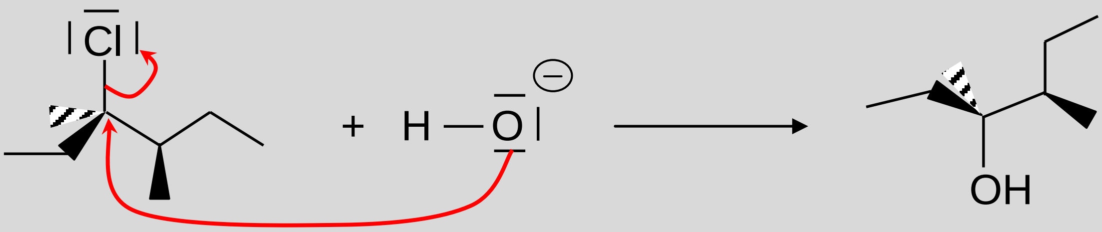
**2-** # **Mécanisme $S_N$1** :




# **Mécanisme $S_N$2** :




*Remarque* : pour rendre compte visuellement de l'inversion de Walden lors du mécanisme $S_N$2, on peut représenter le composé **A** avec la liaison C-Cl dans le plan :




---

**3-** # **Mécanisme $S_N$1** :

Les deux produits obtenus sont des molécules chirales, c'est-à-dire qu'elles sont non superposables à leur image dans un miroir plan : elles sont donc optiquement actives.

Mais les deux produits obtenus sont des stéréoisomères de configuration non images l'un de l'autre dans un miroir plan : ils forment donc un couple de diastéréoisomères dont les pouvoirs rotatoires spécifiques n'ont a priori pas de lien entre eux : ***le mélange réactionnel final sera donc optiquement actif***.

# **Mécanisme $S_N$2** :

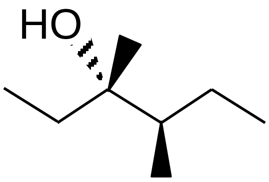
L'unique produit obtenu est une molécule chirale : **le mélange réactionnel final sera donc optiquement actif**.

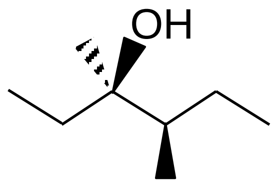
---

**4-** L'halogénoalcane **A** est de **classe tertiaire** : en effet, l'atome de carbone qui porte l'atome de chlore est directemement lié à trois atomes de carbone. Pour cette classe d'halogénoalcane, c'est le **mécanisme $S_N1$ qui est favorisé**.

---

**5-** Le mécanisme $S_N2$ produit un seul des produits parmi **B** et **C** alors que le mécanisme $S_N1$ produit autant de **B** que de **C**. On en déduit donc que le produit obtenu en plus grande quantité, c'est-à-dire **B**, est celui obtenu par le mécanisme $S_N1$ **et** par le mécanisme $S_N2$.

On attribue donc : **B** 


**C** 


---

**6-** Soit $x_1$ la proportion de molécules **A** ayant subi un mécanisme $S_N1$ et $x_2$ la proportion de molécules **A** ayant subi un mécanisme $S_N2$ :

\# Le mécanisme $S_N1$ étant non stéréosélectif, la moitié des molécules **A** subissant un mécanisme $S_N1$ se transformeront en **B** et l'autre moitié en **C** : **le mécanisme $S_N1$ conduit donc à la formation d'une proportion $\frac{x_1}{2}$ de molécules B et $\frac{x_1}{2}$ de molécules C** ;

\# Le mécanisme $S_N2$ étant stéréosélectif, la totalité des molécules **A** subissant un mécanisme $S_N2$ se transformeront en **B** : **le mécanisme $S_N2$ conduit donc à la formation d'une proportion $x_2$ de molécules B**.

Par conséquent, dans le mélange réactionnel final, il y aura :

\# une proportion $\frac{x_1}{2} + x_2$ de molécules **B**, s'identifiant à $x_B = 0{,}95$ : on a donc $\frac{x_1}{2} + x_2 = x_B$ **(α)**

\# une proportion $\frac{x_1}{2}$ de molécules **C**, s'identifiant à $x_C = 0{,}05$ : on a donc $\frac{x_1}{2} = x_C$ **(β)**

$$(\beta) \rightarrow \boxed{x_1 = 2\,x_C} \qquad \text{soit } x_1 = 2 \times 0{,}40 \quad \text{soit } \underline{x_1 = 0{,}80}$$

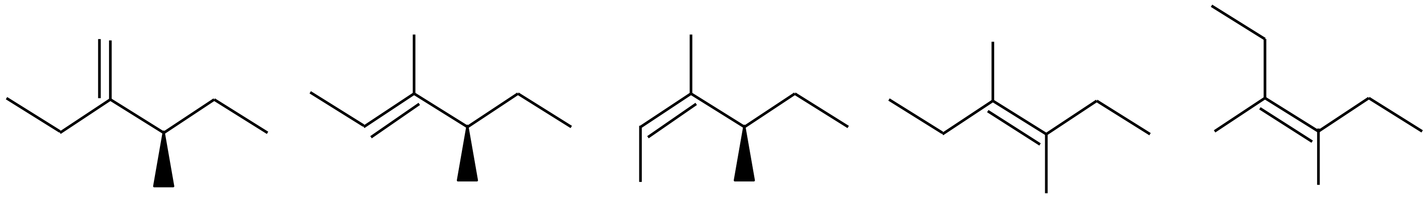
$$(\alpha) \rightarrow \boxed{x_2 = x_B - \frac{x_1}{2}} \qquad \text{soit } x_2 = 0{,}60 - \frac{0{,}80}{2} \text{ soit } \underline{x_2 = 0{,}20} \qquad (\text{ou } x_2 = 1 - x_1)$$

*Conclusion* : **80 % des molécules A ont subi un mécanisme $S_N1$ et 20 % un mécanisme $S_N2$**. Le mécanisme $S_N1$ a bien été privilégié comme prévu à la question **4-**.

---

**7-** Le composé **A** peut être obtenu par hydrochloration d'un alcène à condition que **l'un des carbones de la double liaison C=C soit celui qui porte l'atome de chlore dans A**. L'autre carbone de double liaison C=C doit évidemment être un atome de carbone voisin.

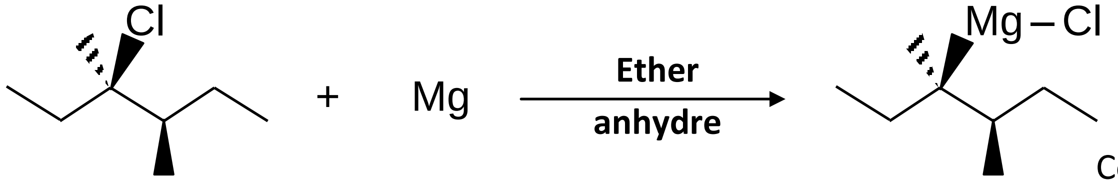
5 alcènes vérifient ce critère :



**Conditions opératoires** : Utilisation de HCl en milieu polaire et sans chauffage.

---

**8-**




Composé **D**

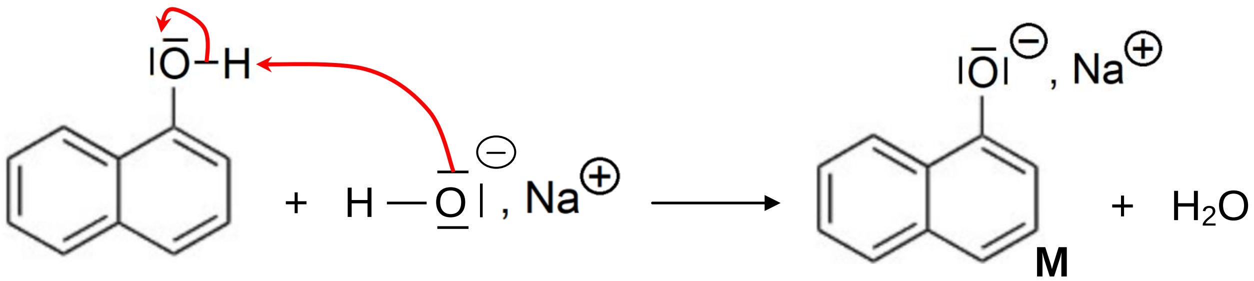
Le composé **D** est un **organomagnésien**. On le synthétise dans un solvant anhydre car **l'eau le détruirait selon une réaction acide-base** (les organomagnésiens sont en effet des bases très fortes, de $pK_a$ proches de 50 !).

Lors de la synthèse d'un organomagnésien, d'autres précautions expérimentales particulières sont nécessaires :

# Disposer la verrerie du montage de synthèse à l'étuve quelques heures pour s'affranchir de toute trace d'eau ;
# Placer le montage sous flux de diazote pour travailler sous une atmosphère inerte (on chasse ainsi la vapeur d'eau, le dioxygène, le dioxyde de carbone avec lesquels l'organomagnésien pourrait réagir). A défaut, utiliser une garde à chlorure de calcium pour piéger la vapeur d'eau ;
# Utiliser un réfrigérant afin de condenser les vapeurs qui se forment lors de la synthèse qui est une réaction exothermique ;
# Prévoir un bain d'eau glacée au cas où la réaction s'emballe.

## ♣ Chimie 02 : Synthèse du propanolol

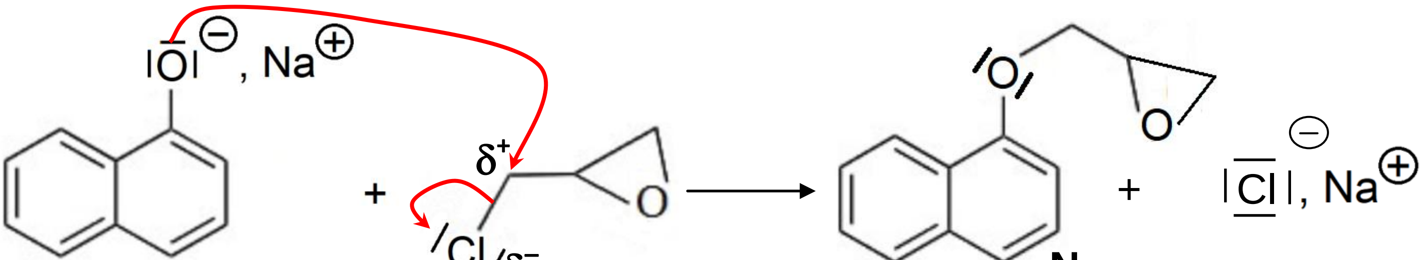
**1-**




**M**

---

**2-**

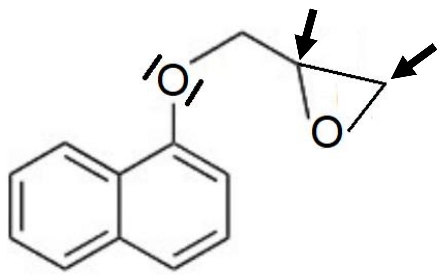



**N**

On envisage un **mécanisme de type $S_N2$** car l'épichlorhydrine est un **halogénoalcane de classe primaire** pour lequel le mécanisme $S_N2$ est favorisé.

---

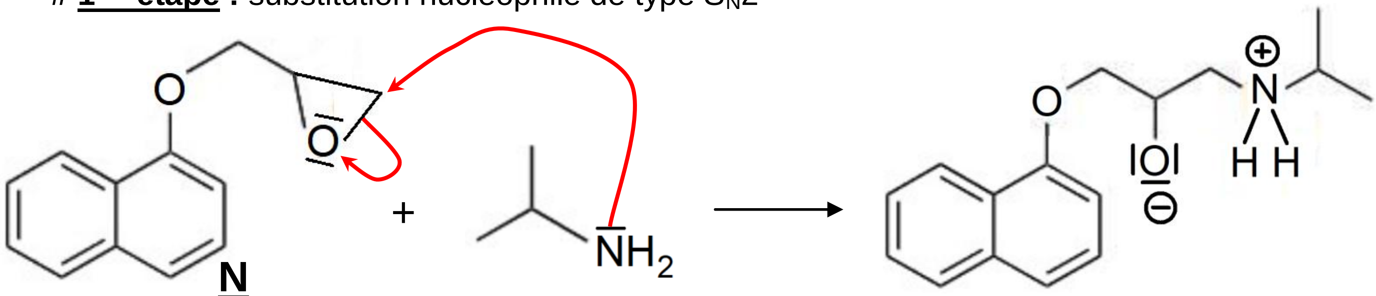
**3-** Un site électrophile est un site déficitaire en électrons : l'atome d'oxygène étant plus électronégatif que **les atomes de carbone**, ces derniers portent donc une charge partielle positive $\delta^+$ et **constituent les sites électrophiles du cycle époxyde** (voir atomes pointés par une flèche ci-contre).



En regard de la formule du propanolol, on comprend que **c'est l'atome de carbone de droite qui va subir l'attaque du 2-aminopropane**. On peut supposer que c'est parce que ce carbone électrophile est **moins encombré** que celui de gauche : il y aura donc **moins de gêne stérique** lors de l'approche du 2-aminopropane qui réagit avec **N** selon un mécanisme de type $S_N2$.

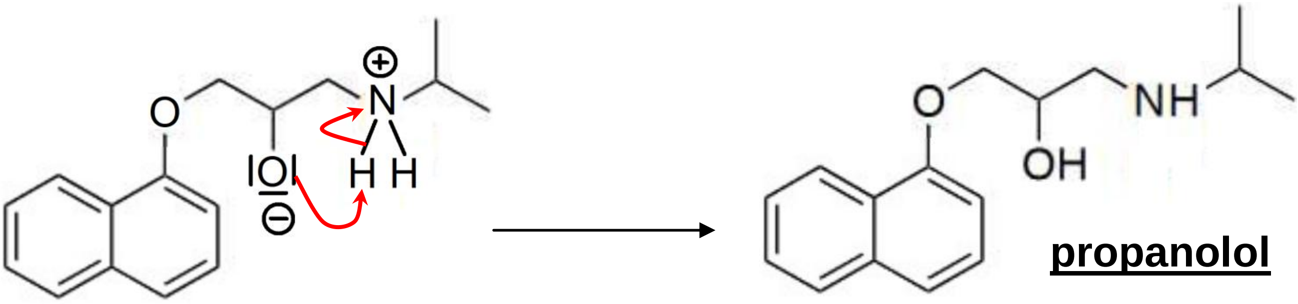
---

**4-** # **<u>1ère étape</u> :** substitution nucléophile de type $S_N2$



**<u>N</u>**

# **<u>2ème étape</u> :** réaction acido-basique intramoléculaire



**<u>propanolol</u>**