

- Transport de matière par diffusion -

Notions et contenus	Capacités exigibles
- Flux convectif et flux diffusif de particules.	- Distinguer un transport de matière diffusif d'un transport convectif.
- Loi phénoménologique de Fick donnant le flux diffusif en fonction de la dérivée de la densité volumique de particules par rapport à une seule coordonnée spatiale, à travers une surface plane, cylindrique ou sphérique, adaptée à la géométrie considérée.	- Discuter des dépendances du flux de particules à travers une membrane en fonction de ses paramètres géométriques (épaisseur et surface de la membrane) et physiques (nature du milieu) en lien avec des applications biologiques.
- Coefficient de diffusion.	- Citer l'ordre de grandeur du coefficient de diffusion dans un gaz ou d'une espèce dissoute en solution aqueuse dans les conditions usuelles.
- Loi d'échelle liant les échelles caractéristiques spatiales et temporelles et le coefficient de diffusion.	- Exploiter la loi d'échelle liant les échelles caractéristiques spatiales et temporelles et le coefficient de diffusion.
- Bilan de particules en régime stationnaire ou quasi-stationnaire.	- Établir un bilan de particules, éventuellement en présence de sources internes. - Exploiter la conservation du flux de particules en régime stationnaire et en l'absence de sources internes.

Les **phénomènes de transport** (ou de transfert) sont présents dans de nombreux domaines de la vie quotidienne et ont déjà été évoqués cette année :

- le **transport de CHARGES ELECTRIQUES** (cours de **Physique 03** – cours de **Chimie 11**) : il a lieu dans les circuits électriques ou en solution grâce au déplacement d'électrons (dans les solides) ou d'ions (en solution). Il a pour origine une différence de potentiel entre les deux points entre lesquels a lieu le transport ;

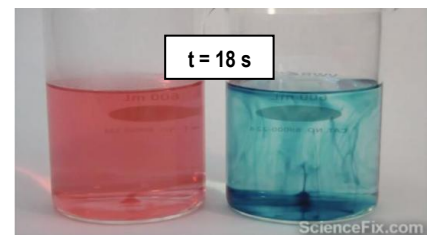
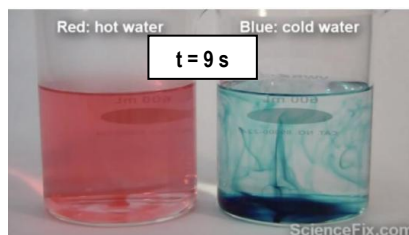
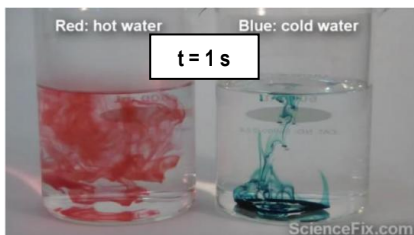
- le **transport (ou transfert) d'ENERGIE THERMIQUE** (cours de **Physique 07**) : il a lieu entre deux systèmes dont les températures sont différentes, ce transfert s'opérant toujours de la source chaude vers la source froide.

Le but de ce chapitre est d'évoquer un troisième type de transport : le **transport de MATIERE**. Après avoir évoqué les deux types de transport de matière possibles, nous nous attarderons sur l'un d'entre eux au travers d'une loi qui le décrit.

I- Les deux types de transport de matière

1) Transport DIFFUSIF

☞ **Expérience** : on remplit un bécher avec de l'eau chaude (bécher de gauche) et un autre avec de l'eau froide (bécher de droite) puis on laisse reposer cette eau quelques minutes. A $t = 0$, on dépose délicatement une goutte d'encre à la surface de chacun et on prend des photos à différentes dates ...



Observons d'abord ce qui se passe dans le bécher d'eau froide pour définir le phénomène de diffusion.

☛ **Observation** : L'encre, initialement répartie de façon (milieu)
tend à se répartir (milieu).

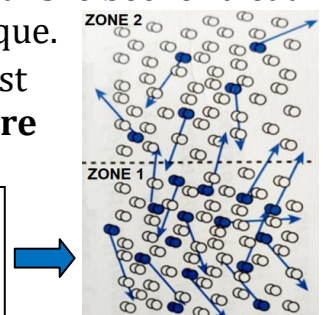
☛ **Définition** : On appelle **transport DIFFUSIF** le
..... **des régions où leur concentration est**
vers celles où elle l'est

Comparons maintenant la situation du bécher d'eau chaude à celle du bécher d'eau froide pour dégager une interprétation microscopique au phénomène de diffusion.

☛ **Observation** : L'homogénéisation de la solution est plus dans le bécher d'eau chaude que dans celui d'eau froide car il y a d'agitation thermique.

☛ **Interprétation microscopique** : Le **moteur du transport diffusif** de matière est l'..... des particules : son caractère **aléatoire** justifie l'absence de mouvement d'ensemble lors du transport diffusif.

Sur cette illustration, la concentration en • est plus importante dans la ZONE 1 que dans la ZONE 2 : le milieu est donc **hétérogène**. Dans ce cas, à cause de l'agitation thermique, le nombre de • qui quittent la ZONE 1 pour aller dans la ZONE 2 pendant une durée Δt est plus important que le nombre de • qui quittent la ZONE 2 pour aller dans la ZONE 1 pendant la même durée, ce qui permet une **homogénéisation progressive** entre les deux zones.



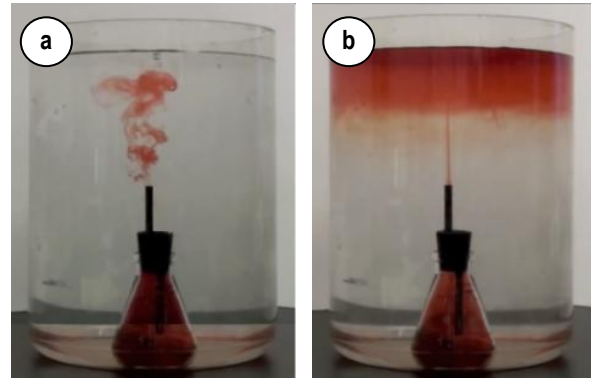
Le **transport DIFFUSIF** peut avoir lieu dans un gaz, un liquide ou un solide (l'agitation thermique existe toujours) ; il est le plus rapide dans un gaz et le plus lent dans un solide.

2) Transport CONVECTIF

☞ **Expérience** : on remplit un erlenmeyer avec un de l'eau colorée qui a été chauffée à 50 °C. On le ferme à l'aide d'un bouchon troué surmonté d'un tuyau par lequel le liquide coloré peut s'échapper. Puis on plonge cet erlenmeyer dans un grand récipient rempli d'eau à 20 °C.

(a) On vient d'immerger l'erlenmeyer contenant de l'eau colorée à 50 °C dans le grand récipient rempli d'eau à 20 °C ;

(b) 30 secondes se sont écoulées depuis la photo (a).



☛ Observation :

L'eau colorée chaude s'échappe de l'erlenmeyer avec un **mouvement uniquement orienté vers le**

☛ Interprétation :

L'eau colorée chaude est **dense** que l'eau froide qui l'entoure donc elle remonte car elle a une **flottabilité**

☛ Définition :

On appelle **transport CONVECTIF** le
 **à cause d'une différence de** **dans le fluide.**



- Le transport CONVECTIF de matière est **plus rapide** que le transport DIFFUSIF mais il n'a lieu que dans les fluides ;
- La différence de densité responsable du transport CONVECTIF de matière peut avoir une autre cause que la différence de température ; par exemple, un milieu concentré en une espèce donnée est plus dense qu'un milieu moins concentré en cette même espèce ...
- Les phénomènes de convection sont très courants dans la nature et sont observables à différentes échelles : eau qui chauffe dans une casserole, atmosphère, océans, tectonique des plaques ...

Dans la suite de ce chapitre, **nous nous intéresserons uniquement au phénomène de transport DIFFUSIF** de particules au sein d'un milieu matériel qui pourra être un solide, un liquide ou un gaz.

II- Loi phénoménologique de Fick

Adolph FICK, un physiologiste allemand (1829-1901), s'est intéressé au processus de diffusion, ce qui l'a amené à introduire en 1855 la loi de diffusion moléculaire qui porte son nom. Cette loi établit un lien entre le **flux de particules** et la **densité volumique de particules**.

1) Le flux de particules

Cette notion peut être rapprochée de celle de **flux thermique** traitée dans le cours de **Physique 07**.

Transfert d'énergie - Notion de FLUX THERMIQUE	Transport de matière - Notion de FLUX DE PARTICULES
<p>☛ <u>Définition</u> :</p> <p>Le flux thermique à travers une surface S représente la quantité d'énergie thermique qui traverse cette surface par unité de temps dans un sens donné.</p>	<p>☛ <u>Définition</u> :</p> <p>Le flux de particules à travers une surface S représente le traversant cette surface par unité de dans un sens donné.</p>
<p>☛ <u>Formule</u> : pendant une durée infinitésimale dt :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\Phi_{\text{thermique}} = \frac{\delta Q}{dt}$ </div> <p>Flux (en W) — Petite quantité d'énergie thermique échangée (en J) — (en s)</p>	<p>☛ <u>Formule</u> : pendant une durée infinitésimale dt :</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 40px; margin: 10px auto;"></div>

2) La densité volumique de particules

☛ Définition :



La densité volumique de particules est aussi appelée « **concentration particulaire** », à ne pas confondre avec la concentration molaire ...

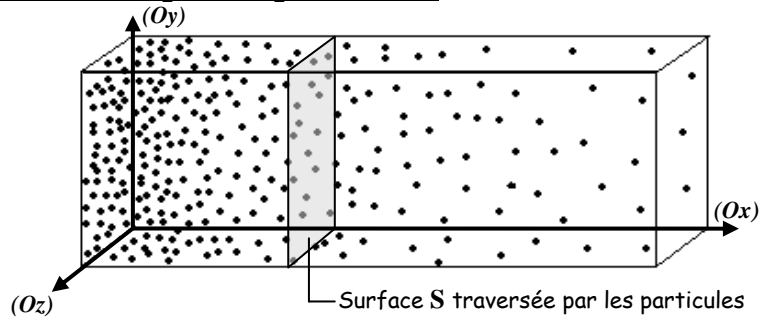
☞ **Application 1** : Quel lien existe-t-il entre la densité volumique de particules n^* , la concentration molaire C et la constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$?

☞ **Application 2** : En supposant la densité volumique de particules n^* uniforme dans tout le système de volume V , comment calculer le nombre N de particules présentes dans ce système ?

3) Relation entre flux et densité volumique de particules

On considère un milieu Y dans lequel la **densité volumique de particules n^*** d'une espèce M ne dépend que d'une seule coordonnée spatiale, notée x .

Le flux Φ de l'espèce M , dans le sens des x croissants, à travers une surface S sur laquelle x est constant, est généralement proportionnel à la surface S et à la variation spatiale $\frac{dn^*}{dx}$ de la densité volumique de particules selon l'axe (Ox) , ce qu'on écrit :



☛ Loi de FICK :

☞ **Application 3** : Justifier la nécessité du signe « - » dans la loi de FICK.



- Cette loi est dite **PHENOMENOLOGIQUE** (ou **EMPIRIQUE**) car elle n'a été établie qu'expérimentalement et n'est fondée sur aucune loi fondamentale (elle n'est donc pas démontrable).

- Pour une valeur de x donnée, la densité volumique de particules n^* peut aussi changer au cours du temps. Dans ce cas, on écrit la loi de Fick sous la forme : $\Phi = -D \times S \times \frac{\partial n^*}{\partial x}$ où $\frac{\partial n^*}{\partial x}$ signifie qu'on ne dérive n^* que par rapport à x (on parle de dérivée partielle).

☛ Choix de la coordonnée spatiale « x » et de la surface « S » :

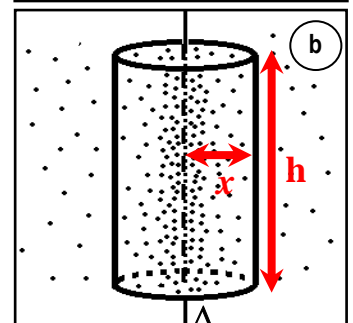
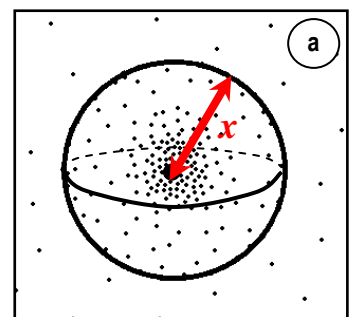
Le choix de la coordonnée spatiale x est étroitement lié à la forme de la surface S au travers de laquelle le transport de matière a lieu :

- pour une **surface PLANE** (voir illustration précédente) : la coordonnée spatiale x est celle de l'axe (Ox) perpendiculaire à la surface S ;
- pour une **surface SPHERIQUE** (voir photo **a**) : la coordonnée spatiale x est la distance entre le centre O de la sphère et la surface S de la sphère ; x est dans ce cas parfois noté « r ».

Surface $S =$

- pour une **surface CYLINDRIQUE** de hauteur h (voir photo **b**) : la coordonnée spatiale x est la distance entre l'axe Δ du cylindre et sa surface S ; x est dans ce cas parfois noté « r ».

Surface $S =$



☛ Ordres de grandeurs des coefficients de diffusion :

Le coefficient de diffusion **D** d'une espèce M diffusant dans un milieu Y dépend de nombreux paramètres tels que la **nature de l'espèce M** et le **type de milieu Y** dans lequel a lieu la diffusion. Voici quelques exemples de valeurs.

Milieu Y	Particules M	Coefficient D (en $m^2 \cdot s^{-1}$)
Air (à 298 K, 1 bar)	Molécules H_2O	$2,8 \cdot 10^{-5}$
	Molécules CO_2	$1,6 \cdot 10^{-5}$
Eau liquide (à 298 K)	Ions Na^+	$1,9 \cdot 10^{-9}$
	Molécules CO_2	$1,9 \cdot 10^{-9}$
	Molécules d'éthanol C_2H_5OH	$0,84 \cdot 10^{-9}$
	Molécules de glucose $C_6H_{12}O_6$	$0,67 \cdot 10^{-9}$
Ethanol C_2H_5OH liquide (à 298 K)	Molécules d'ADN	$1,3 \cdot 10^{-12}$
Ethanol C_2H_5OH liquide (à 298 K)	Molécules H_2O	$1,2 \cdot 10^{-9}$
Silicium solide (à 298 K)	Atomes d'arsenic As	$2,0 \cdot 10^{-30}$
Cuivre solide (à 298 K)	Atomes d'aluminium Al	$1,3 \cdot 10^{-30}$

Pour des espèces chimiques de **petite taille** : # dans les gaz : $D \approx \dots\dots\dots$
 # dans les liquides : $D \approx \dots\dots\dots$

☛ Temps caractéristique τ de la diffusion :

Notons **D** le coefficient de diffusion d'une espèce M diffusant dans un milieu Y et **L** la distance sur laquelle elle diffuse. **Le temps caractéristique τ** nécessaire à l'espèce M pour diffuser sur cette distance **L** est relié à **D** et à **L** par une relation qu'on peut établir par analyse dimensionnelle.

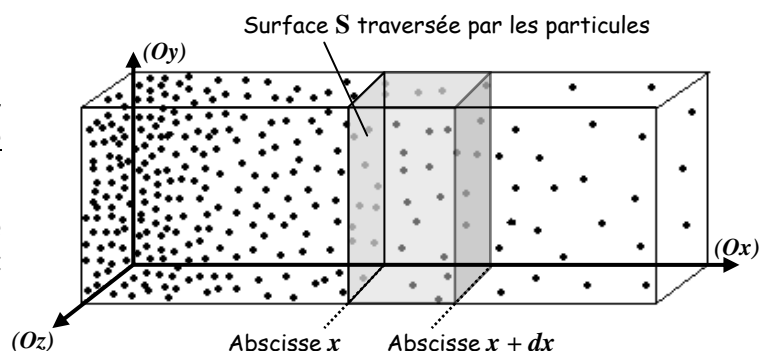
☞ Application 4 : On laisse une bouteille de parfum ouverte dans la salle de classe. Au bout de combien de temps sentira-t-on le parfum dans la totalité de la salle de classe selon un processus uniquement diffusif. Commenter.

III- Bilan de particules

1) Notion générale de bilan

On considère un milieu dans lequel la **densité volumique de particules n^*** d'une espèce M ne dépend que d'une seule coordonnée spatiale, notée **x**.

Le système Σ étudié dans la suite sera une tranche du milieu situé entre les abscisses **x** et **x + dx**, délimitant ainsi un volume mésoscopique de volume **dV = S.dx**.



REALISER UN BILAN DE PARTICULES sur le système Σ consiste à **déterminer la variation du nombre de particules présentes dans ce système Σ entre deux instants.**

La variation du nombre de particules dans le système Σ peut avoir **deux causes** :

☛ **Notations utilisées :**

- $N(t)$: nombre de particules dans le système Σ à l'instant de date t ;
- $N(t + dt)$: nombre de particules dans le système Σ à l'instant de date $t + dt$;
- $\delta N_{\text{Entrant}}$: nombre de particules rentrant dans le système Σ entre les instants de date t et $t + dt$;
- $\delta N_{\text{Sortant}}$: nombre de particules sortant du système Σ entre les instants de date t et $t + dt$;
- $\delta N_{\text{Créées}}$: nombre de particules créées dans le système Σ entre les instants de date t et $t + dt$;
- $\delta N_{\text{Détruites}}$: nombre de particules détruites dans le système Σ entre les instants de date t et $t + dt$;

Grandeurs
toutes
positives

☛ **Bilan de particules entre les instants de date t et $t + dt$:**

2) Cas particulier du régime stationnaire en absence de processus internes

☛ **Régime STATIONNAIRE :**

On est en **régime STATIONNAIRE** lorsque **les conditions aux frontières du système sont, ce qui a pour conséquence que le nombre de particules dans le système est**

☛ **Absence de PROCESSUS INTERNES :**

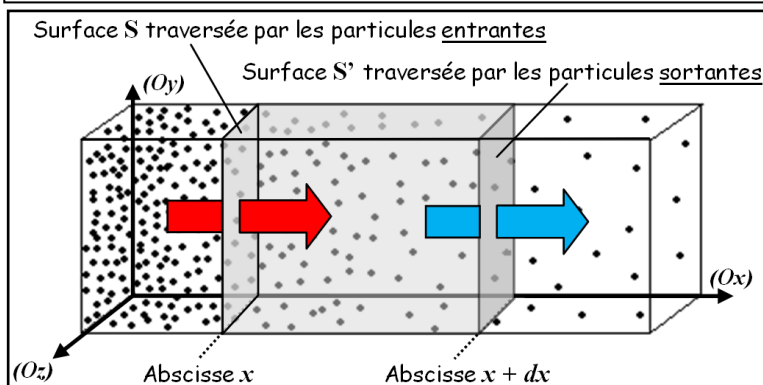
Il n'y a **ni, ni** de molécules.

Voyons la conséquence de cette situation dans le cadre d'une diffusion unidirectionnelle ayant lieu dans le même sens que l'axe (Ox) , un **FLUX ENTRANT** de particules ayant lieu au travers de la surface S à l'abscisse x et un **FLUX SORTANT** de particules ayant lieu au travers de la surface S' à l'abscisse $x + dx$:

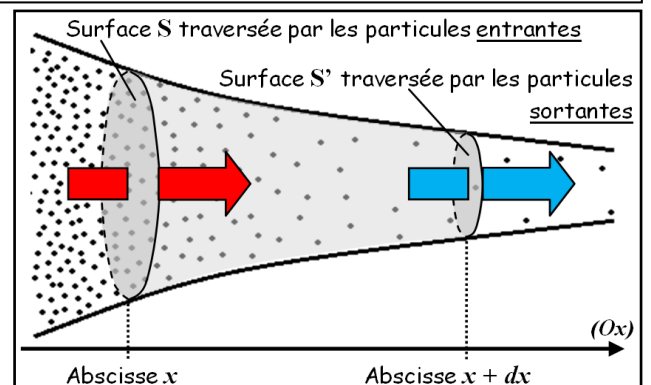
☛ **Conséquence sur le bilan de particules entre les instants de date t et $t + dt$:**

$$\underbrace{N(t + dt) - N(t)} = \delta N_{\text{Entrant}} - \delta N_{\text{Sortant}} + \underbrace{\delta N_{\text{Créées}}} - \underbrace{\delta N_{\text{Détruites}}}$$

☛ **Conclusion :** Pour une **diffusion unidirectionnelle** en régime stationnaire et en l'absence de processus internes,

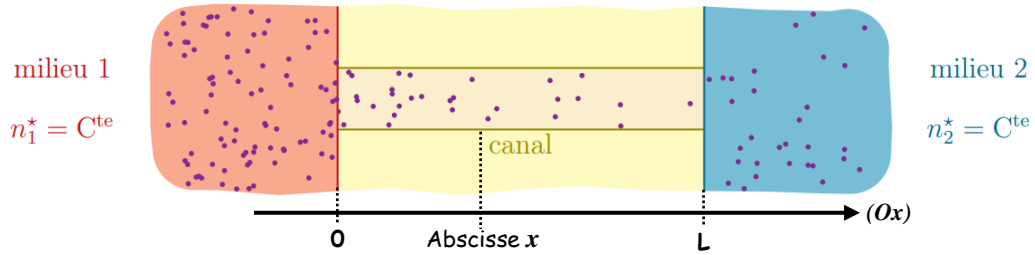


Diffusion unidirectionnelle le long d'un milieu de section **CONSTANTE**



Diffusion unidirectionnelle le long d'un milieu de section **VARIABLE**

➤ **Application 5** : On modélise la paroi d'une cellule par un milieu imperméable à certains ions sauf au niveau de « canaux » dans lesquels ils diffusent. Le milieu extérieur (1) et le milieu intérieur (2) de la cellule sont si grands qu'on les considère comme des réservoirs où la densité volumique en ions est constante. On considère de plus que le canal a une longueur L et une section S constante et on note D le coefficient de diffusion des ions dans le canal.



➔ Déterminer l'évolution de la densité volumique de particules $n^*(x)$ en fonction de D, S, L, n_1^*, n_2^* et x .

- Système :

- Les densités volumiques en ions étant constantes en amont et en aval du canal, **la diffusion des ions au travers du canal est**

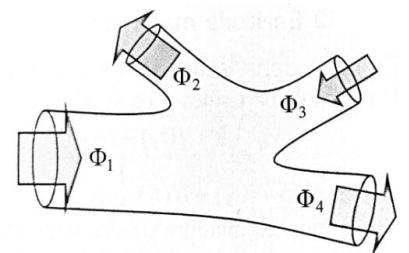
- Cela signifie que $\Phi = \dots$ qu'on peut noter $a \Leftrightarrow \Phi = a$

- Or, d'après la loi de Fick, $\Phi =$

- 1^{ère} condition aux limites :

- 2^{ème} condition aux limites :

☛ **Remarque** : Cette conservation du flux en régime stationnaire et en l'absence de processus internes peut se généraliser à un **système présentant un NŒUD** (système dont les frontières peuvent être traversées par des particules en plus de deux endroits). On montre alors que **la somme des flux entrants est égale à la somme des flux sortants** (équivalent de la loi des nœuds en électricité).



3) Cas particulier du régime quasi-stationnaire

☛ **Définition** :

On est en **régime QUASI-STATIONNAIRE** lorsque **les conditions imposées aux frontières du milieu de diffusion varient très**, sur une durée caractéristique T beaucoup plus que la durée τ caractéristique de la diffusion ($T \dots \tau$).

On peut alors utiliser les résultats établis en régime stationnaire dans le paragraphe III-2).