

- Transport de matière par diffusion -

* **Exercice 01 : Titration en chimie**

Lors d'un titrage, on verse goutte à goutte une solution d'hydroxyde de sodium dans une solution diluée d'acide chlorhydrique se trouvant dans un bécher. Le réactif utile est l'ion hydroxyde dont le coefficient de diffusion dans le milieu vaut $D = 6,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1- Evaluer la durée au bout de laquelle les ions hydroxyde provenant d'une goutte ont diffusé dans l'ensemble de la solution du bécher.
- 2- Justifier l'utilisation d'un agitateur magnétique lors d'un titrage. Quel phénomène s'ajoute alors au transport diffusif ?

* **Exercice 02 : Pastille d'uranium**

On considère une pastille d'uranium de section S et d'épaisseur e , qui peut être traversée par des neutrons d'une face à une autre : on note Φ le flux entrant de neutrons par une face et Φ' le flux sortant de neutrons par l'autre face.

Dans la pastille d'uranium, il se produit des réactions nucléaires au cours desquelles les noyaux d'uranium absorbent des neutrons ; mais pour chaque neutron absorbé, K neutrons sont produits (K vaut en général de 2 à 4). On note $\frac{n^*}{\tau}$ le nombre de neutrons absorbés par unité de temps et par unité de volume dans la pastille, τ étant un temps caractéristique et n^* la densité volumique de neutrons dans la pastille, supposée uniforme.

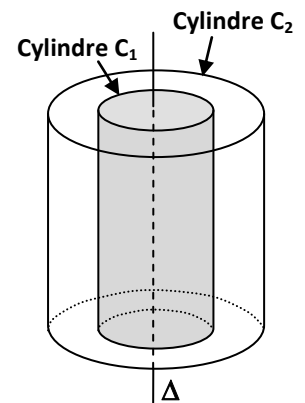
- ➔ A l'aide d'un bilan de particules dans la pastille d'uranium, déterminer l'expression de n^* en fonction de S , e , Φ , Φ' , K et τ en régime stationnaire.

* **Exercice 03 : Diffusion à symétrie cylindrique**

Un cylindre C_1 de rayon R_1 , de hauteur H et d'axe Δ contient un dispositif produisant un gaz X en continu. Les parois horizontales de C_1 sont parfaitement étanches mais sa paroi latérale est poreuse : il y a donc diffusion du gaz X vers l'extérieur jusqu'au cylindre C_2 de rayon R_2 , de hauteur H et d'axe Δ . Les parois horizontales du cylindre C_2 sont parfaitement étanches et sa paroi latérale est constituée d'un matériau détruisant instantanément le gaz X à son contact.

On étudie les molécules de gaz X qui diffusent entre les cylindres C_1 et C_2 : on suppose que le nombre N_1 de molécules de gaz présentes dans le cylindre C_1 est constant et que les molécules de gaz sont réparties uniformément dans le cylindre C_1 .

- 1- Pourquoi peut-on considérer qu'un régime stationnaire est établi ?
- 2- On note r la distance séparant l'axe Δ d'un point M situé dans une direction perpendiculaire à l'axe Δ avec $R_1 \leq r \leq R_2$. En réalisant un bilan de matière entre 2 cylindres de rayons r et $r + dr$, montrer que le flux de molécules de gaz est constant.
- 3- Dans ces conditions, donner l'expression de la densité volumique de molécules $n^*(r)$ pour $R_1 \leq r \leq R_2$. On donnera cette expression en fonction de N_1 , R_1 , R_2 , r et H .
- 4- Combien de molécules s'échappent du cylindre C_1 chaque seconde ?

* **Exercice 04 : Diffusion à symétrie sphérique**

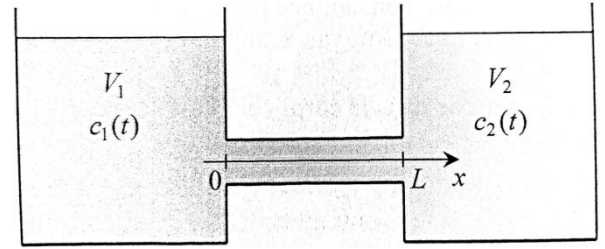
Une sphère B de rayon R et de centre O contient un dispositif produisant en continu un gaz X qui n'est pas un des gaz constituant l'atmosphère. La paroi de la sphère B étant poreuse, il y a donc diffusion du gaz X vers l'atmosphère extérieure.

On étudie les molécules de gaz X qui diffusent depuis la surface de la sphère B : on suppose que le nombre N_B de molécules de gaz présentes dans la sphère B est constant et que les molécules de gaz sont réparties uniformément dans la sphère B .

- 1- Pourquoi peut-on considérer qu'un régime stationnaire est établi ?
- 2- On note r la distance séparant le centre O de la sphère du point M étudié avec $r \geq R$. En réalisant un bilan de matière entre deux sphères de rayons r et $r + dr$, montrer que le flux de molécules de gaz est constant.
- 3- Dans ces conditions, donner l'expression de la densité volumique de molécules $n^*(r)$ pour $r \geq R$. On donnera cette expression en fonction de N_B , R et r .
NB : il pourra être utile de formuler une hypothèse concernant n^ lorsque r tend vers l'infini ...*
- 4- Combien de molécules s'échappent de la sphère B chaque seconde ?

* Exercice 05 : Diffusion entre deux récipients

Deux récipients de volume V_1 et V_2 communiquent par un tuyau poreux assimilable à un cylindre de longueur L et de rayon R . Une solution contenant un soluté moléculaire se trouve de part et d'autre, aux concentrations molaires respectives $c_1(t)$ et $c_2(t)$ telles que $c_1(t) > c_2(t)$. Chacune de ces concentrations est supposée uniforme dans tout le volume de récipient correspondant.



En accord avec la loi de Fick, il s'établit selon l'axe (Ox) un flux molaire de molécules (noté Φ_m et exprimé en $\text{mol}\cdot\text{s}^{-1}$) avec un coefficient de diffusion D .

Données : $V_1 = 10,0 \text{ L}$; $V_2 = 1,0 \text{ L}$; $L = 3,0 \text{ cm}$; $R = 1,0 \text{ cm}$; $D = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

- Donner l'expression de la loi de Fick en faisant apparaître les grandeurs Φ_m , D , R et c où c représente la concentration molaire en soluté moléculaire dans le tuyau poreux. Un raisonnement par analyse dimensionnelle pourra aider ...
- Calculer le temps caractéristique τ associé à la diffusion dans le tuyau.

On supposera dans la suite que l'évolution des concentrations dans les deux récipients se fait sur une durée caractéristique T (appelée « temps de relaxation ») très grande devant τ .

- Quel type de régime peut-on donc supposer concernant le phénomène de diffusion ayant lieu dans le tuyau ? Dans ces conditions, effectuer un bilan de quantité de matière (en mol) sur une petite tranche de fluide située entre les abscisses x et $x + dx$. En déduire que le flux molaire Φ_m a la même valeur tout le long du tuyau.

- En déduire que la concentration $c(x)$ vérifie la relation : $c(x) = \frac{c_2 - c_1}{L} \times x + c_1$.

- En déduire une expression du flux molaire Φ_m en fonction de D , R , L et de $\Delta c = c_1 - c_2$.

- A l'aide d'un bilan de quantité de matière (en mol) réalisé pour le récipient 1, montrer que $\frac{dc_1}{dt}$ s'exprime en fonction de Φ_m et de V_1 .

- De même, pour le récipient 2, montrer que $\frac{dc_2}{dt}$ s'exprime en fonction de Φ_m et de V_2 .

- En déduire que Δc vérifie l'équation différentielle : $\frac{d(\Delta c)}{dt} + \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right) \times \frac{\pi DR^2}{L} \times \Delta c = 0$.

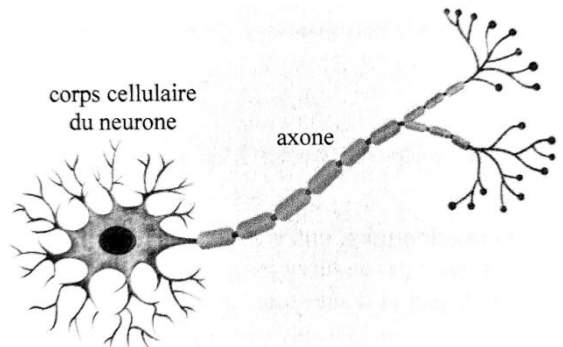
- Le temps caractéristique de cette équation différentielle s'identifie au temps de relaxation T . Déterminer son expression puis faire l'application numérique. Commenter.

- Résoudre l'équation différentielle.

* Exercice 06 : Transport diffusif le long d'un axone

La transmission de signaux par l'axone d'un neurone nécessite la diffusion de diverses substances le long de l'axone : on s'intéresse ici à la diffusion du glucose (noté G), en considérant l'axone comme un simple tube d'axe (Ox), de longueur L et de section S , sans ramifications.

Le corps cellulaire du neurone fournit du glucose à l'axone. On considèrera que la concentration molaire en glucose dans ce corps cellulaire est constante. Mais plus on s'éloigne du corps cellulaire, plus la concentration molaire en glucose diminue le long de l'axone car cette espèce est consommée par divers éléments actifs.



On note α (grandeur > 0) la quantité de matière de glucose consommée par unité de temps et par unité de longueur de l'axone : un bon fonctionnement nécessite que α soit uniforme le long de l'axone et constant au cours du temps.

- Données :**
- Concentration du glucose dans le corps cellulaire : $[G]_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$;
 - Consommation linéique du glucose dans l'axone : $\alpha = 4,8 \cdot 10^{-14} \text{ mol}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$;
 - Coefficient de diffusion du glucose dans l'axone : $D = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$;
 - La loi de Fick s'écrit de la même manière pour des flux molaires Φ_m et des concentrations molaires C que pour des flux de particules Φ et des densités volumiques de particules n^* .

- On se place dans tout le problème en régime stationnaire. En effectuant un bilan de quantité de matière (en mol) sur une tranche infinitésimale de l'axone entre deux sections d'abscisses x et $x + dx$, montrer que le flux molaire Φ_m de long de l'axone vérifie l'équation différentielle : $\frac{d\Phi_m}{dx} = -\alpha$

$$\frac{d\Phi_m}{dx} = -\alpha$$

- Montrer que la concentration molaire en glucose $[G]$ vérifie l'équation différentielle : $\frac{d^2[G]}{dx^2} = \frac{\alpha}{DS}$

- En supposant que le flux en glucose devient nul à l'extrémité $x = L$ de l'axone, déterminer la solution de cette équation différentielle.

- Montrer que la longueur L de l'axone ne peut pas dépasser une certaine valeur L_{max} . Evaluer sa valeur pour un axone de diamètre $d = 10 \mu\text{m}$ puis commenter.