

Indice optique du plexiglas - CORRIGE

1- Dioptré plan D1 en rouge ;
Dioptré cylindrique D2 en vert.

2- Dioptré plan D1 en rouge ;
Dioptré cylindrique D2 en vert.

3- On constate que l'angle de réfraction ($r = 35^\circ$) est égal (en valeur absolue) à l'angle d'incidence $i_A = 35^\circ$. La 2^{ème} loi de Snell-Descartes sur la réflexion est vérifiée au point I.

4- Le point d'incidence **I est le centre du demi-cylindre** : le rayon réfracté suit donc le rayon d'un cercle et **atteint le dioptré D2 en étant perpendiculaire à celui-ci**. Ce rayon ressort alors du dioptré D2 sans être dévié.

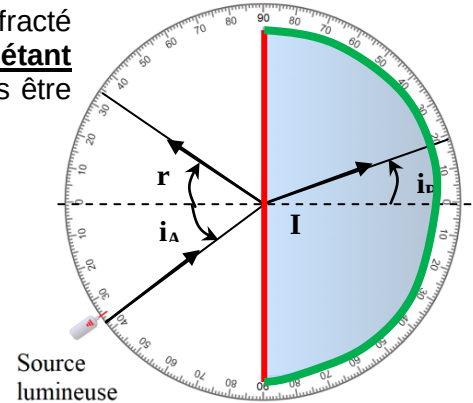
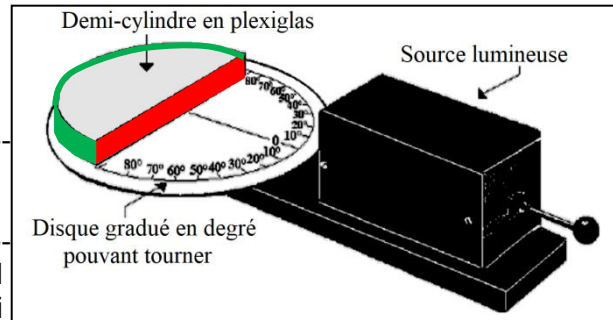
5- La 2^{ème} loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : $n_A \times \sin(i_A) = n_P \times \sin(i_P)$

On en déduit donc que : $\sin(i_A) = \frac{n_A}{n_P} \times \sin(i_P)$

Or, n_A et n_P sont deux constantes. Donc la relation précédente traduit une **proportionnalité entre $\sin(i_A)$ et $\sin(i_P)$** : tracer $\sin(i_A)$ en fonction de $\sin(i_P)$ permet d'obtenir une **fonction linéaire**, facile à exploiter expérimentalement.

Remarque : Tracer le graphique i_A en fonction de i_P n'aurait en revanche pas conduit à une fonction linéaire. En effet, $i_A = \arcsin\left(\frac{n_A}{n_P} \times \sin(i_P)\right)$, ce qui ne traduit pas une proportionnalité entre i_A et i_P .

i_A (en °)	10	20	30	40	50	60	70	80	85
i_P (en °)	7	13	20	26	31	36	39	41	42



Importation des bibliothèques utiles :

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Pour faire des calculs, des tableaux
Pour tracer des graphiques

Valeur de l'indice de réfraction de l'air :

```
nA = 1
```

Indiquer la valeur de l'indice de réfraction de l'air

Tableau des différentes valeurs d'angles d'incidence i_A et d'angle de réfraction i_P :

```
iA = np.array([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 85])
```

Tableau des différentes valeurs d'angle d'incidence (en °)

```
iP = np.array([7, 13, 20, 26, 31, 36, 39, 41, 42])
```

Tableau des différentes valeurs d'angle de réfraction (en °)

```
N = len(iA)
```

Décompte le nombre de valeurs rentrées dans le tableau des angles d'incidence

Calcul des grandeurs $\sin(i_A)$ et $\sin(i_P)$:

```
sin_iA = np.sin(iA*3.14/180)
```

Formule qui donne l'expression de $\sin(i_A)$ avec **i_A en RADIANS !**

```
sin_iP = np.sin(iP*3.14/180)
```

Formule qui donne l'expression de $\sin(i_P)$ avec **i_P en RADIANS !**

Tracé du graphique $\sin(i_A) = f(\sin(i_P))$:

```
plt.plot(sin_iP, sin_iA, 'b+')
```

Choix des axes du graphique et du style de points (ici, des croix bleues)

```
plt.xlabel('sin_iP (sans unité)')
```

Titre de l'axe des abscisses

```
plt.ylabel('sin_iA (sans unité)')
```

Titre de l'axe des ordonnées

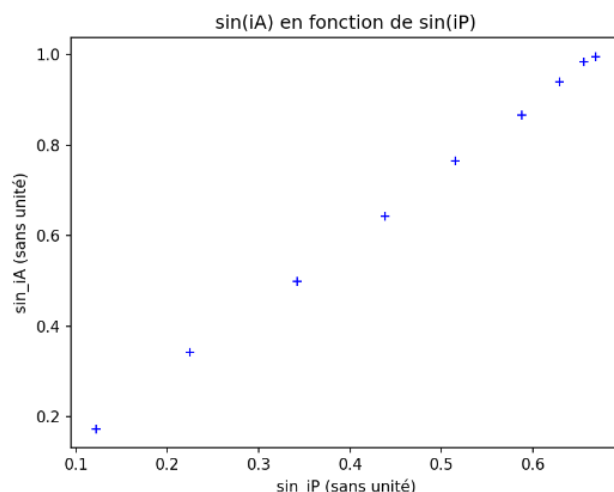
```
plt.title('sin(iA) en fonction de sin(iP)')
```

Titre du graphique

```
plt.show()
```

Commande pour afficher le graphique

- 6- On obtient une **fonction linéaire**, attestant de la proportionnalité qui existe entre $\sin(i_A)$ et $\sin(i_P)$, comme le prévoit la 2ème loi de Snell-Descartes sur la réfraction. Celle-ci est donc vérifiée.



- 7- Le programme à compléter est le suivant :

```
# Calcul de l'indice de réfraction du plexiglas pour chaque couple de mesure :
nP = nA * sin_iA / sin_iP # Ecrire la formule permettant de calculer nP en fonction de nA, iA et iP

# Calcul de la valeur moyenne, de l'écart-type et de l'incertitude-type de nP :
nP_moy = np.mean(nP) # Formule pour calculer la valeur moyenne des différentes valeurs de nP
ecart_nP = np.std(nP, ddof = 1) # Formule pour calculer l'écart-type des différentes valeurs de nP
u_nP = ecart_nP/np.sqrt(N) # Formule pour calculer l'incertitude-type sur la moyenne de nP

# Affichage de la valeur moyenne et de l'incertitude-type de nP :
print("Valeur moyenne de nP (sans unité) = ", nP_moy) # Affiche la valeur moyenne de nP
print("Incrtitude type sur nP (sans unité) = ", u_nP) # Affiche l'incrtitude-type sur nP
```

Son exécution conduit aux valeurs : - Valeur moyenne de n_P (sans unité) = **1.47989009112893**
 - Incrtitude type sur n_P (sans unité) = **0.009140182365481584**

On annonce donc le résultat final : **$n_P = 1,48 \pm 0,01$**

- 8- On applique la formule :

$$E_N = \frac{|n_P - n_{P(\text{ref})}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u(n_{P(\text{ref})})^2}}$$

Avec : $n_P = 1,48$; $n_{P(\text{ref})} = 1,510$; $u(n_P) = 0,01$; $u(n_{P(\text{ref})}) = 0$
 On obtient **$E_N = 3$**

Cet écart normalisé est supérieure à 2, il y a donc **INCOMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence.**

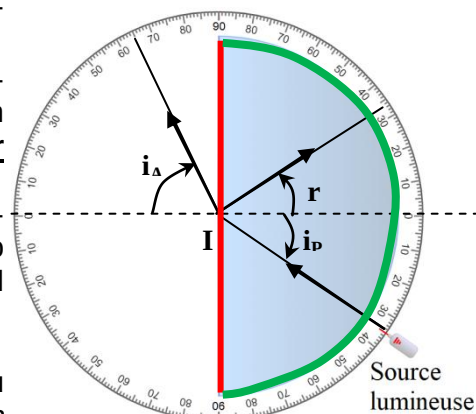
Les sources d'erreurs évoquées à la question 6- sont probablement la cause de cet écart normalisé supérieur à 2.

- 9- voir Figure.

- 10- Au niveau du dioptr D2, le rayon lumineux rentre dans le dem cylindre sans déviation car **il arrive perpendiculairement au dioptr D2.**

- 11- On constate que si l'angle d'incidence i_P est trop grand, le rayon réfracté n'existe plus : il n'y a que le rayon réfléchi qui persiste. On parle de **réflexion totale.**

On pouvait s'attendre à ce phénomène car le rayon réfracté évolue dans **l'air qui est un milieu moins réfringent que le plexiglas** dans lequel évolue le rayon incident. C'est une des conditions nécessaires pour observer le phénomène de réflexion totale.



- 12- On observe le phénomène de réflexion totale à partir d'un angle d'incidence limite **$i_{P,LIM} = 42^\circ$**

soit en radian, $i_{P,LIM} = 42^\circ = 42 \times \pi / 180 = \underline{0,733 \text{ rad}}$

Cette valeur est obtenue en faisant une double erreur de lecture sur l'échelle graduée : en effet, on commet une erreur sur la graduation « 42 ° », mais aussi sur la graduation « 0° » qui nous sert de référence des mesures ! Pour cela, l'incertitude sur $i_{P,LIM}$ est telle que :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times u(\text{simple lecture}) \text{ avec } u(\text{simple lecture}) = \frac{a}{\sqrt{3}} .$$

Or, dans le cas d'un instrument gradué, on peut considérer que la demi-étendue a équivaut à la moitié de la plus petite graduation. On a donc finalement :

$$u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ c'est-à-dire } u(i_{P,LIM}) = \sqrt{2} \times \frac{\text{graduation}}{2\sqrt{3}} \text{ soit } \boxed{u(i_{P,LIM}) = \frac{\text{graduation}}{\sqrt{6}}} .$$

AN $\rightarrow u(i_{P,LIM}) = \frac{1^\circ}{\sqrt{6}}$ ce qui conduit à **$u(i_{P,LIM}) = 0,408^\circ = 0,00712 \text{ rad}$**

13- La 2^{ème} loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : $n_P \times \sin(i_P) = n_A \times \sin(i_A)$

A la limite de la réflexion totale, on a $i_P = i_{P,LIM}$ et $i_A = 90^\circ$, ce qui conduit à : $n_P \times \sin(i_{P,LIM}) = n_A \times \sin(90^\circ)$

C'est-à-dire : $n_P \times \sin(i_{P,LIM}) = n_A$ et donc

$$\boxed{n_P = n_A / \sin(i_{P,LIM})}$$

AN $\rightarrow n_P = 1 / \sin(42^\circ)$ soit **$n_P = 1,495$**

14- On calcule $u(n_P)$ à l'aide de la formule proposée :

$$u(n_P) = \frac{\cos(i_{P,LIM})}{\sin^2(i_{P,LIM})} \times u(i_{P,LIM}) = \frac{\cos(0,73)}{\sin^2(0,73)} \times 0,00712$$

On obtient **$u(n_P) = 0,01206$** qu'on arrondit à **$u(n_P) = 0,013$** .

Finalement, **$n_P = 1,495 \pm 0,013$**

15- On applique la formule :

$$\boxed{E_N = \frac{|n_P - n_{P(\text{ref})}|}{\sqrt{u(n_P)^2 + u(n_{P(\text{ref})})^2}}$$

Avec : **$n_P = 1,495$** ; **$n_{P(\text{ref})} = 1,510$** ; **$u(n_P) = 0,013$** ; **$u(n_{P(\text{ref})}) = 0$**
On obtient **$E_N = 1,2$**

Cet écart normalisé est inférieur à 2, il y a donc **COMPATIBILITE entre la valeur expérimentale et la valeur de référence.**

16- On observe un arc-en ciel à la sortie du dioptre D1.

a) FAUX : chaque radiation visible a sa propre valeur d'angle de réfraction i_A , ce qui permet de distinguer chaque couleur de l'arc-en-ciel en sortie du dioptre D1.

b) VRAI : le rayon incident qui vient frapper le dioptre D1 est de couleur blanche, preuve que toutes les radiations visibles y sont présentes et suivent donc le même chemin. Toutes les radiations visibles ont donc la même valeur d'angle d'incidence i_P .

c) FAUX : la 2^{ème} loi de Snell-Descartes sur la réfraction appliquée au point I s'écrit : $n_P \times \sin(i_P) = n_A \times \sin(i_A)$

$$\text{On en déduit donc que : } n_P = n_A \times \frac{\sin(i_A)}{\sin(i_P)}$$

Comme n_A et i_P sont les mêmes pour toutes les radiations visibles mais que i_A change selon la radiation visible, on en déduit que la valeur de n_P changera selon la radiation visible.

d) VRAI : $n_P = \frac{c}{v_P}$ avec c la célérité de la lumière dans le vide et v_P la célérité de la lumière dans le plexiglas. Comme « n_P » dépend de la fréquence de l'onde lumineuse mais que « c » est une constante, alors cette relation implique que **v_P dépend de la fréquence de l'onde lumineuse.**

La célérité de l'onde lumineuse dans le plexiglas dépendant de la fréquence de cette onde lumineuse, on en déduit que **le plexiglas est un milieu dispersif pour les ondes lumineuses.**

